СПРАВОЧНИК ПО ТЕОРИИ КОРАБЛЯ

В трех томах

•

Под редакцией
Я. И. Войткунского

Статика судов
Качка судов

Том второй

Ленинград
„Судостроение"
1985

ББК 39.42-01
С74
УДК [629.12.001.11: 532] (031)

Научный редактор д-р техн. наук проф. *В. В. Луговский*

Ship Theory Handbook. Ed. by Y. I. Voitkounski. In 3 Volumes. Vol. 2. Statics of Ship, Ship Motions, Leningrad. «Sudostroenie», 1985, p. 440, ill. ISBN

The volume deals with the buoyancy, stability, subdivision and descent calculation methods. Also are discussed fundamentals of ship motions hydrodinamical theory, practical calculation methods, stability standartization problems, rolling stabilization as well as experimental methods of ship motions study.
The book is adressed to shipbuilding engineers, scientists and students of technical colleges.

С74 **Справочник** по теории корабля: В трех томах. Том 2. Статика судов. Качка судов/Под ред. Я. И. Войткунского. — Л.: Судостроение, 1985. — 440 с., ил.

ИСБН

Изложены методы расчета плавучести, остойчивости, непотопляемости и спуска судов. Описаны основы современной гидродинамической теории качки судов, методы практического расчета различных видов качки, вопросы нормирования остойчивости, успокоители качки, а также экспериментальные методы ее изучения.
Для инженеров-судостроителей, научных работников и студентов кораблестроительных специальностей.

39.42-01

С $\frac{3605030000-076}{048\,(01)-85}$ 11—85

© **Издательство «Судостроение», 1985 г.**

ОТ НАУЧНЫХ РЕДАКТОРОВ

«Справочник по теории корабля» состоит из трех томов, содержащих следующие разделы: том 1 — «Гидромеханика. Сопротивление движению судов. Судовые движители»; том 2 — «Статика судов. Качка судов»; том 3 — «Управляемость водоизмещающих судов. Гидродинамика судов с динамическими принципами поддержания».

Справочник является практическим пособием для инженеров и научных работников, занимающихся гидроаэродинамикой, динамикой, проектированием и эксплуатацией судов; он также может быть использован студентами кораблестроительных специальностей. Ранее изданные справочники по теории корабля (С. Н. Благовещенский. Статика и качка. Л., Судпромгиз, 1950; С. Н. Благовещенский и А. Н. Холодилин. Статика и качка. Л., Судостроение, 1975; Я. И. Войткунский, Р. Я. Першиц и И. А. Титов. Ходкость и управляемость. Л., Судпромгиз, 1960; Я. И. Войткунский, Р. Я. Першиц и И. А. Титов. Судовые движители и управляемость. Л., Судостроение, 1975) завоевали широкое признание научно-технической общественности и учащихся вузов. Данный трехтомник охватывает основные разделы вышеназванных справочников и помимо традиционных разделов теории корабля включает новый раздел «Гидродинамика судов с динамическими принципами поддержания», обобщенные данные по которому до сих пор отсутствовали.

Значительному изменению подверглось изложение прежних разделов. Это вызвано не только появлением новых эффективных теоретических подходов и методов расчета различных мореходных качеств судов, но и значительной переориентацией выполнения таких расчетов на ЭВМ, что позволило включить многие ранее практически трудно реализуемые методы в инженерную практику. Однако программы сложных расчетов могут быть различными, к тому же при современном быстром прогрессе в области вычислительной техники они часто устаревают еще до выхода книги в свет, поэтому в соответствующих разделах трехтомника содержатся лишь общие сведения о составлении исходной информации. Наряду с широким освещением отечественных достижений в области гидромеханики судна в книгу включены итоги ряда зарубежных разработок, опубликованных в трудах международных конференций и в периодической печати. Ряд материалов Справочника представляет результаты, полученные авторами данного издания. Приводимые в конце каждого раздела указатели литературы содержат в основном наиболее общие или последние по времени публикации.

Изложение сведений рассчитано на читателя, знакомого с основами гидромеханики судна. Соответственно назначению книги расчетные формулы большей частью даются в виде окончательного результата. Тем не менее в тексте указываются принципиальные положения и исходные допущения, принятые в основу рекомендуемых

методов и формул, а также пределы их применимости. Описана физика рассматриваемых явлений и процессов.

В последние годы значительное внимание за рубежом и в СССР уделялось унификации обозначений в области гидромеханики судна. Такая унификация была разработана международными конференциями опытовых бассейнов (МКОБ). Однако данная система обозначений еще не нашла повсеместного применения в отечественной практике. Учитывая нецелесообразность полного отступления от традиционных систем отечественных обозначений, принятых в гидромеханике и проектировании судов, в Справочнике лишь частично применяется система, близкая к рекомендованной МКОБ; это позволит оценить степень ее эффективности и не будет затруднять использование ранее изданной литературы.

В отличие от других работ по статике судна в настоящем Справочнике угол дифферента считается положительным при дифференте судна на корму, как это принято при изучении качки судов.

Раздел «Статика судов» написан Ю. И. Нечаевым, раздел «Качка судов» — И. К. Бородаем (§ 29—34 главы V и глава VII), В. В. Луговским (главы I, II и VI), В. А. Мореншильдт (главы III, VIII и IX) и Ю. А. Нецветаевым (глава IV, а также § 35 и 36 главы V). Пример расчета вероятностного индекса деления судна на отсеки выполнен В. Н. Волковым.

Раздел первый

СТАТИКА СУДОВ

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

A — фактический индекс деления судна на отсеки.
A_v — площадь парусности.
a — возвышение центра тяжести (ЦТ) над центром величины (ЦВ).
B — ширина судна.
C — ЦВ судна.
D — сила тяжести (водоизмещение) судна.
D_c — сила тяжести при спуске судна.
d — плечо динамической остойчивости.
F — ЦТ площади ватерлинии.
G — ЦТ судна.
g — ускорение свободного падения.
H — высота борта.
H_0 — продольная метацентрическая высота.
h_0 — поперечная (обобщенная и начальная) метацентрическая высота.
I — момент инерции.
L — длина судна между перпендикулярами.
l — плечо статической остойчивости.
M — продольный метацентр.
M_c — опрокидывающий момент.
M_s — восстанавливающий момент.
M_v — кренящий момент от шквала.
$M_{диф}$ — дифферентующий момент.
$M_{кр}$ — кренящий момент.
p_v — давление ветра.
R — требуемый индекс деления судна на отсеки.
R_0 — продольный метацентрический радиус.
r — поперечный метацентрический радиус.
S — площадь ватерлинии.
s — потерянная площадь ватерлинии.
s_c — путь, проходимый судном во время спуска.
T — осадка судна.
$T_к$ — осадка судна на кормовом перпендикуляре.
$T_м$ — осадка судна на миделе.
$T_н$ — осадка судна на носовом перпендикуляре.
T_s — работа восстанавливающего момента.
t — время.
V — подводный объем, объемное водоизмещение.
v — объем отсека.
W — объем, определяющий полную силу плавучести.
x — абсцисса.
y — ордината.
z — аппликата.
α — коэффициент полноты площади ватерлинии.

α_c — угол наклона киля к горизонту.
β_c — угол наклона спусковых дорожек к горизонту.
β — коэффициент полноты площади мидель-шпангоута.
Δ — знак приращения.
δ — коэффициент общей полноты.
ε — толщина поправочного слоя.
θ — угол крена.
θ_f — угол заливания.
θ_r — расчетная амплитуда качки.
θ_{max} — угол крена, соответствующий максимуму диаграммы статической остойчивости.
θ_v — угол заката диаграммы статической остойчивости.
θ_0 — начальный угол крена.
$\theta_д$ — угол динамического крена.
λ — длина подводной части стапеля.
μ — коэффициент проницаемости.
ρ — плотность жидкости.
ρ_0 — дифференциальный метацентрический радиус.
Σ — знак суммирования.
φ — коэффициент продольной полноты.
χ — коэффициент вертикальной полноты.
ψ — угол дифферента.
ω — площадь шпангоута.
$\omega_м$ — площадь мидель-шпангоута.

Глава I

РАСЧЕТЫ ПО СТАТИКЕ СУДНА. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

§ 1. СИСТЕМА КООРДИНАТ. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЧЕРТЕЖ И ЕГО ЭЛЕМЕНТЫ

Все расчетные схемы статики судна, содержащие оценку плавучести, остойчивости, непотопляемости и спуска, основаны на вычислении элементов подводного объема, ватерлиний и шпангоутов. Для описания этих элементов используют прямоугольную (декартову) систему координат *oxyz* (рис. I.1, *а*). Координатные плоскости системы *oxyz* совпадают с диаметральной плоскостью (ДП) *xoz*, плоскостью мидель-шпангоута *yoz* и основной плоскостью *xoy*. Начало координат располагают в точке *o*, а оси *ox*, *oy* и *oz* направляют соответственно в нос, на правый борт и вертикально вверх.

Если судно имеет построечный дифферент, то основная плоскость сохраняет свое положение параллельно действующей ватерлинии и все элементы вычисляют в системе координат, указанной на рис. I.1, *б*.

Положение судна относительно поверхности воды называют посадкой и фиксируют с помощью трех характеристик: осадки на миделе $T_м$ и углов крена θ и дифферента ψ. В качестве угла крена рассматривают угол между осью *oy* и следом ватерлинии на плоскости мидель-шпангоута. Угол дифферента образуется между осью *ox* и следом ватерлинии в ДП. Положительному значению θ соответствует крен судна на правый борт, а положительному ψ — дифферент на корму.

Угол дифферента в расчетах по статике судна достаточно мал и обычно не превышает 10°. Поэтому используемая координация углов θ и ψ в большинстве случаев не приводит к искажению результатов расчета при одновременном изменении крена и дифферента.

Помимо прямоугольной системы координат в расчетах по статике судна используют и полярные координаты. Применение такой системы позволяет упростить расчетные формулы, связанные с вычислениями характеристик остойчивости при наклонении судна на различные углы.

В задачах статики (плавучесть и остойчивость свободно плавающего судна, непотопляемость при затоплении большого отсека и др.), а также в расчетах по статике плавучих буровых установок и других сложных пространственных конструкций используют системы координат, принятые при изучении качки судна и описанные в § 2 гл. I второго раздела настоящего тома Справочника.

Исходная информация для выполнения расчетов по статике судна может быть получена на основе данных о форме погруженной части корпуса. Обычно геометрическую форму судовой поверхности изображают в виде теоретического чертежа. Теоретический чертеж представляет собой совокупность теоретических линий, получаемых от пересечения корпуса судна рядом плоскостей, параллельных ДП, плоскости мидель-шпангоута и основной плоскости (рис. I.2).

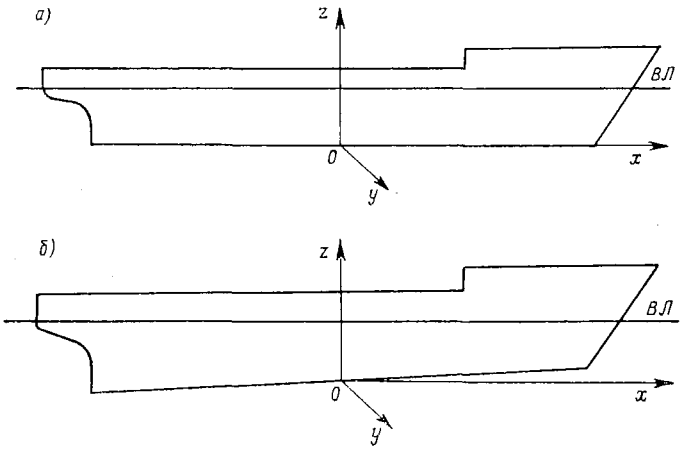


Рис. I.1. Система координат.

Диаметральная плоскость — это продольная плоскость симметрии судна. Линии, получаемые от пересечения корпуса судна плоскостями, параллельными диаметральной, называют батоксами. При пересечении ДП с поверхностью судна образуется диаметраль, включающая линии киля, штевней (фор- и ахтерштевня) и палубы.

Плоскость мидель-шпангоута перпендикулярна к ДП и расположена на середине длины судна. Линии пересечения корпуса судна плоскостями, параллельными плоскости мидель-шпангоута, называют теоретическими шпангоутами. В статике судна термин «мидель» применяют к сечению, расположенному в середине расчетной длины за исключением особо оговоренных случаев.

Основная плоскость проходит перпендикулярно к ДП и плоскости мидель-шпангоута через точку пересечения плоскости мидель-шпангоута с верхней кромкой киля. Линии пересечения корпуса судна плоскостями, параллельными основной, называют ватерлиниями.

На теоретическом чертеже проекцию совокупности батоксов и диаметрали называют боком, шпангоутов и мидель-шпангоута — корпусом, а ватерлиний вместе с линией палубы — полуширотой. Так как корпус судна симметричен относительно ДП, принято вычерчивать только полуветви шпангоутов, причем носовые шпангоуты справа от диаметрали, а кормовые — слева. Так же поступают и при вычерчивании ватерлиний на полушироте, где даются только полуветви ватерлиний, лежащие слева от ДП.

Носовую часть корпуса (форштевень) на боку и полушироте вычерчивают справа.

Поверхность всех судов (кроме деревянных) на теоретическом чертеже принято изображать без наружной обшивки. Число шпангоутов обычно принимают равным 21, разбивая расчетную длину на 20 равных частей (теоретических шпаций). Количество батоксов и ватерлиний зависит от конфигурации корпуса. Обычно их число составляет соответственно 2—5 и 5—12.

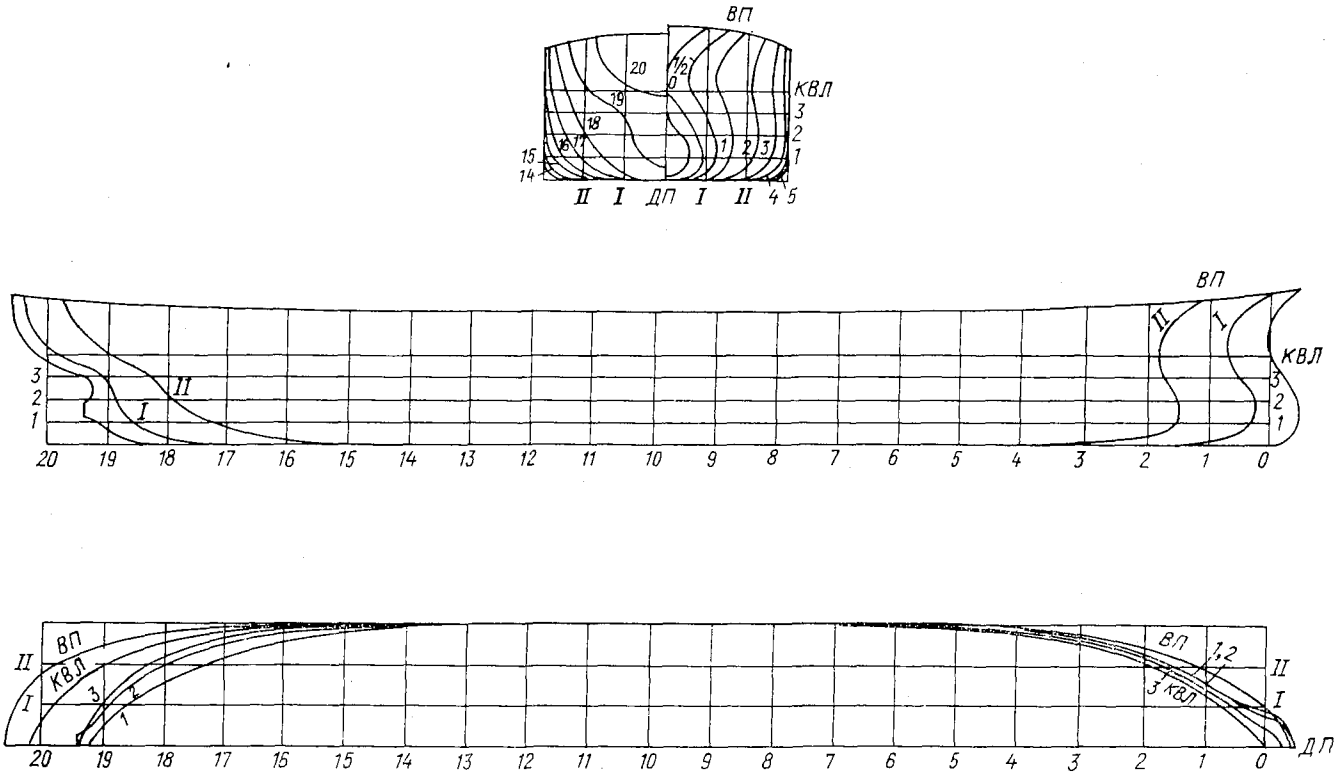


Рис. I.2. Теоретический чертеж судна.

При вычерчивании теоретического чертежа необходимо соблюдать требования к его оформлению согласно ГОСТ 2.419—68.

Величинами, определяющими форму корпуса, являются главные размерения и коэффициенты полноты. Главные размерения судна — длина, ширина, осадка и высота борта.

Рассматривают длину между перпендикулярами, длину по ватерлинии и наибольшую длину судна. Длина между перпендикулярами L проходит через точки пересечения грузовой ватерлинии с передней кромкой форштевня и с осью баллера руля. Длину по ватерлинии $L_{ВЛ}$ измеряют между точками пересечения грузовой ватерлинии с обводами штевней. Наибольшая длина L_{max} представляет собой расстояние между перпендикулярами к основной плоскости, опущенными из крайних точек обводов носа и кормы.

Ширина судна характеризуется двумя значениями: шириной по грузовую ватерлинию B и наибольшей шириной B_{max}. Если борта судна прямостенны, различия между B и B_{max} нет.

Высоту борта H измеряют в мидельном сечении от основной плоскости до линии палубы у борта.

При посадке судна на ровный киль его положение относительно поверхности воды определяется осадкой T. Различают теоретическую осадку, измеренную по вертикали от основной плоскости (от верхней кромки киля) до точки пересечения ватерлинии с линией борта, и габаритную осадку, отсчитываемую от нижней кромки киля. Если судно имеет дифферент, то дополнительно рассматривают осадки носом $T_н$ и кормой $T_к$, измеряемые на носовом и кормовом перпендикулярах. В условиях эксплуатации судна осадки носом и кормой определяют по маркам углубления, нанесенным на бортах на носу и корме. Замеряя осадки $T_{н.м}$ и $T_{к.м}$, можно определить положение ватерлинии, по которую будет погружено судно при плавании. При этом надо иметь в виду, что марки углубления обычно характеризуют не теоретическую осадку, а полное углубление с учетом выступающих частей.

Обычно марки углубления наносят не на носовом и кормовом перпендикулярах, а несколько ближе к миделю. Но в расчетных формулах удобнее использовать значения $T_н$ и $T_к$ на носовом и кормовом перпендикулярах. Эти величины можно получить на основании простых соотношений:

$$T_н = T_{нм} + \psi\,[(L/2) - l_1];$$

$$T_к = T_{км} - \psi\,[(L/2) - l_2],$$

где $T_{нм}$ и $T_{км}$ — замеренные осадки носом и кормой; $\psi = \dfrac{T_{нм} - T_{км}}{l_1 + l_2}$ — угол дифферента, рад (считается положительным при дифференте на корму); L — длина судна между перпендикулярами; l_1 и l_2 — отстояния от миделя носовых и кормовых марок углубления.

По осадкам на носовом и кормовом перпендикулярах легко выразить осадку на мидель-шпангоуте: $T_м = 0{,}5\,(T_н + T_к)$.

Важнейшей геометрической характеристикой судна является объем его подводной части — объемное водоизмещение V.

Для характеристики формы подводной части судна служат коэффициенты полноты. Различают коэффициенты полноты действующей ватерлинии α, мидель-шпангоута β и коэффициент общей полноты δ:

$$\alpha = S_{ВЛ}/(L_{ВЛ}B); \qquad \beta = \omega_м/(BT); \qquad \delta = V/(L_{ВЛ}BT),$$

где $S_{ВЛ}$ — площадь грузовой ватерлинии; $\omega_м$ — площадь мидель-шпангоута. Наряду с этим используют комбинации указанных коэффициентов: коэффициент вертикальной полноты $\chi = V/(S_{ВЛ}T) = \delta/\alpha$ и коэффициент продольной полноты $\varphi = V/(\omega_м L_{ВЛ}) = \delta/\beta$.

В качестве соотношений главных размерений рассматривают L/B, B/T, H/T, L/H, L/T, а также обратные им соотношения: B/L и др.

В практике проектирования, особенно для исследовательских целей, судовую поверхность представляют в аналитическом виде. Такая форма позволяет использовать различные математические модели описания судовой поверхности в зависимости от характера решаемых задач и конфигураций судовых обводов [13].

§ 2. ОБЩИЕ ИНТЕГРАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ФОРМЫ КОРПУСА

Во многих расчетах по статике судна приходится вычислять различные элементы формы корпуса, площади, статические моменты и моменты инерции. Рассмотрим общие формулы, определяющие эти элементы.

Элементы ватерлинии в прямом положении судна (рис. I.3):

площадь $S = 2\int\limits_{-L/2}^{L/2} y\,dx$;

статические моменты

$$M_x = 0; \qquad M_y = 2\int\limits_{-L/2}^{L/2} yx\,dx;$$

координаты ЦТ

$$x_f = M_y/S; \qquad y_f = 0;$$

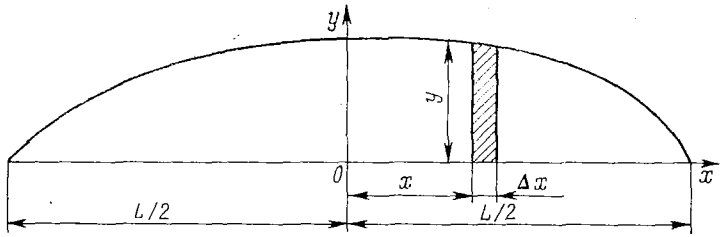


Рис. I.3. Определение элементов ватерлинии.

моменты инерции относительно центральных осей

$$I_x = \frac{2}{3}\int\limits_{-L/2}^{L/2} y^3\,dx; \qquad I_{yf} = I_y - Sx_f^2; \qquad I_y = 2\int\limits_{-L/2}^{L/2} yx^2\,dx.$$

Вследствие того что ось ox главная, центробежные моменты

$$I_{xy} = I_{xfy} = 0.$$

Моменты инерции относительно взаимно перпендикулярных осей $F\xi$ и $F\eta$, составляющих угол ν с осями Fx и Fy, равны

$$I_\xi = I_x \cos^2\nu + I_{yf}\sin^2\nu;$$

$$I_\eta = I_x \sin^2\nu + I_{yf}\cos^2\nu;$$

$$I_{\xi\eta} = (I_x + I_{yf})\sin\nu\cos\nu.$$

Если известны моменты инерции I_ξ, I_η и $I_{\xi\eta}$, то значения I_x и I_{yf} будут равны

$$I_x = I_\xi - I_{\xi\eta}\,\mathrm{tg}\,\nu; \qquad I_{yf} = I_\eta + I_{\xi\eta}\,\mathrm{tg}\,\nu,$$

где

$$\mathrm{tg}\,2\nu = \frac{2I_{\xi\eta}}{I_\eta - I_\xi}.$$

В практических расчетах в случае малости угла ν можно считать

$$I_x \approx I_\xi - I_{\xi\eta}\nu; \qquad I_{yf} \approx I_\eta + I_{\xi\eta}\nu; \qquad \nu \approx \frac{I_{\xi\eta}}{I_\eta - I_\xi}.$$

Элементы ватерлинии, наклоненной на угол θ:
площадь

$$S_\theta = \int_{-L/2}^{L/2} (a_\theta + b_\theta)\,dx; \tag{I.1}$$

статические моменты

$$M_{x\theta} = \frac{1}{2}\int_{-L/2}^{L/2} \left(a_\theta^2 - b_\theta^2\right) dx; \qquad M_{y\theta} = \int_{-L/2}^{L/2} (a_\theta + b_\theta)\,x\,dx; \tag{I.2}$$

координаты ЦТ

$$x_{f\theta} = \frac{M_{y\theta}}{S_\theta}; \qquad y_{f\theta} = \frac{M_{x\theta}}{S_\theta}; \tag{I.3}$$

моменты инерции относительно осей ox и oy

$$\left.\begin{aligned} I_{x\theta} &= \frac{1}{3}\int_{-L/2}^{L/2} \left(a_\theta^3 + b_\theta^3\right) dx; \qquad I_{y\theta} = \int_{-L/2}^{L/2} (a_\theta + b_\theta)\,x^2\,dx; \\ I_{xy\theta} &= \frac{1}{2}\int_{-L/2}^{L/2} \left(a_\theta^2 - b_\theta^2\right) x\,dx; \end{aligned}\right\} \tag{I.4}$$

центральные моменты инерции

$$I_{xf\theta} = I_{x\theta} - S_\theta y_{f\theta}^2; \qquad I_{yf\theta} = I_{y\theta} - S_\theta x_{f\theta}^2; \qquad I_{xfy\theta} = I_{xy\theta} - S_\theta x_{f\theta} y_{f\theta}. \tag{I.5}$$

В формулах (I.1)—(I.5) a_θ и b_θ — ординаты, отсчитываемые в плоскости ватерлинии от ЦТ (точка F) до точек ее пересечения с правым (входящим в воду) и левым (выходящим из воды) бортом.

Элементы проекции ватерлинии, наклоненной на угол θ:

$$\left.\begin{aligned} &S = \int_{-L/2}^{L/2} (y + y')\,dx; \quad M_x = \frac{1}{2}\int_{-L/2}^{L/2} [y^2 - (y')^2]\,dx; \quad M_y = \int_{-L/2}^{L/2} (y + y')\,x\,dx; \\ &I_x = \frac{1}{3}\int_{-L/2}^{L/2} [y^3 + (y')^3]\,dx; \quad I_y = \int_{-L/2}^{L/2} (y + y')\,x^2 dx; \quad I_{xy} = \frac{1}{2}\int_{-L/2}^{L/2} [y^2 - (y')^2]\,x\,dx; \\ &I_{xf} = I_x - Sy_f^2; \quad I_{yf} = I_y - Sx_f^2; \quad I_{xfy} = I_{xy} - Sx_f y_f. \end{aligned}\right\} \tag{I.6}$$

В формулах (I.6) y — ордината правого борта, y' — ордината левого борта.

Если действующая ватерлиния соответствует произвольной посадке судна (с креном и дифферентом) и составляет угол α с плоскостью xoy, то действительная ее площадь $S_\alpha = S/\cos\alpha$, где S — площадь проекции, а $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\theta + \operatorname{tg}^2\psi}}$.

Моменты инерции площади S_α относительно центральной оси Fx_1, параллельной плоскости xoz, и относительно центральной оси Fy_1, перпендикулярной к плоскости yoz, равны

$$I_{xf\alpha} = \frac{1}{\cos^3\alpha}\,\frac{I_{xf}}{1 + \operatorname{tg}^2\psi};$$

$$I_{yf\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}\left[(1 + \operatorname{tg}^2\psi)\,I_{yf} - 2\operatorname{tg}\psi\operatorname{tg}\theta I_{xfy} + \frac{\operatorname{tg}^2\psi\operatorname{tg}^2\theta}{1 + \operatorname{tg}^2\psi}\,I_{xf}\right];$$

$$I_{xfy\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}\left(I_{xfy} - \frac{\operatorname{tg}\psi\operatorname{tg}\theta}{1 + \operatorname{tg}^2\psi}\,I_{xf}\right).$$

Угол α связан с углами крена и дифферента зависимостью

$$\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{\operatorname{tg}^2\theta + \operatorname{tg}^2\psi}.$$

При малых ψ можно считать

$$\left.\begin{aligned} I_{xf\alpha} &\approx \sqrt{(1+\operatorname{tg}^2\theta)^3}\, I_{xf};\\ I_{yf\alpha} &\approx \sqrt{1+\operatorname{tg}^2\theta}\,(I_{yf} - 2\operatorname{tg}\psi\operatorname{tg}\theta I_{xfy});\\ I_{xfy\alpha} &\approx (1+\operatorname{tg}^2\theta)\,(I_{xfy} - \operatorname{tg}\psi\operatorname{tg}\theta I_{xf}). \end{aligned}\right\} \qquad (I.7)$$

Если отсутствует дифферент ($\psi = 0$), то $\alpha = \theta$ и формулы (I.7) упрощаются:

$$I_{xf\theta} = I_{xf}/\cos^3\theta; \qquad I_{yf\theta} = I_{yf}/\cos\theta; \qquad I_{xfy\theta} = I_{xfy}/\cos^2\theta.$$

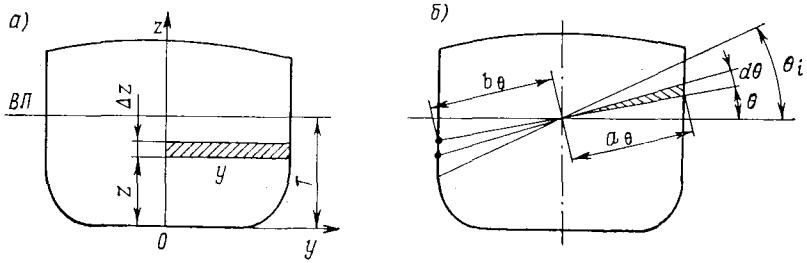


Рис. I. 4. Определение элементов шпангоута в прямоугольной (*а*) и полярной (*б*) системе координат.

Если отсутствует крен ($\theta = 0$), то $\alpha = \psi$ и вместо формул (I.7) имеем

$$I_{xf\psi} = I_{xf}/\cos\psi; \qquad I_{yf\psi} = I_{yf}/\cos^3\psi; \qquad I_{xfy\psi} = I_{xfy}/\cos^2\psi = 0.$$

Элементы шпангоута (рис. I.4, *а*):
площадь

$$\omega = 2\int_0^T y\,dz; \qquad (I.8)$$

статический момент

$$M_y = 2\int_0^T yz\,dz; \qquad (1.9)$$

аппликата ЦТ $z_\omega = M_y/\omega$.

Моменты инерции площади шпангоута обычно не вычисляют. Площадь наклоненного шпангоута и ее статические моменты определяют в соответствии с указаниями § 8.

В отдельных расчетах элементы площади шпангоута выражают в полярных координатах (рис.I.4,*б*). Например, дополнительная площадь шпангоута $\Delta\omega$, наклоненного на угол θ, может быть представлена в виде разности площадей $\Delta\omega_1$ вошедшей в воду и $\Delta\omega_2$ вышедшей из воды частей шпангоута (рис. I.4, *б*):

$$\Delta\omega = \Delta\omega_1 - \Delta\omega_2 = \frac{1}{2}\int_0^\theta \left(a_\theta^2 - b_\theta^2\right) d\theta.$$

Если в формулах (I.8) и (I.9) верхний предел интегрирования T заменить на переменную z, то получим интегралы с переменным верхним пределом. Такие интегралы позволяют определять значение элементов формы корпуса в зависимости от осадки судна и строить интегральные кривые. Иногда интегральные кривые строят по длине судна.

§ 3. ПРАВИЛА ПРИБЛИЖЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

При выполнении расчетов по статике судна широко используют приближенное интегрирование. Наибольшее распространение получили правила трапеций, Симпсона и Чебышева.

Рассмотрим площадь A, ограниченную кривой $y = f(x)$ и осью x на участке a, b (рис. I.5). Эта площадь может быть представлена как определенный интеграл $\int_a^b f(x)\,dx$. Длину участка интегрирования обозначим через L. Аналитическое выражение кривой $y = f(x)$ неизвестно (кривая задана графически), поэтому вычислить интеграл можно только приближенно.

Правило трапеций. Для вычисления рассматриваемой площади по правилу трапеций длину L разбивают на n равных частей, в точках делений восстанавливают перпендикуляры до пересечения с кривой $y = f(x)$ и полученные точки соединяют отрезками прямых. В результате вместо площади, ограниченной кривой $y = f(x)$ и осью x, рассматривают сумму площадей элементарных трапеций. Чем больше число делений n, тем ближе ломаная будет подходить к кривой $y = f(x)$.

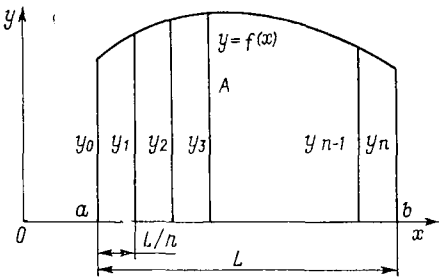


Рис. I.5. Графическое представление данных при использовании правил приближенного интегрирования.

Формула для определения площади имеет вид

$$A = \int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{L}{n}\left[y_0 + y_1 + y_2 + \cdots + y_n - \frac{1}{2}(y_0 + y_n)\right] =$$

$$= \frac{L}{n}\left[\sum_{i=0}^{n} y_i - \frac{1}{2}(y_0 + y_n)\right]$$

или

$$A = \frac{L}{n}\left\{\sum_{i=0}^{n} f(x_i) - \frac{1}{2}[f(x_0) + f(x_n)]\right\}.$$

Величину, заключенную в квадратные скобки первой из этих формул, называют исправленной суммой, а вычитаемое — поправкой на полусумму крайних ординат.

Для удобства расчетов используют табличную форму, рекомендуемую действующими отраслевыми нормалями.

Формула трапеций универсальна в том отношении, что позволяет вычислять не только площади, но и статические моменты и моменты инерции. При этом под функцией $f(x_i)$ следует понимать yx, y^3, yx^2 и т. д. Правило трапеций удобно использовать для вычисления интеграла с переменным верхним пределом. В этом случае исходную формулу преобразуют:

$$F(x) = \int_a^x f(x)\,dx \approx \frac{L}{n}\left[y_0 + y_1 + y_2 + \cdots + y_n - \frac{1}{2}(y_0 + y_n)\right] =$$

$$= \frac{L}{2n}[(y_0 + y_1) + (y_1 + y_2) + \cdots + (y_{n-1} + y_n)].$$

Схема расчета представлена в табл. I.1.

Таблица I.1. **Вычисление интеграла с переменным верхним пределом**

№ ординат	Значения $y = f(x)$	Интегральные суммы по стрелке $\sum$ инт (2)	Значение интеграла $F(x) = \frac{\Delta x}{2}$ (3)
1	2	3	4
0	y_0	0	0
1	y_1	$y_0 + y_1$	$F_2(x)$
2	y_2	$y_0 + 2y_1 + y_2$	$F_2(x)$
. . .	. . .	. . .	. . .
n	y_n	$\sum_{\text{инт}}(2)_n$	$F_n(x)$

Примечание. Цифры в скобках соответствуют номерам граф.

При вычислении интегральной суммы (графа 3) следует иметь в виду, что нуль в интегральной сумме ставится против первой значащей ординаты. Если ордината равна нулю, то ставится нуль, если ордината отсутствует, то в графе $f(x)$ ставится прочерк и в интегральной сумме также следует поставить прочерк. Величина $F(x_i)$ (графа 4) характеризует значения интеграла по текущую ординату x_i, $F(x_n)$ — полное значение интеграла при $x = b$, т. е. $\int_a^b f(x)\,dx$.

Достоинство правила трапеций — его простота и наглядность, недостаток — меньшая точность по сравнению с другими правилами при равном количестве ординат. Для повышения точности расчетов используют приведенные ординаты. Все ситуации, связанные с определением приведенных ординат, можно свести к двум характерным случаям (рис. I.6):

1. Кривые (ватерлинии или шпангоуты) в начальном или конечном промежутке сильно отличаются от трапеций. В этом случае (рис. I.6, *а*) вместо ординаты y_0 вводят приведенную ординату $\bar{y}_0$, полученную проведением линии *ас* так, чтобы заштрихованные на чертеже площади были равны (оценка равенства площадей производится на глаз). Аналогичный прием используют в том случае, когда кривая пересекает последнюю ординату и дополнительная площадь мала по сравнению с площадью на участке интегрирования (рис. I.6, *б*). При достаточно большой дополнительной площади (рис. I.6, *в*, *г*) ее учитывают отдельно и полученный результат суммируют с данными вычислений по исходной формуле.

2. Кривая притыкается на участке интегрирования между ординатами (рис. I.6, *д*, *е*). В этом случае в промежутке рассматриваемого участка производят геометрические построения, указанные на рис. I.6, *д*, и в расчетах учитывают последовательность ординат 0, $\bar{y}_1$, y_2 и т. д. Если точка притыкания расположена между первой и второй ватерлиниями (см. рис. I.6, *е*), то построение выполняют на этом участке и последовательность ординат принимает вид: —, 0, $\bar{y}_2$, y_3 и т. д. Аналогичные построения производят и для концевых ветвей ватерлинии (рис. I.6, *ж*, *з*).

Для использования приведенных ординат требуется раздельное вычисление площадей шпангоутов и ватерлиний.

Рассмотренные случаи построения приведенных ординат описаны применительно к вычислению площадей. Если в качестве ординат используют функции $f(x)$, то полученный интеграл может также рассматриваться как площадь и все геометрические построения следует производить для $f(x)$. Например, при вычислении момента инерции площади ватерлинии $I_x = \frac{2}{3}\int_{-L/2}^{L/2} y^3\,dx$ под $f(x)$ понимается y^3.

Используя приведенные ординаты для повышения точности расчета, необходимо стремиться к тому, чтобы искажения площади, вносимые в процессе геометри-

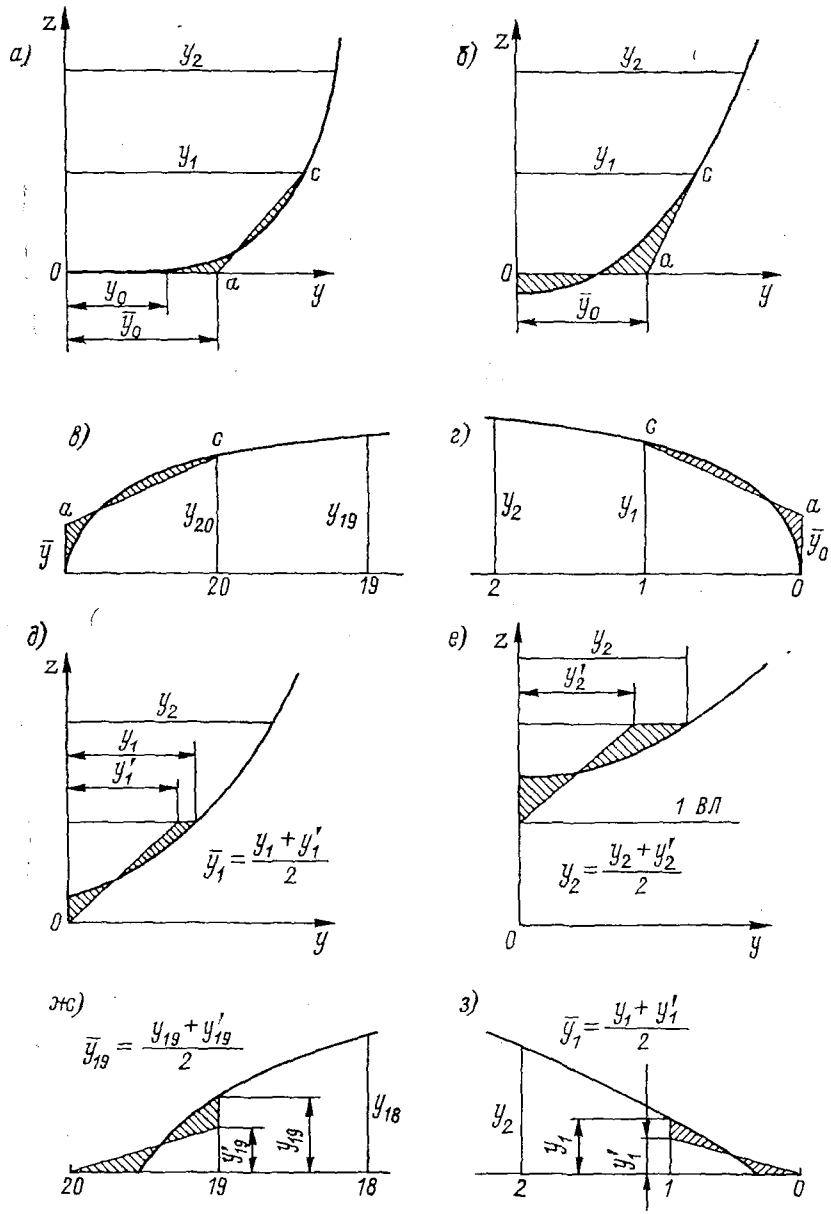


Рис. I.6. Определение приведенных ординат.

ческих построений, не сильно повлияли на результат вычисления статических моментов и моментов инерции.

На участках большой кривизны иногда вводят промежуточные (добавочные) ординаты [2], однако такой прием затрудняет использование стандартных расчетных таблиц и загромождает схему вычислений. Гораздо проще в этом случае применять приведенные ординаты или вводить поправки, учитывающие дополнительную площадь и ее элементы.

Правила Симпсона основаны на замене кривой $f(x)$ параболой n-й степени. В статике судна, особенно в зарубежной практике, находят применение два правила Симпсона. Первое правило состоит в использовании параболы второй степени и делении участка интегрирования на четное число равных интервалов. Расчетная формула для вычисления площади принимает вид

$$A = \int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{1}{3}\frac{L}{n}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)].$$

Второе правило основано на использовании параболы третьей степени и делении участка интегрирования на число n, кратное трем:

$$A = \int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{3}{8}\frac{L}{n}[f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + 2f(x_3) + \cdots + 3f(x_{n-2}) + 3f(x_{n-1}) + f(x_n)].$$

При равном количестве ординат правила Симпсона обеспечивают бóльшую точность, чем правило трапеций.

Правило Чебышева предполагает, что рассматриваемая кривая заменена полиномом, степень которого равна принятому количеству ординат на вполне определенных абсциссах x_i, отсчитываемых от нулевой ординаты на середине длины участка интегрирования. Величину x_i определяют по формуле

$$x_i = \pm k_i \frac{L}{2}.$$

Здесь k_i — чебышевские коэффициенты, которые для наиболее употребительного числа ординат $n = 12$ составляют: $k_1 = 0{,}066\,9$; $k_2 = 0{,}288\,8$; $k_3 = 0{,}366\,7$; $k_4 = 0{,}633\,3$; $k_5 = 0{,}711\,2$; $k_6 = 0{,}933\,1$.

Откладывая величины x_i вправо и влево от середины длины участка интегрирования, можно установить соответствующие значения y_i чебышевских ординат: y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_1', y_2', y_3', y_4', y_5', y_6'.

Расчетная формула правила Чебышева, обычно применяемого при интегрировании по длине судна, имеет вид

$$A = \frac{L}{n}\sum_{i=0;1}^{n} y_i,$$

где n — общее число чебышевских ординат.

Использование правила Чебышева для расчетов по статике современных судов с сильно подрезанным форштевнем и крейсерской кормой может приводить к заметной погрешности; кроме того, для рационального выбора длины участка интегрирования, введения поправок и т. д. от расчетчика требуется бóльший опыт, чем в случае применения правила трапеций и правил Симпсона.

В качестве примера приведем формулы для определения площади ватерлинии по рассмотренным правилам:

по правилу трапеций

$$S = 2\int_{-L/2}^{L/2} y\,dx \approx 2\frac{L}{n}\left[y_0 + y_1 + y_2 + \cdots + y_n - \frac{1}{2}(y_0 + y_n)\right];$$

по правилам Симпсона

$$S \approx \frac{2}{3}\frac{L}{n}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \cdots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n) \quad \text{(первое правило);}$$

$$S \approx \frac{3}{4}\frac{L}{n}(y_0 + 3y_1 + 3y_2 + 2y_3 + \cdots + 3y_{n-2} + 3y_{n-1} + y_n) \quad \text{(второе правило);}$$

по правилу Чебышева ($n = 12$)

$$S \approx 2\frac{L}{12}(y_1 + y_2 + \cdots + y_6 + y_1' + y_2' + \cdots + y_6').$$

§ 4. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТОВ ПО СТАТИКЕ СУДНА НА ЭВМ

Применение ЭВМ открыло широкие возможности для выполнения расчетов по статике судна, большинство из которых основано на использовании типовых алгоритмов и программ, пригодных для обычных морских судов. В отдельных случаях (плавучие буровые установки, плавкраны, катамараны) разрабатывают специальные методы, учитывающие форму корпуса и другие особенности различных плавучих технических средств. Ввиду специфики ЭВМ и особенностей вычислительного процесса требуется иной подход к построению алгоритма расчета, принципиально отличающегося от ручного счета. В первую очередь это касается представления исходной информации и методики вычислений. Алгоритм расчета строится таким образом, чтобы отвечать требованиям простоты, универсальности и однотипности вычислений.

Представление исходной информации. Информацию, характеризующую форму судовой поверхности, при расчете на ЭВМ задают рядом поперечных сечений (шпангоутов), крайними точками (носовой и кормовой) водонепроницаемого объема и формой штевней. Объем исходной информации должен быть достаточен для обеспечения необходимой точности расчетов и минимален для сокращения машинного времени. Подготовка исходной информации обычно ведется вручную, однако имеются и специальные устройства для считывания данных.

Основной объем данных составляет информация о форме поперечных сечений. Контур сечения задают произвольно расположенными точками, принятыми из условия наилучшей аппроксимации участков кривых ломаной линией. При этом совершенно не обязательно, чтобы высота элементарных трапеций вдоль оси z сохранялась постоянной. Наоборот, ее следует выбирать различной в зависимости от сложности и конфигурации обвода конкретного сечения. На участках контура с большой кривизной выбирают большее число точек, прямолинейные участки фиксируют только двумя концевыми точками. Общее число точек контура обычно не превышает двадцати. Нумерация точек при обходе контура соответствует движению против часовой стрелки, начиная от точки в ДП и кончая точкой верхней палубы или палубы надстройки (рубки). Поскольку сечение симметрично относительно ДП, задают только правую ветвь шпангоута (рис. I.7, *а*). Абсциссы x_i сечений отсчитывают вдоль ДП. Нумерацию сечений принимают в порядке их расположения с нулевого номера. Абсцисса нулевого сечения x_0 соответствует крайней носовой точке водонепроницаемого объема корпуса, абсцисса x_N— крайней кормовой точке. Запись остальных сечений производят в порядке их следования от носа в корму. Отсчет абсцисс — от мидель-шпангоута с учетом принятого правила знаков («+» — в нос, «—» — в корму).

Абсциссы определяют по формуле

$$x_k = \left(\frac{n}{2} - k\right)\Delta L \pm x,$$

где k — номер ближайшего теоретического шпангоута; ΔL — шпация; x — расстояние от рассматриваемого сечения до теоретического шпангоута с номером k; знак «+» принимается в том случае, когда x отсчитывается в нос от теоретического шпангоута, с номером k, а знак «—» — в корму.

Ординаты и аппликаты поперечных сечений записывают в порядке их следования: от крайней нижней точки (притыкание шпангоута) до крайней верхней точки

(притыкание палубы) в ДП. Расположение сечений произвольно. В средней части корпуса их совмещают с теоретическими шпангоутами. Цилиндрическую вставку задают крайними (носовым и кормовым) сечениями. В районе штевней с более резким изменением формы корпуса, поперечные сечения задают чаще. Дополнительные сечения также необходимы в концах водонепроницаемых надстроек, включаемых в общий объем корпуса. В этом случае (рис. I.7, *б*) рассматривают два совмещаемых сечения (без надстроек и с надстройкой) с одинаковой абсциссой $x_i = x_{i+1}$ (или с двумя абсциссами, отличающимися на малую величину Δx).

Информацию о форме штевней и положении крайних точек водонепроницаемого корпуса вводят в виде координат точек на контуре оконечностей: носовую оконечность задают от крайней носовой точки до основной линии, кормовую — от крайней кормовой точки до основной.

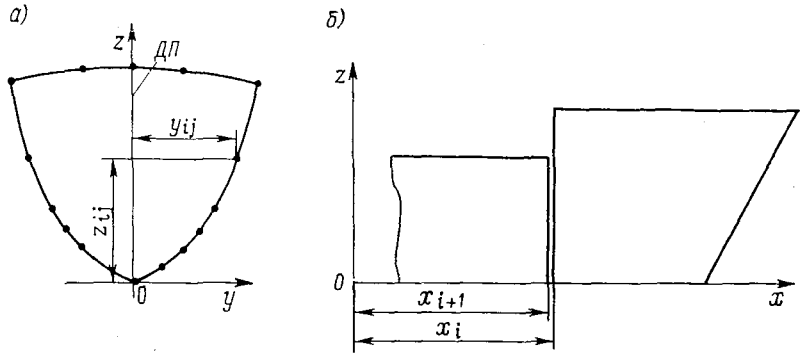


Рис. I.7. Расположение исходных точек на контуре поперечного сечения (*а*) и в концах водонепроницаемых надстроек (*б*).

Основную информацию о корпусе судна записывают сплошным массивом чисел, где признаком конца данных для одного сечения и начала для другого служит либо условная константа (например, число, значительно превышающее длину судна), либо нулевое значение ординаты y_{ij} последней точки сечения. При этом ординату $y_{ij} = 0$ первой точки (которая всегда находится на ДП) не записывают, а для промежуточных на сечении точек с $y_{ij} = 0$ пишут малое число (например, $y_{ij} = 0{,}001$), практически не влияющее на результат вычисления. Значения абсцисс x_i сечений заносят либо в начало массива координат точек каждого сечения, либо в виде отдельного массива. Начальные адреса ячеек ЭВМ для введения различных массивов чисел исходной информации указывают в инструкции к программам вычислений.

Помимо основной информации в программах по статике судна могут потребоваться дополнительные сведения (информация о выступающих частях и толщине обшивки корпуса, главных размерениях, плотности воды, положении марок углубления и т. д.). Все эти данные записывают в виде отдельных массивов.

Подготовку исходной информации ведут в табличной форме и только после тщательной проверки эти данные переносят на перфокарты. Перенос должен быть выполнен безошибочно, и его результат необходимо сверить с исходными данными. Проверку правильности записи данных обычно осуществляют путем сопоставления результатов вычислений с контрольными расчетами для случаев посадки, выполненными вручную по одному из приближенных способов.

Система координат. При программировании на ЭВМ используют полусвязанную систему координат $oxy_\theta z_\theta$ (рис. I.8), в результате поворота обычно принимаемой в статике судна системы координат $oxyz$ (см. § 1) на угол θ вокруг оси ox, так что ось oz_θ оказывается перпендикулярной к следу действующей ватерлинии на плоскость мидель-шпангоута при крене судна на угол θ, а ось oy_θ — параллельна этому следу. Переход к новой машинной системе координат осуществляется по формулам

$$y_\theta = y \cos\theta + z \sin\theta; \quad z_\theta = z \cos\theta - y \sin\theta.$$

Связь между параметрами посадки в системах координат $oxy_\theta z_\theta$ и $oxyz$ выражается зависимостями

$$T_\theta = T\cos\theta;\ \operatorname{tg}\psi_\theta = \operatorname{tg}\psi\cos\theta.$$

Переход к машинной системе координат выполняется самой ЭВМ и на подготовку исходной информации это влияния не оказывает.

Особенности вычислительного процесса. При выполнении расчетов по статике судна на ЭВМ используют точные формулы для вычисления характеристик элементар-

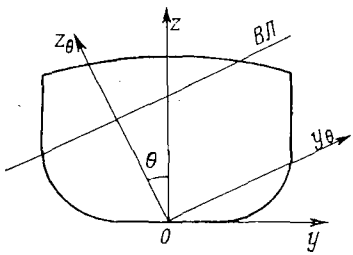


Рис. I.8. Система координат при программировании на ЭВМ

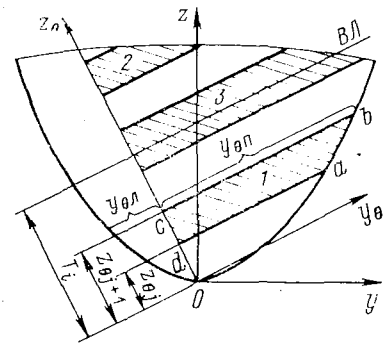


Рис. I.9. Определение элементов шпангоута на ЭВМ.

ных трапеций и последующего их суммирования. Рассмотрим определение элементов i-го шпангоута, погруженного по ватерлинию ВЛ (рис. I.9):

$$\Omega_{\theta i} = \int_{z_{\theta H}}^{z_{\theta B}} (y_{\theta п} - y_{\theta л})\, dz_\theta;$$

$$B_{\theta i} = \frac{1}{2}\int_{z_{\theta H}}^{z_{\theta B}} \left(y_{\theta п}^2 - y_{\theta л}^2\right) dz_\theta; \qquad C_{\theta i} = \int_{z_{\theta H}}^{z_{\theta B}} (y_{\theta п} - y_{\theta л})\, z_\theta\, dz_\theta,$$

где $z_{\theta н}$ и $z_{\theta в}$ — аппликаты крайней нижней точки шпангоута и следа наклонной ватерлинии; $y_{\theta п}$ и $y_{\theta л}$ — ординаты правой (положительной) и левой (отрицательной) ветвей шпангоута.

Разбивая заданное сечение на элементарные трапеции по точкам, принятым на контуре шпангоута, запишем точные формулы для вычисления площади $abcd$ и ее статических моментов

$$\Delta\Omega_{ij} = \frac{1}{2}(z_{\theta i,\, i+1} - z_{\theta ij})(y_{\theta i,\, j+1} - y_{\theta ij});$$

$$\Delta B_{ij} = \frac{1}{6}(z_{\theta i,\, j+1} - z_{\theta ij})\left(y_{\theta i,\, j+1}^2 + y_{\theta i,\, j+1} y_{\theta ij} + y_{\theta ij}^2\right);$$

$$\Delta C_{ij} = \frac{1}{6}(z_{\theta i,\, j+1} - z_{\theta ij})\left(2y_{\theta i,\, j+1} z_{\theta i,\, j+1} + y_{\theta i,\, j+1} z_{\theta ij} + y_{\theta ij} z_{\theta i,\, j+1} + 2y_{\theta ij} z_{\theta ij}\right). \qquad (I.10)$$

Тогда

$$\left.\begin{aligned}
\Omega_{\theta i} &= \sum_{j=1}^{n} \Delta\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} (z_{\theta i,\, j+1} - z_{\theta ij})(y_{\theta i,\, j+1} + y_{\theta ij});\\
B_{\theta i} &= \sum_{j=1}^{n} \Delta B_{ij} = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^{n} (z_{\theta i,\, j+1} - z_{\theta ij})\left(y^2_{\theta i,\, j+1} + y_{\theta i,\, j+1} y_{\theta ij} + y^2_{\theta ij}\right);\\
C_{\theta i} &= \sum_{j=1}^{n} \Delta C_{ij} = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^{n} (z_{\theta i,\, j+1} - z_{\theta ij})(2y_{\theta i,\, j+1} z_{\theta i,\, j+1} +\\
&\quad + y_{\theta i,\, j+1} z_{\theta ij} + y_{\theta ij} z_{\theta i,\, j+1} + 2y_{\theta ij} z_{\theta ij}).
\end{aligned}\right\} \quad (I.11)$$

Формулы (I.10) и (I.11) получены в результате разбивки трапеции *abcd* на два треугольника. Суммирование здесь распространяется только на все элементарные трапеции, лежащие ниже действующей ватерлинии. Для трапеции, пересекаемой ватерлинией ВЛ, необходимо предварительно путем линейной интерполяции определить ординату $y_{\theta i}$, соответствующую точкам пересечения следа ватерлинии с контуром шпангоута. При этом в зависимости от расположения трапеции относительно следа ватерлинии возможны различные варианты расчетных формул (см. рис. I.9).

Если трапеция полностью находится под действующей ватерлинией, то выполняются условия

$$\operatorname{sign}(T_{\theta i} - z_{\theta ij}) = \operatorname{sign}(T_{\theta i} - z_{\theta i,\, j+1});$$

$$T_{\theta i} - z_{\theta ij} \geqslant 0$$

и ее элементы могут быть вычислены по формуле (I.10).

Для трапеции, находящейся над ватерлинией, второе условие заменяется на

$$T_{\theta i} - z_{\theta ij} < 0,$$

элементы трапеции не вычисляются и процедура вычислений предусматривает переход к следующей трапеции.

Для пересекаемой ватерлинией трапеции выполняется неравенство

$$\operatorname{sign}(T_{\theta i} - z_{\theta ij}) \neq \operatorname{sign}(T_{\theta i} - z_{\theta i,\, j+1}),$$

при этом возможны два варианта второго условия:

а) трапеция расположена в левой части сечения и точка с номером ij находится выше, а точка с номером $i,\ j+1$ ниже следа ватерлинии ВЛ, тогда

$$T_{\theta i} - z_{\theta ij} < 0;$$

б) трапеция расположена в правой части сечения и точка ij находится ниже, а точка $i,\ j+1$ выше следа ватерлинии ВЛ, тогда

$$T_{\theta i} - z_{\theta ij} \geqslant 0. \quad (I.12)$$

В обоих вариантах при вычислениях учитывается только часть трапеции, лежащая ниже ватерлинии. Для этого необходимо в исходных формулах заменить аппликату верхней из исходных точек на $T_{\theta i}$ (в первом случае $z_{\theta ij}$, а во втором $z_{\theta i,\, j+1}$) а соответствующую абсциссу — на $y_{\theta i}$ (в первом случае $y_{\theta ij}$, а во втором $y_{\theta i,\, j+1}$).

Ординату ватерлинии устанавливают по интерполяционной формуле

$$y_{\theta i} = y_{\theta ij} + (T_{\theta i} - z_{\theta ij})\,\frac{y_{\theta i,\, j+1} - y_{\theta ij}}{z_{\theta i,\, j+1} - z_{\theta ij}}. \quad (I.13)$$

После суммирования элементов i-го шпангоута ЭВМ переходит к следующему шпангоуту. Признаком окончания операции для данного шпангоута служит совпадение координат смежных исходных точек ij и $i,\ j+1$.

Вычислив ординаты $y_{\theta i}$ для всех шпангоутов, можно определить элементы ватерлинии:

$$S_\theta = \int_{-L/2}^{L/2} (y_{\theta п} - y_{\theta л})\, dx; \qquad M_{x\theta} = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} (y_{\theta п}^2 - y_{\theta л}^2)\, dx;$$

$$M_{y\theta} = \int_{-L/2}^{L/2} (y_{\theta п} - y_{\theta л})\, x\, dx; \qquad I_{x\theta} = \frac{1}{3} \int_{-L/2}^{L/2} (y_{\theta п}^3 - y_{\theta л}^3)\, dx;$$

$$I_{y\theta} = \int_{-L/2}^{L/2} (y_{\theta п} - y_{\theta л})\, x^2\, dx; \qquad I_{xy\theta} = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} (y_{\theta п}^2 - y_{\theta л}^2)\, x\, dx.$$

Суммируя значения площадей, статических моментов и моментов инерции для сечений, расположенных в плоскости ватерлинии ВЛ, получаем

$$\left.\begin{aligned} S_\theta &= \sum_{i=1}^{N} s_{\theta i}; \quad M_{x\theta} = \sum_{i=1}^{N} m_{x\theta}; \quad M_{y\theta} = \sum_{i=1}^{N} m_{y\theta}; \\ I_{x\theta} &= \sum_{i=1}^{N} i_{x\theta}; \quad I_{y\theta} = \sum_{i=1}^{N} i_{y\theta}; \quad I_{xy\theta} = \sum_{i=1}^{N} i_{xy\theta}, \end{aligned}\right\} \qquad (I.14)$$

где

$$s_{\theta i} = \frac{1}{2}(x_i - x_{i+1})(y_{\theta i+1} - y_{\theta i});$$

$$m_{x\theta} = \frac{1}{6}(x_i - x_{i+1})(y_{\theta п i}^2 - y_{\theta п i} y_{\theta п i+1} + y_{\theta п i+1}^2 + y_{\theta л i}^2 - y_{\theta л i} y_{\theta л i+1} - y_{\theta л i+1}^2);$$

$$m_{y\theta} = \frac{1}{6}(x_i - x_{i+1})[y_{\theta i}(2x_i + x_{i+1}) + y_{\theta i+1}(2x_{i+1} + x_i)];$$

$$i_{x\theta} = \frac{1}{12}(x_i - x_{i+1})(y_{\theta п i}^3 + y_{\theta п i}^2 y_{\theta п i+1} + y_{\theta п i} y_{\theta п i+1}^2 + y_{\theta п i+1}^3 - y_{\theta л i}^3 -$$

$$- y_{\theta л i}^2 y_{\theta л i+1} - y_{\theta л i} y_{\theta л i+1}^2 - y_{\theta л i+1}^3);$$

$$i_{y\theta} = \frac{1}{12}(x_i - x_{i+1})[y_{\theta i}(3x_i^2 + 2x_i x_{i+1} + x_{i+1}^2) + y_{\theta i+1}(3x_{i+1}^2 + 2x_{i+1}x_i + x_i^2)];$$

$$i_{xy\theta} = \frac{1}{24}(x_i - x_{i+1})[(y_{\theta п i}^2 - y_{\theta л i}^2)(3x_i + x_{i+1}) +$$

$$+ 2(y_{\theta п i+1} y_{\theta п i} - y_{\theta л i+1} y_{\theta л i})(x_{i+1} - x_i) + (y_{\theta п i+1}^2 - y_{\theta л i+1}^2)(3x_{i+1} + x_i)].$$

Формулы (I.14) обобщают, используя символ sign, и записывают в виде

$$\left.\begin{aligned} S_\theta &= \sum_{i=1}^{N} \Delta x_i \sum_{j=1}^{n} [y_{\theta i} \operatorname{sign}(z_{\theta j+1} - z_{\theta j})]; \\ M_{x\theta} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \Delta x_i \sum_{j=1}^{n} [y_{\theta i}^2 \operatorname{sign}(z_{\theta j+1} - z_{\theta j})]; \\ M_{y\theta} &= \sum_{i=1}^{N} x_i \Delta x_i \sum_{j=1}^{n} [y_{\theta i} \operatorname{sign}(z_{\theta j+1} - z_{\theta j})]; \end{aligned}\right\} \qquad (I.15)$$

$$
\left.
\begin{aligned}
I_{x\theta} &= \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{N}\Delta x_i \sum_{j=1}^{n}\left[y_{\theta i}^3 \operatorname{sign}\left(z_{\theta j+1}-z_{\theta j}\right)\right];\\
I_{y\theta} &= \sum_{i=1}^{N} x_i^2\,\Delta x_i \sum_{j=1}^{n}\left[y_{\theta i} \operatorname{sign}\left(z_{\theta j+1}-z_{\theta j}\right)\right];\\
I_{xy\theta} &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} x_i\,\Delta x_i \sum_{j=1}^{n}\left[y_{\theta i}^2 \operatorname{sign}\left(z_{\theta j+1}-z_{\theta j}\right)\right],
\end{aligned}
\right\} \qquad (I.15)
$$

где $\Delta x_i = x_i - x_{i+1}$ определяются расстановкой поперечных сечений по длине судна.

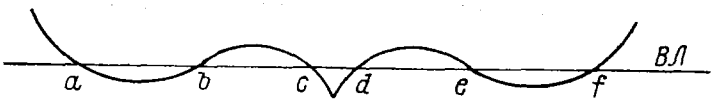


Рис. I.10. Контур сложного сечения, пересекаемый ватерлинией.

Контур сечения может иметь более двух точек пересечения с действующей ватерлинией. Поэтому одному и тому же номеру шпангоута i будет соответствовать несколько значений $y_{\theta i}$, знаки которых определяются соотношениями

$$\operatorname{sign} y_{\theta i} = \operatorname{sign}\left(z_{\theta i,\, j+1} - z_{\theta ij}\right),$$

где $z_{\theta i,\, j+1}$ и $z_{\theta ij}$ — аппликаты соседних исходных точек.

Для контура, изображенного на рис. I.10 и имеющего шесть точек пересечения, ординаты точек b, d и f будут положительными, а ординаты точек a, c и e — отрицательными.

Поскольку теоретический чертеж для стальных судов вычерчивают без учета толщины наружной обшивки, всю исходную информацию по описанию судовой поверхности пересчитывают с учетом поправок на некоторую усредненную толщину. Пересчет состоит в корректировке заданных координат точек в предположении, что между двумя точками контура поперечного сечения, аппроксимируемого отрезком ломаной линии, наружная поверхность обшивки сохраняется параллельной теоретической поверхности и отстоит от нее на расстоянии t средней толщины обшивки [20].

Пересчет производится по следующим формулам:

$$z_j' = z_j - t\cos\alpha_j; \qquad y_j' = y_j + t\sin\alpha_j \quad \text{при} \quad \alpha_j = \alpha_{j-1};$$

$$z_j' = z_j - t\left[\sin\left(\alpha_{j-1}-\alpha_j\right)\right]^{-1}\left(\sin\alpha_{j-1} - \sin\alpha_j\right);$$

$$y_j' = y_j - t\left[\sin\left(\alpha_{j-1}-\alpha_j\right)\right]^{-1}\left(\cos\alpha_{j-1} - \cos\alpha_j\right) \quad \text{при} \quad \alpha_j \neq \alpha_{j-1},$$

где y_i и z_j — исходные координаты; α_{j-1} и α_j —углы наклона соседних отрезков ломаной линии между точками $j-1$, j и $j+1$:

$$\sin\alpha_j = \frac{1}{r_j}\left(z_{j+1} - z_j\right); \qquad \sin\alpha_{j-1} = \frac{1}{r_{j-1}}\left(z_j - z_{j-1}\right);$$

$$\cos\alpha_j = \frac{1}{r_j}\left(y_{j+1} - y_j\right); \qquad \cos\alpha_{j-1} = \frac{1}{r_{j-1}}\left(y_j - y_{j-1}\right);$$

$$r_j = \sqrt{\left(z_{j+1}-z_j\right)^2 + \left(y_{j+1}-y_j\right)^2}; \qquad r_{j-1} = \sqrt{\left(z_j - z_{j-1}\right)^2 + \left(y_j - y_{j-1}\right)^2}.$$

Ординаты точек, лежащих в ДП не изменяются, а аппликаты пересчитываются по формулам

$$z_{\text{д}}' = z_{\text{д}} - t; \qquad z_{\text{п}}' = z_{\text{п}} + t,$$

где $z_{\text{д}}$ и $z_{\text{п}}$ — аппликаты точек, расположенных на днище и палубе.

Мелкие выступающие части задают приближенно величиной объема $v_{в.\,ч}$, момента этого объема $m_{в.\,ч}$ относительно плоскости мидель-шпангоута и ограничивающими точками: абсциссами $x_н$ и $x_к$ носовой и кормовой границ и аппликатами $z_н$ и $z_к$ нижней и верхней границ.

Объем $v_{в.\,ч}$ и момент $m_{в.\,ч}$ представляют строевой по шпангоутам выступающей части в виде площади трапеции и ее статического момента

$$v_{в.\,ч} = \frac{1}{2}(\omega'_н + \omega'_к)(x_н - x_к);$$

$$m_{в.\,ч} = \frac{1}{6}(x_н - x_к)[\omega'_к(x_н + 2x_к) + \omega'_н(x_к + 2x_н)],$$

где

$$\omega'_н = \frac{-2v_{в.\,ч}(x_н + 2x_к) + 6m_{в.\,ч}}{(x_н - x_к)^2}; \qquad \omega'_к = \frac{2v_{в.\,ч}(x_к + 2x_н) - 6m_{в.\,ч}}{(x_н - x_к)^2}.$$

Ординату ω'_i на i-м шпангоуте между $x_н$ и $x_к$ определяют линейной интерполяцией

$$\omega'_i = \omega'_н + (x_i - x_н)\frac{\omega'_к - \omega'_н}{x_к - x_н}. \qquad (I.16)$$

Тогда элементарный объем выступающей части между i-м и $(i+1)$-м сечениями и статический момент этого объема относительно плоскости мидель-шпангоута

$$v'_i = \frac{1}{2}(\omega'_i + \omega'_{i+1})(x_i - x_{i+1});$$

$$m'_i = \frac{1}{6}\left[\omega'_i\left(2x_i^2 - x_{i+1}^2 - x_i x_{i+1}\right) - \omega'_{i+1}\left(2x_{i+1}^2 - x_i^2 - x_i x_{i+1}\right)\right].$$

Если одно из сечений или оба лежат вне пределов выступающей части, соответствующие абсциссу и ординату строевой по формуле (I.16) заменяют по следующим правилам: при $x_{i+1} < x_н < x_i$ принимают $x_i = x_н$ и $\omega'_i = \omega'_н$, а при $x_{i+1} < x_к < x_i - x_{i+1} = x_к$ и $\omega'_{i+1} = \omega'_к$.

Элементарный объем v_i распределяют между сечениями i и $i+1$ таким образом, чтобы его момент m'_i остался неизменным. Этому условию отвечают следующие поправки к площадям i-го и $(i+1)$-го сечений:

$$\omega''_i = \frac{m'_i - v'_i x_{i+1}}{(x_i + x_{i+1})\Delta x_i}; \qquad \omega''_{i+1} = \frac{m'_i - v'_i x_i}{(x_{i+1} - x_i)\Delta x_{i+1}},$$

где Δx_i и Δx_{i+1} — коэффициенты формулы приближенного интегрирования для рассматриваемых сечений.

Учет выступающей части производят путем добавления величины ω'' к площади шпангоута для всех ватерлиний, лежащих выше $z_в$. В пределах между $z_н$ и $z_в$ каждую выступающую часть считают равномерно распределенной, а поправка $\omega''_i(z)$ к площади каждого сечения, учитывающая элементарный объем выступающей части для ватерлинии с аппликатой z, составляет

$$\omega''_i(z) = \omega''_i \quad \text{при} \quad z \geqslant z_н;$$

$$\omega''_i(z) = 0 \quad \text{при} \quad z < z_н;$$

$$\omega''_i(z) = \omega''_i\frac{z - z_н}{z_в - z_н} \quad \text{при} \quad z_н \leqslant z \leqslant z_в.$$

Суммируя поправки к площади i-го сечения с аппликатой z, получаем $\Delta\omega_i(z) = \sum \omega_i(z)$.

Контроль исходных данных. Наиболее трудоемкой и ответственной частью расчетов по статике судна на ЭВМ является подготовка и проверка исходной информации. Учитывая, что теоретический чертеж описывают 30—40 поперечными сечениями, каждое из которых задается 15—20 расчетными точками, общее количество

чисел достигает 1000—1500. При таком объеме информации возможны ошибки как при снятии ординат, так и при их записи в таблицы и вводе в ЭВМ. Часть из ошибок выявляют при распечатке исходных данных и сверке их с фактическими данными.

Один из эффективных способов состоит в выполнении контрольных расчетов водоизмещения судна для различных осадок (например, по грузовую ватерлинию и по верхнюю палубу) и построении соответствующих строевых по ватерлиниям. Если полученные кривые площадей шпангоутов имеют плавный характер, то отладку исходной информации можно прекратить. В противном случае (при наличии выбросов в строевой) контроль данных продолжают до полного исключения всех неточностей.

Используют и другие способы проверки исходной информации. Результаты расчета контролируют различными приемами: сопоставлением данных ручного и машинного счета, использованием приближенных зависимостей и др.

Наряду с быстродействующими ЭВМ в практике расчетов по статике судна широкое распространение получили настольные ЭВМ, позволяющие выполнять расчеты небольшого объема (контрольные варианты, оценка элементов и др.).

Глава II

ПЛАВУЧЕСТЬ

§ 5. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ПЛАВАЮЩЕЕ СУДНО

Плавучестью называют способность судна находиться в определенном положении относительно поверхности воды. Судно может плавать в полупогруженном положении по определенную ватерлинию и в полностью погруженном положении, находясь под свободной поверхностью. При оценке плавучести рассматривают две категории сил: силу тяжести и силу поддержания (рис. II.1). Сила тяжести D представляет собой результирующую всех действующих сил (корпуса, механизмов, грузов и т. п.). Сила тяжести приложена в ЦТ судна или в центре масс (точка G) и направлена вертикально вниз. Сила плавучести (сила поддержания) численно равна произведению плотности воды ρ на ускорение свободного падения g и погруженный объем V и является результирующей сил давления воды на погруженную часть корпуса судна. Точка приложения силы плавучести неопределенна (строго известна только линия ее действия), поэтому в теории плавучести и других разделах статики судна ее условно принимают расположенной в ЦТ подводного объема C_0 (центр величины). Для свободно плавающего судна сила плавучести направлена вертикально вверх.

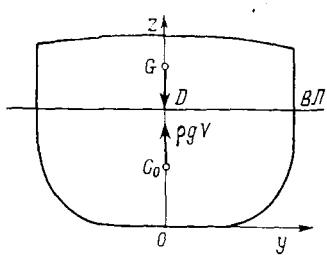


Рис. II.1. Силы, действующие на плавающее судно.

В соответствии с законом Архимеда сила плавучести уравновешивает силу тяжести ($D = \rho g V$). Равновесие наступает тогда, когда обе силы не только равны по величине, но и лежат на одной вертикали. Этому условию отвечают соотношения

$$D = \rho g V; \; x_g = x_c. \qquad (II.1)$$

Первое из соотношений (II.1) называют уравнением плавучести. Это уравнение широко используется в практике проектирования судов и позволяет проверить правильность предсказания осадки по данным расчетов нагрузки и объемного водоизмещения.

Условия равновесия судна с дифферентом, а также случай произвольной посадки (с креном и дифферентом) рассмотрены в § 7 и 8.

Силу тяжести D измеряют в килоньютонах, объем — в м^3.

Для пресной воды $\rho = 1000$ кг/м³. Изменение величины ρ (в кг/м³) характеризуют следующие данные:

Море	
Азовское	1008—1009
Балтийское:	
западная часть	1010—1015
заливы	1002—1005
Баренцево	1025—1026
Белое	1019—1026
Берингово	1021—1024
Каспийское:	
восточная часть	1011—1012
в устьях рек	1001
Охотское	1021—1025
Черное:	
в открытом море	1014—1016
в прибрежных районах	1013
Японское:	
центральная часть	1025—1027
в прибрежных районах	1021—1024

В океанах значение ρ изменяется в пределах 1025—1027 кг/м³. В зимние месяцы величина ρ увеличивается против указанной на 1—2 кг/м³.

В расчетах по статике морского судна принимают $\rho = 1025$ кг/м³.

Запасом плавучести называют дополнительное количество груза, которое судно может принять до полного погружения. Мерой запаса плавучести служит водонепроницаемый надводный объем.

Под эффективным запасом плавучести понимают количество груза, которое дополнительно может принять судно до предельного погружения, превышение которого опасно или недопустимо в рассматриваемой ситуации (погружение палубы в воду и резкое ухудшение мореходных качеств, начало заливания корпуса через неплотно закрытые отверстия, недопустимый дифферент и т. п.). Эффективный запас плавучести зависит от расположения принятого груза.

При характеристике водоизмещения морских судов выделяют типичные случаи нагрузки: водоизмещение порожнего судна, с полным грузом, а также с полным грузом и с 10 % запасов и др. Водоизмещение порожнего судна соответствует его нагрузке без груза, топлива, смазочного масла, балластной, пресной, котельной воды в цистернах, судовых запасов, а также без пассажиров, экипажа и их вещей. Водоизмещение с полным грузом соответствует нагрузке судна с полными запасами при выходе его в рейс. Водоизмещение с полным грузом, но с 10 % запасов топлива, масла, провизии и т. п. условно соответствует нагрузке судна при возвращении из рейса.

Разность между нагрузками судна с полным грузом и порожнего называют дедвейтом. Сила тяжести от всех грузов и пассажиров с багажом, перевозка которых является назначением судна, составляет полезную, или чистую грузоподъемность судна.

§ 6. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДВОДНОГО ОБЪЕМА СУДНА, ПЛАВАЮЩЕГО БЕЗ КРЕНА И ДИФФЕРЕНТА. СТРОЕВЫЕ ПО ШПАНГОУТАМ И ВАТЕРЛИНИЯМ. ГИДРОСТАТИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ

Подводный объем и координаты его ЦТ для судна, плавающего в прямом положении без крена и дифферента, характеризуют соотношения

$$V = 2\int_0^T \int_{-L/2}^{L/2} y\,dx\,dz = \int_0^T S\,dz = \int_{-L/2}^{L/2} \omega\,dx;$$

$$x_c = \frac{1}{V}\int_{-L/2}^{L/2} \omega x\,dx; \qquad y_c = 0; \qquad z_c = \frac{1}{V}\int_0^T Sz\,dz.$$

Входящие сюда определенные интегралы вычисляют по правилам приближенного интегрирования. Используя способ трапеций, имеем

$$\left.\begin{aligned} V &= \Delta L\left[\omega_0+\omega_1+\omega_2+\cdots+\omega_n-\frac{1}{2}(\omega_0+\omega_n)\right];\\ x_c &= \frac{(\Delta L)^2}{V}\left[(\omega_0-\omega_n)\frac{n}{2}+(\omega_1-\omega_{n-1})\left(\frac{n}{2}-1\right)+\right.\\ &\left.+(\omega_2-\omega_{n-2})\left(\frac{n}{2}-2\right)+\cdots+\left(\omega_{\frac{n}{2}-1}-\omega_{\frac{n}{2}+1}\right)-\frac{1}{2}(\omega_0-\omega_n)\,n\right];\\ z_c &= \frac{(\Delta T)^2}{V}\left(S_1+2S_2+3S_3+\cdots+mS_m-\frac{1}{2}mS_m\right), \end{aligned}\right\} \quad (II.2)$$

где $\Delta L = L/n$; $\Delta T = T/m$; ω_i и S_j ($i = 1, 2, ..., n$; $j = 1, 2, ..., m$) — площади шпангоутов и ватерлиний.

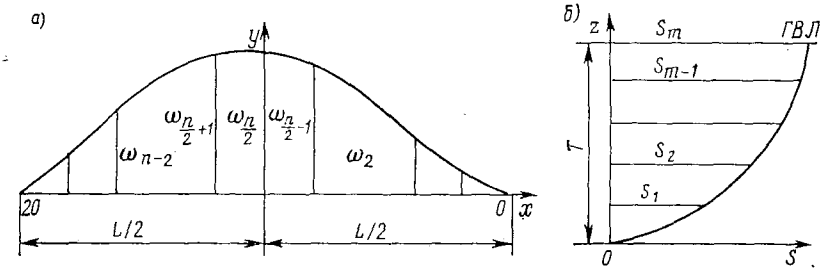


Рис. II.2. Строевые по шпангоутам (*а*) и ватерлиниям (*б*).

Для обычных морских судов число шпангоутов n принимают равным 21, а число ватерлиний m — не менее пяти. Нумерация шпангоутов — от носа к корме, нумерация ватерлиний — от основной плоскости к грузовой ватерлинии.

В случае необходимости уточнение результатов расчета по формулам (II.2) достигается за счет использования приведенных ординат.

При $S_0 \neq 0$ аппликату z_c определяют по способу Р. А. Матросова:

$$z_c = \frac{(\Delta T)^2}{V}\left\{S_1+2S_2+3S_3+\cdots+mS_m-\left[\frac{1}{6}(S_m-S_0)+\frac{m}{2}S_m\right]\right\}.$$

Объем и статические моменты выступающих частей (рули, винты, кронштейны гребных валов, наружная обшивка) учитывают отдельно, используя в каждом конкретном случае правило приближенного интегрирования, с учетом удобства и простоты вычислений.

Значение объемного водоизмещения и его распределение по длине и высоте судна характеризуют строевые по шпангоутам и ватерлиниям.

Строевая по шпангоутам (рис. II.2, *а*) представляет собой огибающую площадей шпангоутов в координатах x — ω, вычисленных для заданной (обычно по грузовой) ватерлинии. Площадь, ограниченная строевой, соответствует объемному водоизмещению, абсцисса ЦТ — величине x_c, а коэффициент полноты — значению φ. Строевая по ватерлиниям (рис. II.2, *б*) строится в координатах S — m. Площадь, ограниченная этой кривой и осью z, соответствует объемному водоизмещению, абсцисса ЦТ — величине z_c, а коэффициент полноты — значению χ.

Для оценки принятого (снятого) груза P иногда используют кривую $q = \rho g S/100$ (кН/см), построенную в координатах q — z и по виду напоминающую строевую по ватерлиниям. Изменение средней осадки устанавливают как $\Delta T = P/q$.

Гидростатические кривые или кривые элементов теоретического чертежа, представляют собой совокупность кривых D, V, x_c, z_c, S, x_f, I_x, I_{yf}, r, R, δ, α, β_M, изоб-

раженных графически в зависимости от осадки судна. Количество равноотстоящих ватерлиний, для которых производятся расчеты, соответствует их числу на теоретическом чертеже. Последняя ватерлиния проводится выше грузовой.

Кривые S, x_f, I_x, I_{yf} строят по результатам расчетов элементов ватерлиний (табл. II.1). Кривые V, x_c, z_c вычисляют как интегралы с переменным верхним пределом по схеме, указанной в табл. II.2. Метацентрические радиусы и коэффициенты полноты определяют по формулам

$$r_j = \frac{I_{xj}}{V_j}; \qquad R_j = \frac{I_{yfj}}{V_j}; \qquad \delta_j = \frac{V_j}{L_j B_j T_j}; \qquad \alpha_j = \frac{S_j}{L_j B_j}; \quad \beta_j = \frac{\omega_{мj}}{B_j T_j}.$$

Таблица II.1. **Вычисление элементов ватерлинии**

№ шп.	y	Множители	$(3)^2$	(2) (3)	(2) (4)	y^3
1	2	3	4	5	6	7
0		$\frac{n}{2}$				
1		$\frac{n}{2}-1$				
2		$\frac{n}{2}-2$				
. . .		. . .				
n		$-\frac{n}{2}$				
Суммы						
Поправки						
Исправленные суммы	$\Sigma_{исп}$ (2)	—	—	$\Sigma_{исп}$ (5)	$\Sigma_{исп}$ (6)	$\Sigma_{исп}$ (7)

$$S = 2\frac{L}{n}\Sigma_{исп}(2); \quad x_f = \frac{L}{n}\frac{\Sigma_{исп}(5)}{\Sigma_{исп}(2)}; \quad J_x = \frac{2}{3}\frac{L}{n}\Sigma_{исп}(7);$$

$$J_{yf} = 2\left(\frac{L}{n}\right)^3 \Sigma_{исп}(6) - Sx_f^2.$$

Примечание. Для повышения точности расчета целесообразно учитывать приведенные ординаты (см. § 3).

Общий вид гидростатических кривых показан на рис. II.3. Масштабы кривых выбирают исходя из обеспечения необходимой точности и удобства их использования в практических расчетах. При этом масштаб пар кривых x_c и x_f, а также z_c и r должен быть одинаковым и не менее чем 0,5 м в 1 см. Если кривые x_c и x_f пересекаются, то в точке пересечения кривая x_c имеет экстремум (максимум или минимум).

Все кривые равномерно распределяют по полю чертежа, при этом ось отсчета для величин δ, α и β целесообразно выбрать справа, а их масштаб принимать одинаковым.

Иногда значения r откладывают от z_c, с тем, чтобы получить кривую возвышения метацентра $z_m = r + z_c$ над основной линией. Совокупность кривых z_m и V называют метацентрической диаграммой, а зависимость $D = f(T)$ — грузовым размером.

Пример. Выполняется расчет гидростатических кривых по правилу трапеций для грузопассажирского судна $L = 110$ м, $B = 15{,}4$ м; $T = 5{,}64$ м; $H = 8{,}41$ м; $\Delta L = L/20$ м; $\Delta T = T/7$.

Таблица II.2. **Вычисление водоизмещения и координат центра величины**

№ ВЛ	S	$\sum_{\text{инт}}$ (2)	$V = \frac{\Delta T}{2}$ (3)	Sx_f	$\sum_{\text{инт}}$ (5)	$M_{yz} = \frac{\Delta T}{2}$ (6)	$x_c = \frac{(7)}{(4)}$	(1) (2)	$\sum_{\text{инт}}$ (9)	$M_{xy} = \frac{(\Delta T)^2}{2}$ (10)	$z_c = \frac{(11)}{(4)}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	S_0										
1	S_1										
2	S_2										
. . .	. . .										
m	S_m										

Для сокращения однотипных вычислений все расчеты приводятся применительно к грузовой ватерлинии.

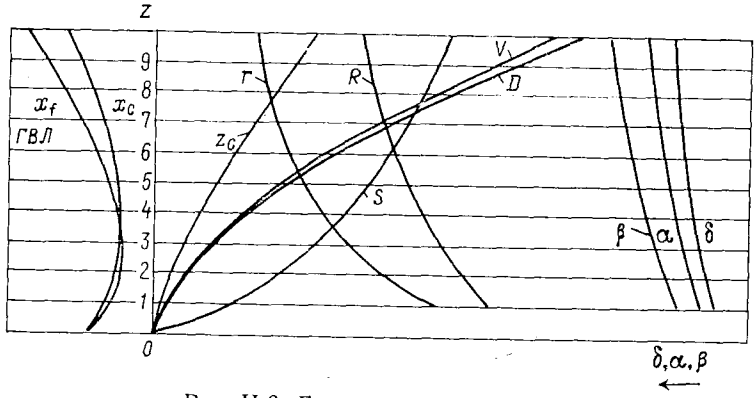


Рис. II.3. Гидростатические кривые.

Элементы ватерлинии:

$$S = 2\int_{-L/2}^{L/2} y\,dx \approx 2\,\Delta L\left[y_0 + y_1 + y_2 + \cdots + y_{20} - \frac{1}{2}(y_0 + y_{20})\right] = 1270 \text{ м}^2;$$

$$x_f = \frac{M_y}{S} = \frac{2}{S}\int_{-L/2}^{L/2} yx\,dx \approx \frac{2\,(\Delta L)^2}{S}\left[10\,(y_0 - y_{20}) + 9\,(y_1 - y_{19}) + \right.$$

$$\left. + 8\,(y_2 - y_{18}) + \cdots + (y_9 - y_{11}) - \frac{10}{2}(y_0 - y_{20})\right] = -4{,}53 \text{ м};$$

$$I_x = \frac{2}{3}\int_{-L/2}^{L/2} y^3\,dx \approx \frac{2}{3}\,\Delta L\left[y_0^3 + y_1^3 + y_2^3 + \cdots + y_{20}^3 - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\left(y_0^3 + y_{20}^3\right)\right] = 18{,}5\cdot 10^3 \text{ м}^4;$$

$$I_y = 2\int_{-L/2}^{L/2} yx^2\,dx \approx 2(\Delta L)^3\,[100(y_0+y_{20})+81(y_1+y_{19})+$$

$$+64(y_2+y_{18})+\cdots+(y_9+y_{11})-50(y_0+y_{20})] = 900\cdot 10^3 \text{ м}^4;$$

$$I_{yf} = I_y - Sx_f^2 = 880\cdot 10^3 \text{ м}^4.$$

В расчетах учтено, что для рассматриваемой ватерлинии $y_0 = 0$ и y_{20} — приведенная ордината.

Элементы подводного объема:

$$V = \int_0^T S\,dz \approx \Delta T\left[S_0+S_1+S_2+\cdots+S_7-\frac{1}{2}(S_0+S_7)\right] = 6000 \text{ м}^3;$$

$$x_c = \frac{M_{yz}}{V} = \frac{1}{V}\int_0^T M_y\,dz \approx \frac{\Delta T}{V}\left[M_{y_0}+M_{y_1}+\cdots+M_{y_7}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}(M_{y_0}+M_{y_7})\right] = -1{,}90 \text{ м};$$

$$z_c = \frac{M_{xy}}{V} = \frac{1}{V}\int_0^T Sz\,dz \approx \frac{(\Delta T)^2}{V}\left(S_1+2S_2+\cdots+6S_6+\frac{7}{2}S_7\right) = 3{,}36 \text{ м}.$$

Метацентрические радиусы:

$$r = \frac{I_x}{V} = \frac{18\,500}{6\,000} = 3{,}08 \text{ м}; \qquad R = \frac{I_{yf}}{V} = \frac{880\,000}{6\,000} = 146{,}6 \text{ м}.$$

Коэффициенты полноты:

$$\delta = \frac{V}{LBT} = \frac{6\,000}{110\cdot 15{,}4\cdot 5{,}64} = 0{,}628; \qquad \alpha = \frac{S}{LB} = \frac{1270}{110\cdot 15{,}4} = 0{,}749;$$

$$\beta = \frac{\omega_м}{BT} = \frac{74}{15{,}4\cdot 5{,}64} = 0{,}852,$$

где $\omega_м = 2\int_0^T y\,dz \approx 2\,\Delta T\left[y_0+y_1+y_2+\cdots+y_7-\frac{1}{2}(y_0+y_7)\right] \approx 74$ м².

Повторяя приведенные выше вычисления для всех ватерлиний в заданном диапазоне, можно установить текущие значения элементов теоретического чертежа и построить гидростатические кривые. При этом расчет кривых $V(z)$, $x_c(z)$, $z_c(z)$ ведется по схеме определения интеграла с переменным верхним пределом.

§ 7. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДВОДНОГО ОБЪЕМА СУДНА, ПЛАВАЮЩЕГО С ДИФФЕРЕНТОМ. МАСШТАБ БОНЖАНА И ДИАГРАММЫ ДИФФЕРЕНТА

Для определения водоизмещения и абсциссы x_c судна с дифферентом используют различные диаграммы, построенные на основании материалов систематических расчетов. Одним из наиболее распространенных видов графического изображения данных является **масштаб Бонжана**, представляющий собой совокупность интегральных кривых $\omega(z)$ площадей шпангоутов (рис. II.4). Построение ведется для 21 теоретического шпангоута по результатам вычислений значений $\omega(z)$ по верхнюю водонепроницаемую палубу (табл. II.3).

По масштабу Бонжана легко вычислить водоизмещение V и абсциссу x_c. Для этого по заданным осадкам носом и кормой необходимо прочертить наклонную ватерлинию и отметить точки ее пересечения с перпендикулярами, соответствующими положению шпангоутов. Площади шпангоутов ω_i снимаются по горизонтали и представляют собой расстояния от ватерлинии до соответствующей интегральной кривой. Подставляя значения ω_i в первые две формулы (II.2), находят V и $x_c = M_{yz}/V$ (табл. II.4).

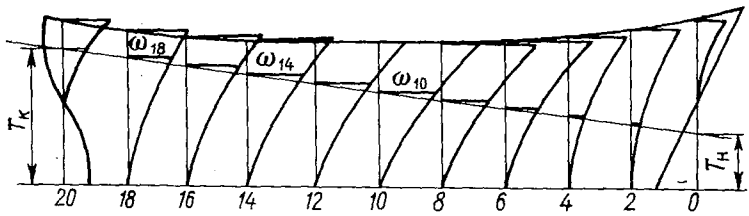


Рис. II.4. Масштаб Бонжана.

Таблица II.3. **Вычисление кривой ω (z) при построении масштаба Бонжана**

№ ВЛ	y	Σ инт (2)	$\omega = \Delta T$ (3)
1	2	3	4
0 1 2 . . . m	y_m		ω_m
Верхняя палуба	$y_{ВП}$	$\Delta\omega = \Delta T\,(y_m + y_{ВП})$	$\omega_{ВП} = \omega_m + \Delta\omega$
Полная площадь	0	$\Delta\omega_f = \frac{2}{3} f y_{ВП}$	$\omega_П = \omega_{ВП} + \Delta\omega_f$

Примечание. ΔT — возвышение верхней палубы над m-й ватерлинией; $f = 1/50B$ — погибь бимса.

С помощью масштаба Бонжана можно вычислить аппликату $z_c = M_{xy}/V$, поскольку $M_{xy} = \int_{-L/2}^{L/2} \omega z_\omega \, dx$, но обычно такие расчеты не производят. Масштаб Бонжана используют также для определения элементов подводного объема судна, находящегося на волнении.

Задавая различные значения осадок носом и кормой и выполняя систематические расчеты водоизмещения и статического момента по масштабу Бонжана, можно построить диаграммы дифферента. В практических расчетах, связанных с оценкой плавучести, широкое распространение получили диаграммы Фирсова и Петерсена.

Диаграмма Фирсова содержит кривые постоянных значений V и x_c в координатах $T_н$ — $T_к$ и может быть использована для решения задач плавучести и непотопляемости (рис. II.5). Заданным значениям осадок носом и кормой на диаграмме соответствует расчетная точка, для которой путем интерполяции устанавливают искомые величины V и x_c.

Таблица II.4. **Вычисление водоизмещения и абсциссы ЦВ по масштабу Бонжана**

№ шп.	Множители	ω	(2) (3)
1	2	3	4
0	$\frac{n}{2}$		
1	$\frac{n}{2}-1$		
2	$\frac{n}{2}-2$		
. . .	. . .		
n	$-\frac{n}{2}$		
Суммы	—		
Поправки	—		
Исправленные суммы	—		

$$V = \frac{L}{n}\Sigma_{\text{исп}}(3) + \Delta V; \quad x_c = \frac{\Sigma_{\text{исп}}(4) + \Delta M}{\Sigma_{\text{исп}}(3) + \Delta V}$$

Примечание. ΔV и ΔM — объем выступающих частей ниже ватерлинии и его момент относительно миделя.

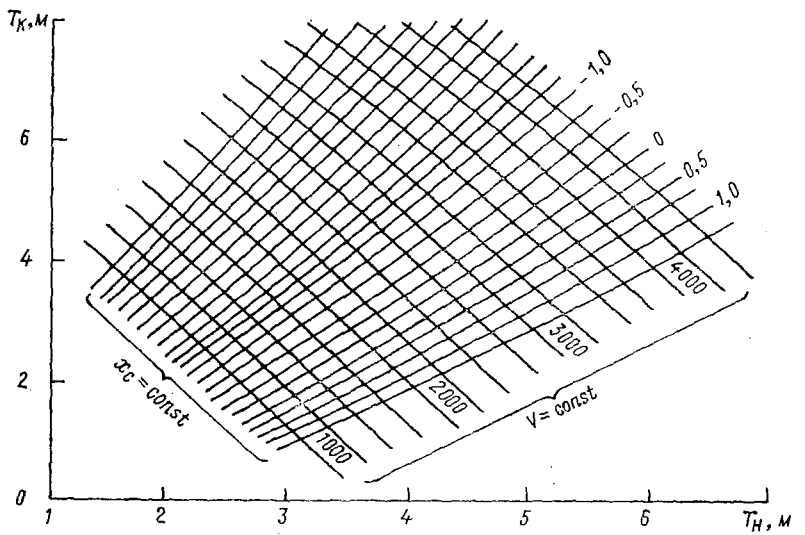


Рис. II.5. Диаграмма Г. А. Фирсова.

Построение диаграммы Фирсова ведут на основании расчетов по масштабу Бонжана, вычерченному с учетом наружной обшивки и других выступающих частей, и нанесенным на нем маркам углубления носом и кормой. Сначала по схеме, указанной в табл. II.4, вычисляют значения V и x_c для принятых осадок носом и кормой в диапазоне возможного их изменения в условиях эксплуатации. Результаты расчетов представляют в виде диаграммы в координатах $T_н$ (ось абсцисс) — V и x_c (ось ординат), на которой наносят два семейства кривых V и x_c для постоянных значений осадок кормой $T_к$. Далее на этой диаграмме проводят горизонтальные прямые, соответствующие различным V и x_c, и отмечают точки пересечения этих прямых с кривыми $T_к = \text{const}$. Каждая точка пересечения характеризуется определенными значениями осадок носом и кормой. На основной диаграмме эти данные позволяют построить кривые $V = \text{const}$ и $x_c = \text{const}$.

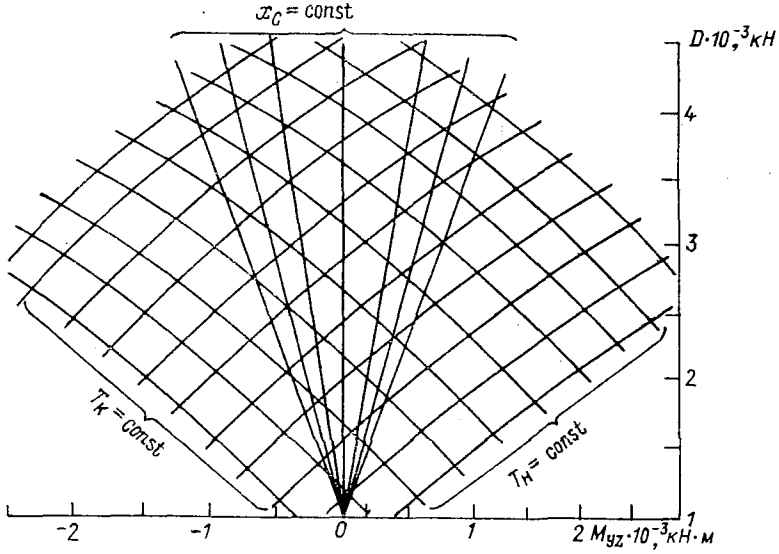


Рис. II.6. Диаграмма Петерсена.

Диаграмма Петерсена содержит кривые постоянных значений осадок носом и кормой в координатах V — M_{yz} (рис. II.6). Диаграмму дополняют лучами, проведенными из начала координат под различными углами к оси ординат. Тангенс угла наклона этих лучей представляет собой отношение M_{yz}/V и равен абсциссе x_c. Исходными данными при построении диаграммы Петерсена служат описанные выше результаты систематических расчетов по масштабу Бонжана. Различие состоит лишь в том, что в этом случае не требуется вспомогательных построений для нахождения осадок носом и кормой при $V = \text{const}$ и $x_c = \text{const}$.

Диаграмма Фирсова может быть использована в расчетах непотопляемости для построения предельной линии погружения. Иногда диаграмма Фирсова дополняется сеткой значений x_c и r, позволяющих вести более строгую оценку начальной остойчивости с учетом дифферента.

Оценка посадки судна с дифферентом производится и при изменении солености воды. Расчетные формулы для вычисления приращений средней осадки и координат ЦВ в этом случае имеют вид

$$\Delta T = -\frac{\Delta\rho}{\rho^2}\frac{D}{S}; \qquad \Delta x_c = -\frac{\Delta\rho}{\rho}(x_f - x_c); \qquad \Delta z_c = -\frac{\Delta\rho}{\rho}(T - z_c),$$

где $\Delta\rho > 0$ при переходе из пресной воды в соленую.

Уравнения равновесия судна с дифферентом

$$D = \rho g V; \qquad x_g = x_c; \qquad x_c - x_g = (z_g - z_c)\,\mathrm{tg}\,\psi.$$

§ 8. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДВОДНОГО ОБЪЕМА СУДНА, ПЛАВАЮЩЕГО С КРЕНОМ И ДИФФЕРЕНТОМ. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ КРИВЫЕ В. Г. ВЛАСОВА. ПРИБЛИЖЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ПЛАВУЧЕСТИ СУДНА БЕЗ КРЕНА И ДИФФЕРЕНТА

Подводный объем и координаты ЦВ для судна, имеющего произвольную посадку, вычисляют с помощью интегральных кривых ω, b и c, характеризующих половину погруженной части площади шпангоута по горизонтальную ватерлинию и статические моменты осей oy и oz (рис. II.7):

$$\omega = \int_0^z y\,dz; \qquad b = \frac{1}{2}\int_0^z y^2\,dz; \qquad c = \int_0^z yz\,dz.$$

Интегральные кривые В. Г. Власова вычисляют для каждого теоретического шпангоута по схеме, приведенной в табл. II.5.

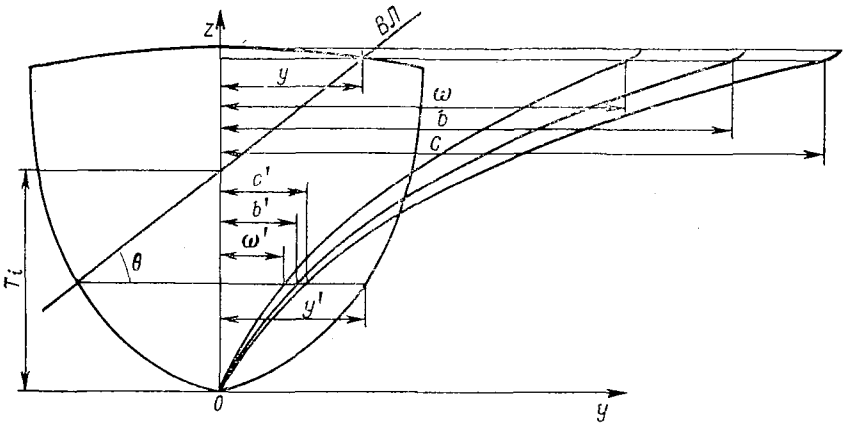


Рис. II.7. Интегральные кривые В. Г. Власова.

Для определения подводного объема V и координат x_c, y_c и z_c судна, плавающего с креном и дифферентом, необходимо сначала установить след ватерлинии на контуре шпангоута. Положение произвольной ватерлинии задают осадкой на миделе $T_м$ и углами крена θ и дифферента ψ. Осадка i-го шпангоута, находящегося на расстоянии x_i от миделя, будет равна $T_i = T_м + x_i \operatorname{tg}\psi$, а отсекаемую ватерлинией ВЛ с параметрами $T_м$, θ, ψ погруженную площадь шпангоута и ее статические моменты относительно осей oy и oz вычисляют по формулам

$$\Omega_i = \omega_i + \omega_i' - \frac{1}{2}\left[y_i^2 - (y_i')^2\right] \operatorname{tg}\theta;$$

$$B_i = b_i - b_i' - \frac{1}{6}\left[y_i^3 + (y_i')^3\right] \operatorname{tg}\theta;$$

$$C_i = c_i + c_i' - \frac{1}{2} T_м \operatorname{tg}\theta \left[y_i^2 - (y_i')^2\right] -$$

$$- \frac{1}{2} x_i \left[y_i^2 - (y_i')^2\right] \operatorname{tg}\theta \operatorname{tg}\psi - \frac{1}{3}\left[y_i^3 + (y_i')^3\right] \operatorname{tg}^2\theta.$$

Таблица II.5. **Вычисление интегральных кривых В. Г. Власова**

№ ВЛ	y	$\sum$инт (2)	$\omega = \frac{\Delta T}{2}$ (3)	$y^2 = (2)^2$	$\sum$инт (5)	$b = \frac{\Delta T}{4}$ (6)	(1) (2)	$\sum$инт (8)	$c = \frac{(\Delta T)^2}{2}$ (9)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0 1 2 . . . m	y_m		ω_m	y_m^2		b_m			c_m
Верхняя палуба у борта	$y_{ВП}$	$\Delta\omega = \frac{\Delta T'}{2}(y_m + y_{ВП})$	$\omega_{ВП} = \omega_m + \Delta\omega$	$\Delta b = \Delta T'(y_m^2 + y_{ВП}^2)$		$b_{ВП} = b_m + \Delta b$	$\Delta c = \frac{\Delta T'}{2} \times (y_{ВП}H + y_m m\Delta T)$		$c_{ВП} = c_m + \Delta c$
Верхняя палуба у ДП	0	$\Delta\omega_f = \frac{2}{3} f y_{ВП}$	$\omega_П = \omega_{ВП} + \Delta\omega_f$	$\Delta b_f = \frac{1}{4} f y_{ВП}^2$		$b_П = b_{ВП} + \Delta b_f$	$\Delta c_f = \left(H + \frac{2}{5} f\right)\Delta\omega_f$		$c_П = c_{ВП} + \Delta c_f$

Примечание. Через $\Delta T'$ и f обозначены те же величины, что и в табл. II.4

Интегрируя по длине, находят искомые значения водоизмещения и координат ЦВ:

$$V = \int_{-L/2}^{L/2} \Omega\, dx; \quad x_c = \frac{1}{V} \int_{-L/2}^{L/2} \Omega x\, dx; \quad y_c = \frac{1}{V} \int_{-L/2}^{L/2} B\, dx; \quad z_c = \frac{1}{V} \int_{-L/2}^{L/2} C\, dx.$$

Схема вычислений указанных элементов аналогична рассмотренной для судна, плавающего на ровный киль.

Уравнения равновесия судна при наличии крена и дифферента имеют вид

$$D = \rho g V; \qquad y_c - y_g = (z_g - z_c)\,\mathrm{tg}\,\theta; \qquad x_c - x_g = (z_g - z_c)\,\mathrm{tg}\,\psi.$$

Определение элементов плавучести. Для оценки элементов плавучести по заданным главным размерениям и коэффициентам полноты используют различные приближенные формулы, полученные либо теоретически путем замены судовых обводов аналитическими зависимостями, либо на основе статистического анализа. Ниже приведены формулы для вычисления координат x_c и z_c, абсциссы x_f, а также метацентрических радиусов r и R.

Положение ЦВ по длине.

1. По В. Г. Власову абсцисса ЦВ может быть выражена в зависимости от объемов носовой $V_н$ и кормовой $V_к$ частей корпуса (считая от миделя), площади мидель-шпангоута $\omega_м$ и от коэффициента продольной полноты φ, т. е. $x_c = \frac{0{,}314}{\varphi} \times \frac{V_н - V_к}{\omega_м}$.

2. По Норману $x_c = 0{,}45\,(V_н - V_к)/\omega_м$.

Положение ЦВ по высоте $z_c = a_1 T$.

1. По В. Г. Власову ($\chi < 0{,}85$) $a_1 = 0{,}372 + (0{,}168/\chi)$.

2. По Норману $a_1 = (2{,}5 - \chi)/3$.

Положение ЦТ площади ватерлинии по длине.

1. По В. Г. Власову $x_f = \frac{0{,}314}{\alpha} \frac{S_н - S_к}{B}$, где $S_н$ и $S_к$—площади носовой и кормовой части ватерлинии, считая от мидель-шпангоута.

2. По Норману $x_f = 0{,}45\,(S_н - S_к)/B$.

Поперечный метацентрический радиус $r = a_2 B^2/T$.

1. По В. Г. Власову $a_2 = (1/\delta)(0{,}0902\alpha - 0{,}0200)$.

2. По Норману $a_2 = (1/\delta)(0{,}008 + 0{,}0745\alpha^2)$ или $a_2 = (1/12\delta)(0{,}720\alpha + 0{,}292)$.

Продольный метацентрический радиус $R = a_3 L^2/T$.

1. По В. Г. Власову $a_3 = (1/\delta)(0{,}1070\alpha - 0{,}0378)$.

2. По Норману $a_3 = (1/\delta)(0{,}008 + 0{,}077\alpha^3)$.

Используются и другие приближенные формулы, предложенные различными авторами, описание которых можно найти в работах по проектированию судов.

§ 9. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ПЛАВУЧЕСТИ ДВУХКОРПУСНЫХ И МНОГОКОРПУСНЫХ СУДОВ, ПЛАВУЧИХ ДОКОВ И ПЛАВУЧИХ БУРОВЫХ УСТАНОВОК

При расчете элементов статики судов с двумя и более корпусами (катамараны, некоторые типы судов на воздушной подушке, суда технического флота и др.), а также плавучих доков и плавучих буровых установок вычислительные схемы имеют некоторые отличия.

Рассмотрим сначала **особенности расчета двухкорпусных судов** (рис. II.8). Пусть крыша туннеля, образованного между двумя корпусами, имеет плоский участок, параллельный основной плоскости. Ватерлиния ВЛ$_m$, проходящая через этот участок, разделяет корпус на две части: нижнюю, состоящую из двух корпусов, и верхнюю, представляющую собой надводную часть обычного судна. На границе раздела кривые элементов плавучести претерпевают изменения в виде скачка или излома. Обозначим через Y ординату поверхности корпуса до наружного борта, а че-

рез y — до внутреннего. Тогда площадь ватерлинии S, расположенной ниже ВЛ$_m$, может быть вычислена как разность площадей S' и s между внешними и внутренними бортами:

$$S' = 2\int_{-L/2}^{L/2} Y\,dx; \qquad s = 2\int_{-L/2}^{L/2} y\,dx; \qquad S = S' - s.$$

Аналогично вычисляют статические моменты M_y и момент инерции относительно продольной центральной оси I_x:

$$M'_y = 2\int_{-L/2}^{L/2} Yx\,dx; \qquad m_y = 2\int_{-L/2}^{L'2} yx\,dx; \qquad M_y = M'_y - m_y;$$

$$I_x = \frac{2}{3}\int_{-L/2}^{L/2} Y^3\,dx; \qquad i_x = \frac{2}{3}\int_{-L/2}^{L/2} y^3\,dx; \qquad I_x = I'_x - i_x.$$

Момент инерции I_{yf} определяют с учетом перехода к параллельной оси, проходящей через ЦТ площади ватерлинии:

$$I'_y = 2\int_{-L/2}^{L/2} Yx^2\,dx; \qquad i_y = 2\int_{-L/2}^{L/2} yx^2\,dx;$$

$$I_{yf} = I'_y - i_y - (S' - s)\,x_f^2,$$

где $x_f = \dfrac{M'_y - m_y}{S' - s}$.

Полученные таким образом определенные интегралы вычисляют по правилам приближенного интегрирования. Для этого участок интегрирования от основной

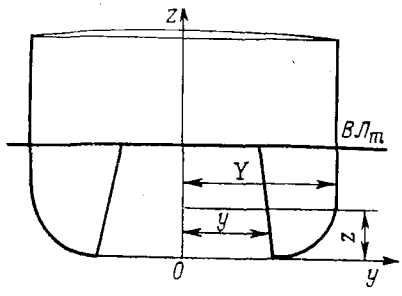


Рис. II.8. К расчету плавучести двухкорпусных судов.

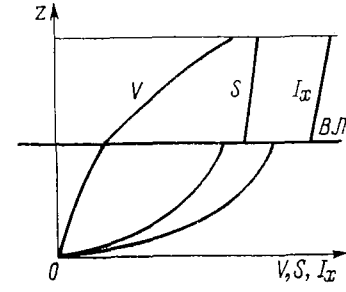


Рис. II.9. Кривые V, S и I_x двухкорпусного судна.

плоскости до ватерлинии ВЛ$_m$ разбивается на m равных частей. Такой же интервал ΔT сохраняют и для ватерлиний, расположенных выше ВЛ$_m$. При осадке, соответствующей ватерлинии ВЛ$_m$, площадь ватерлинии, а следовательно, и другие ее элементы изменяются скачком, в то время как интегральные кривые (подводный объем и координаты ЦВ) будут иметь излом (рис. II.9).

Особенности расчетных схем водоизмещения и координат ЦВ (табл. II.6) заключаются в том, что при вычислении интегральных сумм в районе резкого изменения формы корпуса (ватерлиния ВЛ$_m$) результат записывают дважды: для нижнего участка, где площадь ватерлинии равна $S_m = S'_m - s_m$, и для верхнего участка, в котором $s_m = 0$ и площадь ватерлинии $S_{mn} = S'_m$.

Таблица II.6. **Вычисление водоизмещения и координат ЦВ двухкорпусных судов**

№ ВЛ	№ S	$\sum$ инт (2)	$V = \frac{\Delta T}{2}$ (3)	$M_y = Sx_f$	$x_c = \frac{\Delta T}{2}$ (5) (4)	(1) (2)	$\sum$ инт (7)	$z_c = \frac{(\Delta T)^2}{2}$ (8) (4)
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0 1 2 . . . m	S_m		V_m	M_{y_m}	x_{c_m}	mS_m		z_{c_m}
mn	S_{mn}	—	—	$M_{y_{mn}}$	—	mS_{mn}	—	—
$m+1$ $m+2$ и т. д.								

Интегральные кривые ω, b и c на участке до ватерлинии ВЛ$_m$ рассчитывают по формулам

$$\omega = \int_0^z (Y - y)\,dz; \qquad b = \frac{1}{2}\int_0^z (Y^2 - y^2)\,dz; \qquad c = \int_0^z (Y - y)\,z\,dz.$$

На участке выше ватерлинии ВЛ$_m$ ордината $y = 0$ и вычислительная схема упрощается (табл. II.7). В месте резкого изменения формы корпуса (ватерлиния ВЛ$_m$) интегральные кривые ω, b и c имеют излом.

Таблица II.7. **Схема вычисления интегральных кривых В. Г. Власова для двухкорпусных судов**

№ ВЛ	Y	y	$\xi = (2)-(3)$	$\sum$ инт (4)	$\omega = \frac{\Delta T}{2}$ (5)	$\eta = (2)^2-(3)^2$	$\sum$ инт (7)	$b = \frac{\Delta T}{4}$ (8)	$\zeta = (1)(4)$	$\sum$ инт (10)	$c = \frac{(\Delta T)^2}{2}$ (11)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0 1 2 . . . m											
mn				—	—		—	—		—	—
$m+1$ $m+2$ и т. д.											

Значения метацентрических радиусов определяют по обычным формулам.

Если крыша туннеля не имеет плоского участка и выполнена в форме свода, то ватерлиния ВЛ$_m$ оказывается касательной к верхней образующей свода и ордината y потерянной площади s плавно обращается в нуль при осадке по ватерлинию ВЛ$_m$. Кривые элементов площадей ватерлиний при этом не будут иметь уступа, и интегральные суммы вычисляют по обычным схемам.

Если верхняя образующая свода туннеля имеет форму кривой или располагается наклонно по отношению к основной плоскости, так что высота свода у разных шпангоутов различна, то расчет начинают с построения интегральных кривых ω, b и c, при вычислении которых учитывают особенности формы отдельных шпангоутов. Кривые водоизмещения и координаты ЦВ определяют с помощью интегральных кривых. Элементы площадей ватерлиний ниже крыши свода вычисляют для равноотстоящих ватерлиний вплоть до ватерлинии ВЛ$_m$, для ватерлиний выше крыши свода от ВЛ$_m$ — как для однокорпусного судна. Значения ординат кривых элементов ватерлиний на переходном участке находят с учетом местных особенностей обводов корпуса судна специальным расчетом.

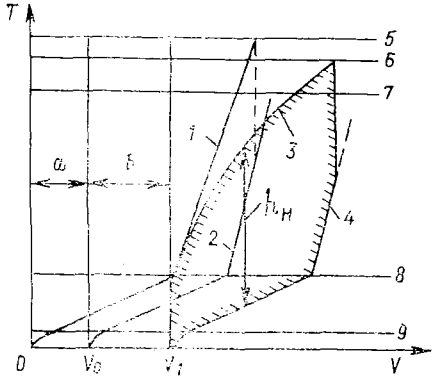


Рис. II.10. Диаграмма затопления плавучего дока.

1 — грузовой размер дока; *2* — грузовой размер балласта дока без судна; *3* — грузовой размер судна; *4* — грузовой размер балласта дока с поднятым судном; *б* — предельная глубина погружения; *6* — ватерлиния всплытия судна; *7* — палуба безопасности; *8* — стапель-палуба; *9* — верхняя кромка килеватости; *а* — водоизмещение дока; *b* — водоизмещение судна; $h_н$ — напор.

Расчеты плавучести плавучих доков сводятся к построению диаграммы всплытия-погружения (диаграмма затопления) в координатах $V - T$ (рис. II.10). Все вычисления в этом случае укладываются в простую схему, не требующую пояснений, поскольку конструкция обычных двухбашенных доков представляет собой сочетание прямолинейных обводов. На диаграмме изображают следующие зависимости: грузовые размеры дока и балласта (без судна), а также грузовые размеры судна и дока с поднятым судном. Характерными точками являются осадки, соответствующие предельной глубине погружения, ватерлинии всплытия, палубе безопасности и стапель-палубе, а также верхней кромке килеватости днища дока.

Необходимое количество балласта для погружения дока от осадки T_0 до T находят как разность абсцисс, определяющих водоизмещение дока при этих осадках. Напор $h_н$, обеспечивающий в каждый момент естественное затопление дока (самотеком), устанавливают как разность ординат точек пересечения с кривыми *1—2* или *3—4* перпендикуляра, восстановленного к оси абсцисс из точки на этой оси при заданном водоизмещении дока. Полезная работа насосов для откачки балласта пропорциональна площади, заключенной между кривыми *1* и *2* или между кривыми *1—3* и *4* и ограниченной штриховыми линиями на рис. II.10.

Вычисление элементов статики плавучих буровых установок не укладывается в стандартные расчетные схемы из-за существенного отличия корпусов этих сооружений от обычных судовых обводов. Погруженную в воду часть плавучих буровых установок целесообразно рассматривать как совокупность водоизмещающих пространственных элементов. Все элементы разбивают на две группы: стандартные элементы, генерация формы которых достигается при минимальном количестве исходных данных (для цилиндра — диаметр и длина; для понтона — длина, ширина, высота; для понтона с подрезом — угол наклона и т. д.) и нестандартные элементы, форму которых задает конструктор при подготовке исходных данных.

Информацию о форме погруженной поверхности сооружения представляют в виде описания элементов конструкции в собственной системе координат и описания

расположения этого элемента в пространстве в основной системе координат (рис. II.11).

Расчеты плавучести состоят в определении объемных характеристик погруженных элементов и площади ватерлинии, образуемой совокупностью площадей отдельных элементов, пересекаемых поверхностью воды при фиксированных параметрах посадки сооружения.

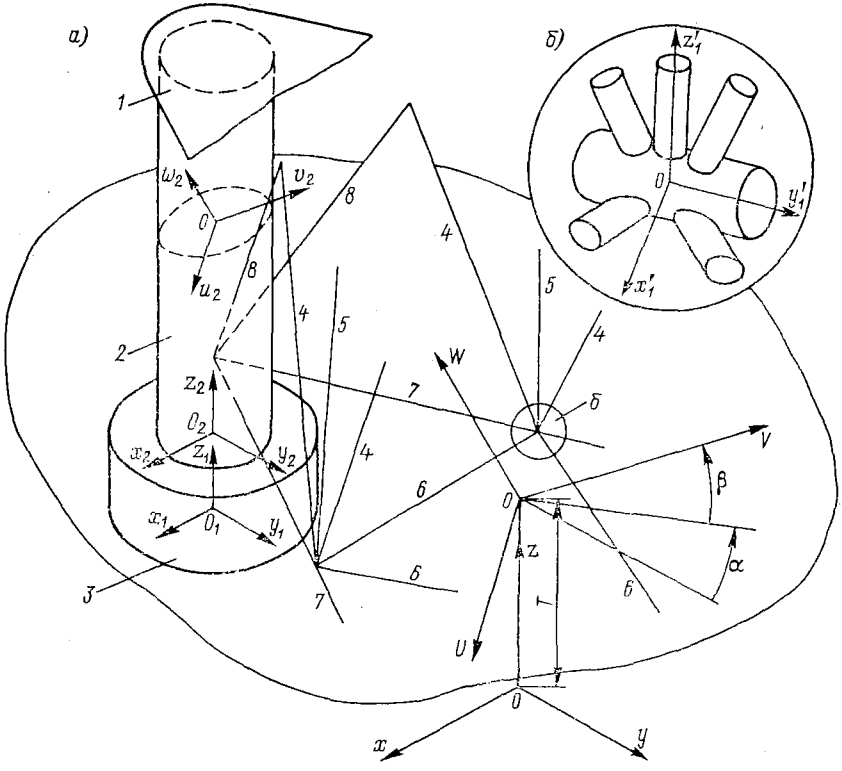


Рис. II.11. Фрагмент полупогруженной плавучей буровой установки, опирающейся на три стабилизирующие колонны (*а*) и узел соединения раскосов (*б*) (нестандартный элемент).

1 — платформа; *2* — стабилизирующая колонна; *3* — цилиндрический понтон; *4*, *5*, *8* — пространственно расположенная система раскосов, перевязанных в горизонтальной плоскости раскосами *6* и *7*; xyz — основная система координат, начало которой принято в геометрическом центре установки, а плоскость xoy совпадает с основными плоскостями понтонов *3*; $x_iy_iz_i$ — собственная система координат i-го элемента, ось o_iz_i которой совпадает с осью цилиндра; UVW — система координат плоскости ватерлинии, положение которой определяется осадкой T, направлением наклонения α и углом наклонения β; $u_iv_iw_i$ — система координат плоскости ватерлинии i-го элемента, положение которой в собственной системе координат определяется осадкой T_i, направлением наклонения α_i и углом наклонения β_i.

Элементы подводного объема и площади ватерлинии водоизмещающей пространственной конструкции могут быть вычислены по схеме, разработанной В. Г. Железняком и Л. Б. Благовидовым:

1. Пространственную водоизмещающую конструкцию расчленяют на элементарные конструкции и группируют их по типам.

2. Каждую элементарную конструкцию описывают в собственной системе координат или координатами опорных точек, заданных на расчетных шпангоутах, или в соответствии с требованиями подпрограмм расчета конструкции данного типа

3. Для каждого элемента описывают взаимосвязь собственной системы координат с основной и задают дополнительные данные, необходимые в расчетах по статике судна.

4. Фиксируют расчетное значение осадки, углов крена и дифферента в основной системе координат.

5. Для каждого элемента конструкции определяют соответствующие значения осадки, углов крена и дифферента в собственной системе координат.

6. Производят анализ положения элемента конструкции относительно действующей ватерлинии: если элемент находится под ватерлинией, рассчитывают подводный объем и координаты его ЦТ; если элемент пересекается ватерлинией, определяют элементы площади ватерлинии и подводного объема.

7. Вычисляют подводный объем и элементы действующей ватерлинии в основной системе координат.

Общие интегралы, определяющие характеристики i-го элемента водоизмещающей пространственной конструкции в собственной системе координат, имеют вид:

1. Элементы ватерлинии:

а) площадь

$$S_i = \iint_S du\, dv;$$

б) статические моменты

$$M_{u_i} = \iint_S v\, du\, dv; \qquad M_{v_i} = \iint_S u\, du\, dv;$$

в) моменты инерции

$$I_{u_i} = \iint_S v^2\, du\, dv; \qquad I_{v_i} = \iint_S u^2\, du\, dv;$$

$$I_{uv_i} = \iint_S uv\, du\, dv.$$

2. Элементы погруженной части:

а) подводный объем

$$V_i = \iiint_V dx\, dy\, dz;$$

б) статические моменты

$$M_{yz_i} = \iiint_V x\, dx\, dy\, dz; \qquad M_{xz_i} = \iiint_V y\, dx\, dy\, dz;$$

$$M_{xy_i} = \iiint_V z\, dx\, dy\, dz.$$

Поскольку форма большинства стандартных элементов плавучих буровых установок формируется из набора простых геометрических тел (цилиндр, конус и т. д.), расчет элементов ватерлинии и погруженного объема не представляет затруднений. Для нестандартных элементов при вычислении указанных интегралов используют различного вида аппроксимации (например, призмами) или приближенное описание формы в виде поперечных сечений на заданном расстоянии от начала координат.

Суммируя характеристики водоизмещающих пространственных конструкций, устанавливают элементы ватерлинии и подводного объема для плавучей буровой установки.

1. Элементы ватерлинии:

а) площадь

$$S = \sum_{i=1}^{N} S_i;$$

б) статические моменты

$$M_U = \sum_{i=1}^{n} M_{u_i} + \sum_{i=1}^{n} S_i v_{i_0}; \qquad M_V = \sum_{i=1}^{n} M_{v_i} + \sum_{i=1}^{n} S_i u_{i_0},$$

где v_{i_0} и u_{i_0} — отстояние осей u_i и v_i от U и V;

в) моменты инерции

$$I_U = \sum_{i=1}^{n} I_{u_i} + \sum_{i=1}^{n} S_i v_{i_0}^2;$$

$$I_V = \sum_{i=1}^{n} I_{v_i} + \sum_{i=1}^{n} S_i u_{i_0}^2;$$

$$I_{UV} = \sum_{i=1}^{n} I_{uv_i} + \sum_{i=1}^{n} S_i v_{i_0} u_{i_0}.$$

2. Элементы погруженной части:

а) подводный объем

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i;$$

б) статические моменты

$$M_{yz} = \sum_{i=1}^{n} M_{yz_i}; \qquad M_{xz} = \sum_{i=1}^{n} M_{xz_i}; \qquad M_{xy} = \sum_{i=1}^{n} M_{xy_i}.$$

Взаимосвязь собственной и основной систем координат, а также положение плоскости действующей ватерлинии устанавливают с помощью известных формул аналитической геометрии.

§ 10. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ПЛАВУЧЕСТИ НА ЭВМ

Расчеты на ЭВМ, связанные с оценкой плавучести, основаны на вычислении элементов подводного объема и действующей ватерлинии судна при определенных параметрах посадки. В отличие от ручного счета, использующего разнообразные способы изучения плавучести (судно в прямом положении на ровный киль, посадка судна с дифферентом, общий случай посадки — с креном и дифферентом), алгоритм расчета плавучести на ЭВМ — единый и практически не зависит от положения судна относительно поверхности воды.

Общие интегралы, выражающие подводный объем и его статические моменты, записывают в виде

$$\left.\begin{aligned}
V &= \int_{-L/2}^{L/2} \int_{z_{\theta н}}^{z_{\theta в}} (y_{\theta п} - y_{\theta л})\, dz_\theta\, dx;\\
M_{yz} &= \int_{-L/2}^{L/2} \int_{z_{\theta н}}^{z_{\theta в}} (y_{\theta п} - y_{\theta л})\, x\, dz_\theta\, dx;\\
M_{xz} &= \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{z_{\theta н}}^{z_{\theta в}} \left(y_{\theta п}^2 - y_{\theta л}^2\right) dz_\theta\, dx;\\
M_{xy} &= \int_{-L/2}^{L/2} \int_{z_{\theta н}}^{z_{\theta в}} (y_{\theta п} - y_{\theta л})\, z_\theta\, dz_\theta\, dx,
\end{aligned}\right\} \qquad (II.3)$$

где $z_{\theta н}$ и $z_{\theta в}$ — аппликаты крайней нижней точки шпангоута и следа наклонной ватерлинии; $y_{\theta п}$ и $y_{\theta л}$ — ординаты правой (положительной) и левой (отрицательной) ветвей шпангоута.

Обычно расчеты плавучести сводят к получению необходимых данных для построения гидростатических кривых, масштаба Бонжана и диаграмм плавучести. В этом случае при $\theta = 0$, $y_{\theta п} = y_{\theta л}$, $z_{\theta н} = 0$ и $z_{\theta в} = T_i$ интегралы (II.3) представляют как суммы:

$$\left.\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(\Omega_i + \Omega_{i+1})\,\Delta x_i; \\ M_{yz} &= \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{N}[\Omega_i(2x_i + x_{i+1}) + \Omega_{i+1}(2x_{i+1} + x_i)]\Delta x_i; \\ M_{xz} &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(B_i + B_{i+1})\,\Delta x_i; \\ M_{xy} &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(C_i + C_{i+1})\,\Delta x_i, \end{aligned}\right\} \qquad (II.4)$$

где величины Ω, B и C для i-го и $i+1$-го сечений определяют по формулам (I.11) для заданных параметров посадки.

Для вычисления указанных сумм предварительно формируют массивы площадей и статических моментов. Затем определяют точки пересечения ватерлинии со штевнями и с линией борта. Суммирование распространяется на все элементы массива, заключенные между крайней носовой и кормовой точками, определяемыми абсциссами x_0 и x_N. Все расчеты ведут с учетом толщины наружной обшивки. Поэтому заданный массив координат точек, описывающих судовую поверхность, предварительно пересчитывают по формулам (I.12), (I.13) в такой последовательности: аппликата точки, расположенной в ДП у днища, уменьшается на величину t, т. е. $z_0' = z_0 - t$ (ордината этой точки равна нулю); аппликата точки, расположенной в ДП у палубы, увеличивается на величину t, т. е. $z_п' = z_п + t$ (аппликата этой точки также равна нулю); координаты отдельных точек пересчитывают по формулам (I.12) в зависимости от указанных в этих формулах условий.

Преобразованный массив дополняется левой ветвью данных, симметричных относительно ДП. Дальнейший расчет выполняют в такой последовательности:

1. Для каждого из поперечных сечений (шпангоутов) вычисляют осадку T_i и устанавливают след действующей ватерлинии на контуре сечения.

2. В зависимости от условия расположения относительно следа ватерлинии элементарных трапеций, составляющих рассматриваемое сечение, производят расчет полных значений площади и статических моментов.

3. Суммируя полученные элементы по формулам (II.4), находят искомый объем и его статические моменты, позволяющие установить координаты центра величины $x_c = M_{yz}/V$; $y_c = M_{xz}/V$; $z_c = M_{xy}/V$.

Вычисление элементов действующей ватерлинии выполняют одновременно с расчетом элементов погруженной части шпангоута. Расчет последовательно включает: определение точек пересечения действующей ватерлинии с контурами принятых поперечных сечений и установление ординат y_i, вычисление элементарных площадей, статических моментов и моментов инерции s_i, $(m_x)_i$, $(m_y)_i$, $(i_x)_i$, $(i_y)_i$, $(i_{xy})_i$, суммирование указанных характеристик по всем элементам и определение полных значений площади ватерлинии и ее элементов по формулам (I.15).

Полученные данные позволяют вычислить координаты центра тяжести площади ватерлинии и собственные моменты инерции $x_f = M_y/S$; $y_f = M_x/S$; $I_{xf} = I_x - Sy_f^2$; $I_{yf} = I_y - Sx_f^2$; $I_{xfy} = I_{xy} - Sx_f y_f$.

Расчет кривых элементов теоретического чертежа (гидростатических кривых) выполняют для различных осадок судна, обычно для 8—10 значений с равным

шагом ΔT при положении судна на ровный киль. Максимальная осадка принимается несколько меньше минимальной высоты борта у миделя. В процессе расчета последовательно определяют водоизмещение и координаты центра величины, элементы соответствующей ватерлинии и коэффициенты полноты. Результаты расчета печатают в виде таблицы и представляют графически как функцию осадки.

Особенности расчета масштаба Бонжана на ЭВМ заключаются в том, что в этом случае результаты вычислений следует относить не к поперечным сечениям (число которых достигает 30—40), а обычно к принятому при ручном счете 21-му теоретическому шпангоуту. Поэтому алгоритм включает дополнительную операцию пересчета площадей поперечных сечений, между которыми расположены теоретические шпангоуты, на значения, соответствующие шпангоутам от 0 до 20. Процедура пересчета основана на сравнении подводного объема и статического момента этого объема относительно плоскости мидель-шпангоута, вычисленных по теоретическому чертежу на ЭВМ и по масштабу Бонжана. Условие равенства указанных элементов позволяет определить искомые площади теоретических шпангоутов. Поскольку такие вычисления производят для всех элементарных объемов, заключенных между теоретическими шпангоутами (кроме нулевого и 20-го), получают два значения площади, установленные по объему справа ω_i' и слева ω_i'' от рассматриваемого шпангоута. Необходимую площадь ω_i находят осреднением значений ω_i' и ω_i'', т. е. $\omega_i = 0{,}5\ (\omega_i' + \omega_i'')$.

Последовательность расчета масштаба Бонжана включает определение текущей осадки, вычисление площадей поперечных сечений и формирование массива строевой по шпангоутам, вычисление объемов и их статических моментов для каждой теоретической шпации и определение приведенных площадей теоретических шпангоутов с последующим их осреднением (для нулевого и 20-го шпангоутов осреднение не производится). Расчет заканчивается, когда очередное значение осадки становится больше заданного максимального значения.

Вычисление диаграмм плавучести (диаграммы Фирсова, Петерсена и др.) основано на определении подводного объема и его статического момента относительно плоскости мидель-шпангоута, а также абсциссы x_c при различных наклонениях судна в ДП. Систематические расчеты выполняют для 8—10 значений осадок носом и кормой, начиная от водоизмещения порожнего судна и до максимального водоизмещения — с полным грузом по летнюю грузовую марку. Расчет состоит в последовательном фиксировании осадки носа и вычислении величин V, M_{yz} и x_c при переборе всех заданных значений осадки кормой (каждой комбинации осадок носом и кормой соответствует определенный угол дифферента). Аналогичный перебор осадок носом повторяется для фиксированных осадок кормой. Полученную таким образом сетку значений V, M_{yz} и x_c распечатывают в виде таблицы и строят необходимые диаграммы.

Диаграмму Фирсова иногда дополняют кривыми постоянных значений поперечного и продольного метацентрических радиусов, аппликаты ЦВ, площади ватерлинии и абсциссы ее ЦТ, для чего при каждой комбинации осадок носом и кормой дополнительно вычисляют указанные элементы.

Расчеты плавучести буровых установок на ЭВМ выполняют с помощью алгоритмов, основанных на представлении погруженной части сооружения в виде совокупности элементов водоизмещающих пространственных конструкций. Поскольку большинство элементов являются простыми геометрическими фигурами (стандартные элементы), при построении алгоритма используют точные аналитические выражения характеристик их площадей и объемов. Для нестандартных элементов пригодны приближенные описания и аппроксимации призмами и другими фигурами. Элементы сопряжения раскосов и стабилизирующих колонн учитывают только в случае существенного различия их диаметров. Положение элементов относительно действующей ватерлинии анализируют на основании условий, использующих в качестве дополнительной информации координаты габаритных точек.

Глава III

ОСТОЙЧИВОСТЬ

§ 11. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Остойчивостью называют способность судна иметь равновесное положение, устойчивое в отношении угловых отклонений. Теория остойчивости изучает поведение судна в результате приложения пары сил (наклоняющего момента), плоскость действия которой вертикальна. В этих условиях судно совершает угловые перемещения с постоянным значением погруженного объема, которые называют равнообъемными наклонениями. Понятие остойчивости обычно связывают только с равнообъемными наклонениями.

Вертикальную плоскость, в которой происходят наклонения, называют плоскостью наклонения, а линию пересечения двух ватерлиний, перпендикулярную к этой плоскости, — осью наклонения.

Статическую остойчивость, или просто остойчивость, оценивают путем сопоставления наклоняющего момента с восстанавливающим моментом, возникающим при равнообъемном наклонении судна от исходного положения равновесия. Обеспечение судну достаточной статической остойчивости достигается за счет установления минимально допустимого значения восстанавливающего момента диапазоном наклонений, где сохраняется его направление.

Динамическую остойчивость методами статики судна оценивают путем сопоставления работы наклоняющего момента с работой восстанавливающего момента при наклонении судна от исходного положения равновесия до рассматриваемого положения.

При равнообъемном наклонении судна ЦВ перемещается в сторону наклоненного борта и занимает некоторое новое положение. Геометрическое место центров величины отвечающих различным равнообъемным наклонениям при постоянном водоизмещении, называют поверхностью C. Линию, по которой перемещается ЦВ при равнообъемном наклонении в данной плоскости — траекторией C, а ее проекцию на соответствующую плоскость наклонения — кривой C. Радиус кривизны кривой C называют метацентрическим радиусом, а центр кривизны этой кривой — метацентром.

Наряду с перемещением ЦВ в теории остойчивости рассматривают поверхность, траекторию и кривую F ЦТ площади ватерлинии (катящаяся кривая). Радиус кривизны кривой F называют дифференциальным метацентрическим радиусом, а центр кривизны — дифференциальным метацентром.

Понятие дифференциального метацентрического радиуса ρ_0 обычно используют при анализе поперечных наклонений. Связь между ρ_0 и r выражает теорема Леклера

$$\frac{dr}{dV} = \frac{1}{V}(\rho_0 - r) \quad \text{или} \quad \rho_0 = r + V\frac{dr}{dV},$$

где величины ρ_0 и r вычисляют по формулам

$$\rho_0 = dI_x/(dV); \qquad r = I_x/V.$$

Из этих зависимостей следует, что при $\rho_0 > r$ метацентрический радиус r растет с увеличением осадки, а при $\rho_0 < r$ уменьшается.

У судов с развалом бортов $\rho_0 > 0$, катящаяся кривая имеет вогнутость кверху, и дифференциальный метацентр лежит выше ватерлинии. У судов с завалом бортов $\rho_0 < 0$, и дифференциальный метацентр располагается ниже ватерлинии. У прямостенных судов $\rho_0 = 0$, катящаяся кривая обращается в точку, и дифференциальный метацентр лежит в плоскости ватерлинии. При наличии кривой F величину ρ_0, соответствующую углу крена $\theta_i + (\Delta\theta/2)$, можно найти как $\rho_{i+1/2} \approx 5{,}76\eta$, где η — расстояние между ЦТ ватерлинии F_i и F_{i+1}.

Для оценки дифференциального метацентрического радиуса при поперечном и продольном наклонениях морских транспортных судов можно воспользоваться приближенными формулами

$$\rho_0 \approx 0{,}015\frac{B^2}{T\delta}; \qquad \rho_0' = \frac{dI_{yf}}{dV} \approx 0{,}025\frac{L^2}{T\delta}.$$

Учение об остойчивости состоит из двух частей: 1) изучение остойчивости при больших наклонениях, представляющее собой нелинейную теорию остойчивости; 2) изучение остойчивости при малых наклонениях, или начальной, рассматриваемое как частный случай общей теории остойчивости при наклонениях, для которых зависимость восстанавливающего момента от угла крена можно считать линейной.

Исследование остойчивости неповрежденного судна обычно ограничивают наклонениями в поперечной и продольной вертикальных плоскостях (поперечная и продольная остойчивость). При наличии дифферента поперечная плоскость будет перпендикулярна к продольной оси судна, однако в теории остойчивости угол наклонения в данной плоскости называют углом крена. Восстанавливающий момент при продольных наклонениях действует строго в плоскости наклонения. Плоскость действия восстанавливающего момента при поперечных наклонениях, соответствующих минимальной остойчивости, условно считается совпадающей с плоскостью наклонения. Обоснованное заключение об остойчивости судна может быть сделано только на основании данных об изменении остойчивости при больших углах крена.

В процессе изучения остойчивости предполагают, что отсутствуют подвижные грузы (жидкие грузы со свободной поверхностью, подвешенные грузы и т. п.), перемещающиеся при наклонениях судна. Влияние таких грузов на остойчивость рассматривают отдельно.

§ 12. СТАТИЧЕСКАЯ ОСТОЙЧИВОСТЬ. ВОССТАНАВЛИВАЮЩИЙ МОМЕНТ И ПЛЕЧО СТАТИЧЕСКОЙ ОСТОЙЧИВОСТИ. ДИАГРАММА СТАТИЧЕСКОЙ ОСТОЙЧИВОСТИ

При крене ЦТ судна G останется на месте, а ЦВ C_0 переместится в сторону наклонения и займет положение C. Сила тяжести D, приложенная в ЦТ, и сила поддержания ρgV, проходящая через точку C, образуют пару, момент которой M_s называют восстанавливающим моментом $M_s = Dl$, а плечо образующейся пары l — плечом статической остойчивости.

Плечо статической остойчивости определяют по формуле (рис. III.1)

$$l = y_c \cos\theta + (z_c - z_{c_0}) \sin\theta - a_0 \sin\theta, \qquad \text{(III.1)}$$

где $a_0 = z_g - z_{c_0}$ — возвышение ЦТ над ЦВ судна в прямом положении.

Величину $l_ф = y_c \cos\theta + (z_c - z_{c_0}) \sin\theta$, зависящую от формы обводов, условно называют плечом остойчивости формы, а $l_в = a_0 \sin\theta$ — плечом остойчивости веса. Используют и другое представление плеча статической остойчивости

$$l = y_c \cos\theta + z_c \sin\theta - z_g \sin\theta,$$

в котором плечи остойчивости формы и веса будут отличны от приведенных выше

$$l_{ф_1} = y_c \cos\theta + z_c \sin\theta \quad \text{и} \quad l_{в_1} = z_g \sin\theta.$$

Координаты ЦВ и метацентра при крене характеризуют выражениями

$$\left.\begin{aligned} y_c &= \int_0^\theta r \cos\theta \, d\theta; \\ z_c - z_{c_0} &= \int_0^\theta r \sin\theta \, d\theta; \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.2)}$$

$$y_m = y_c - r \sin\theta; \quad z_m = z_c + r \cos\theta,$$

где r — метацентрический радиус судна, наклоненного на угол θ.

Подставляя в формулу (III.1) значения y_c и $z_c - z_{c_0}$ из (III.2), получаем

$$l = \cos\theta_i \int_0^{\theta_i} r \cos\theta \, d\theta + \sin\theta_i \int_0^{\theta_i} r \sin\theta \, d\theta - a_0 \sin\theta_i$$

или, учитывая, что $r = I_x/V$, окончательно имеем

$$l = \frac{\cos\theta_i}{V}\int_0^{\theta_i} I_x \cos\theta\, d\theta + \frac{\sin\theta_i}{V}\int_0^{\theta_i} I_x \sin\theta\, d\theta - a_0 \sin\theta_i.$$

Тогда восстанавливающий момент

$$M_s = Dl = \rho g \cos\theta_i \int_0^{\theta_i} I_x \cos\theta\, d\theta + \rho g \sin\theta_i \int_0^{\theta_i} I_x \sin\theta\, d\theta - Da_0 \sin\theta_i. \quad (III.3)$$

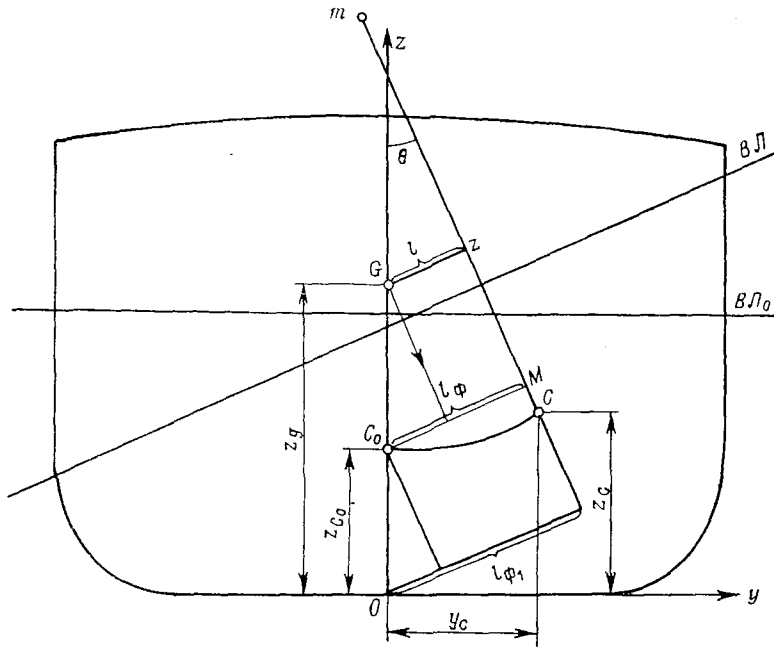


Рис. III.1. Определение плеча статической остойчивости.

Первые два члена этого выражения называют моментом остойчивости формы

$$M_Ф = \rho g \cos\theta_i \int_0^{\theta_i} I_x \cos\theta\, d\theta + \rho g \sin\theta_i \int_0^{\theta_i} I_x \sin\theta\, d\theta,$$

а последний — моментом остойчивости веса

$$M_В = Da_0 \sin\theta_i.$$

В полученных выражениях через θ_i обозначен угол крена, для которого вычисляют плечо статической остойчивости или восстанавливающий момент, а через θ — текущее значение угла крена.

В частных случаях формулы, определяющие восстанавливающий момент, принимают вид:

для судна с круговыми обводами

$$M_s = Dh_0 \sin\theta;$$

для прямостенного судна

$$M_s = D\left(h_0 + \frac{r_0}{2}\operatorname{tg}^2\theta\right)\sin\theta; \qquad (III.4)$$

для понтона с трапециевидным сечением

$$M_s = \rho g(B - T\operatorname{tg}\nu)\frac{T(H-T)}{2H}\{[B + (H-T)\operatorname{tg}\nu]\cos\theta + H\sin\theta\} -$$

$$-\rho g\frac{T^3}{6}\operatorname{tg}\nu\sin\theta - \rho g\frac{H^3}{24}(\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{tg}\nu)[(\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{tg}\nu)\cos\theta + 2\sin\theta] - Da_0\sin\theta,$$

где ν — угол наклона бортов понтона;

для прямоугольного понтона

$$M_s = \rho gBT\frac{H-T}{2H}(B\cos\theta + H\sin\theta) - \rho g\frac{H^3}{12}\left(1 + \frac{1}{2}\operatorname{ctg}^2\theta\right)\cos\theta - Da_0\sin\theta.$$

Производную от плеча статической остойчивости по углу крена называют обобщенной метацентрической высотой или просто метацентрической высотой

$$h = \frac{dl}{d\theta} = r - y_c\sin\theta + z_c\cos\theta - z_g\cos\theta. \qquad (III.5)$$

Геометрически эта производная равна возвышению метацентра при крене θ над проекцией ЦТ судна G на направление силы поддержания.

Если в формуле (III.5) положить $\theta = 0$, то получим начальную метацентрическую высоту

$$h_0 = \left.\frac{dl}{d\theta}\right|_{\theta=0} = r_0 + z_{c_0} - z_g,$$

определяющую ход начального участка кривой $l = f(\theta)$. Индекс нуль здесь показывает, что приведенные величины вычисляются при $\theta = 0$. Произведение Dh называют коэффициентом остойчивости.

Производная от плеча остойчивости формы по водоизмещению характеризуется зависимостью

$$\frac{dl_ф}{dV} = \frac{1}{V}(l_f - l_ф).$$

Величину l_f (рис. III.2) называют плечом катящейся кривой, определяемым как расстояние между ЦТ площади F наклонной равнообъемной ватерлинии и проекцией на эту ватерлинию точки пересечения исходной ватерлинии P с ДП. Плечо l_f считают положительным, если точка F расположена в сторону наклонения от точки P.

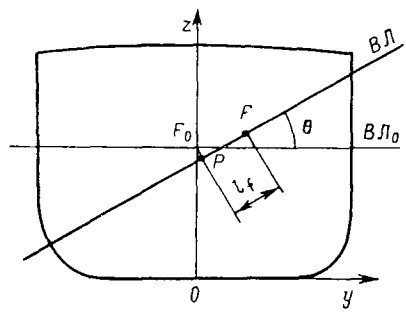


Рис. III.2. Определение плеча катящейся кривой.

Производная от плеча статической остойчивости по водоизмещению при неизменном положении ЦТ равна

$$\frac{dl}{dV} = \frac{1}{V}[(T - z_{c_0})\sin\theta + l_f - l_ф],$$

где $T - z_{c_0}$ — отстояние ЦВ от ватерлинии в прямом положении судна.

Иногда плечо статической остойчивости представляют в виде суммы

$$l = l_0 + h_0\sin\theta,$$

где l_0 — плечо остаточной остойчивости, измеряемое длиной перпендикуляра, опущенного из метацентра m_0 в прямом положении судна на направление линии действия силы поддержания:

$$l_0 = l_ф - r_0\sin\theta.$$

Если наклонять судно на различные углы, то можно построить зависимость $M_з = f(\theta)$ или $l = f(\theta)$, именуемую **диаграммой статической остойчивости** (диаграмма Рида). Эта зависимость сначала монотонно возрастает до максимума при угле θ_m, затем начинает убывать и обращается в нуль при угле заката θ_v диаграммы, после чего становится отрицательной. Характерные диаграммы статической остойчивости приведены на рис. III.3.

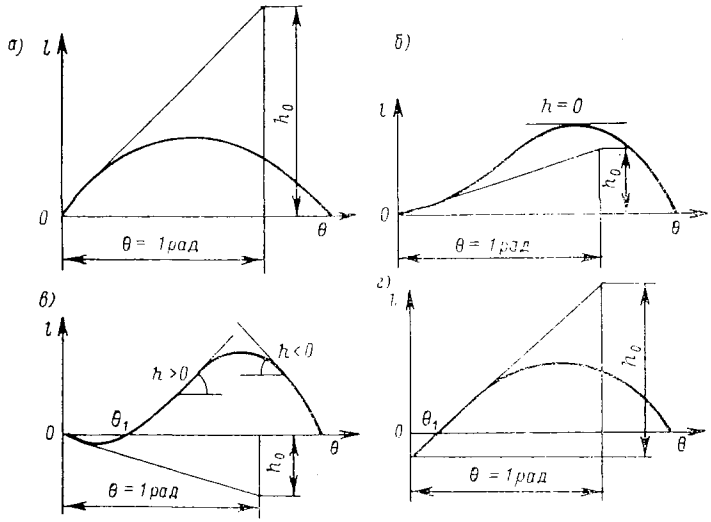


Рис. III.3. Диаграммы статической остойчивости судна: *а* — низкобортного; *б* — высокобортного; *в* — с отрицательной начальной остойчивостью; *г* — асимметрично загруженного относительно ДП.

Точка максимума диаграммы указывает наибольшее значение восстанавливающего момента или плеча статической остойчивости, точка заката — предел положительной остойчивости. Производная в заданной точке диаграммы характеризует метацентрическую высоту h. На восходящей ветви диаграммы, построенной

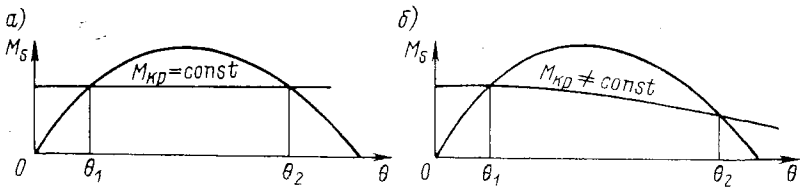


Рис. III.4. Определение углов статического крена при постоянном (*а*) и произвольно действующем кренящем моменте (*б*).

для положительных значений плеч, $h > 0$, на нисходящей — $h < 0$. В точке максимума производная обращается в нуль ($h = 0$). Касательная к начальной ветви диаграммы при $\theta = 0$ указывает значение начальной метацентрической высоты, так как $h_0 = \left.\frac{dl}{d\theta}\right|_{\theta=0}$. Графические построения для определения h_0 приведены на рис. III.3.

Если на диаграмме статической остойчивости изобразить график кренящего момента постоянной величины или изменяющегося по определенному закону (рис. III.4), то точки пересечения этого момента с кривой $M_з = f(\theta)$ будут характеризовать два положения равновесия, соответствующие статическим углам крена.

Первое положение (точка θ_1) является точкой устойчивого равновесия, второе положение (точка θ_2) — точкой неустойчивого равновесия. При отклонении судна на угол $\Delta\theta$ от точки θ_1 оно вновь будет возвращаться в эту точку. При отклонении судна на угол $\Delta\theta$ от точки θ_2 судно либо придет в точку θ_1, либо опрокинется.

При статическом действии кренящего момента опрокидывание наступает тогда, если этот момент превзойдет максимальную ординату диаграммы $M_s = f(\theta)$.

Общее условие равновесия судна, находящегося под воздействием статического кренящего момента, выражают неравенством

$$\frac{dM_s}{d\theta} > \frac{dM_{кр}}{d\theta}.$$

В частном случае при $M_{кр} = \text{const}$ это условие принимает вид

$$\frac{dM_s}{d\theta} > 0.$$

§ 13. НАЧАЛЬНАЯ ОСТОЙЧИВОСТЬ. МЕТАЦЕНТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ОСТОЙЧИВОСТИ

Начальную остойчивость рассматривают как частный случай остойчивости вытекающий из условия, что при малых наклонениях кривую ЦВ можно принять за окружность с центром кривизны в точке m_0 и радиусом кривизны r_0. Упрощение формул достигается также за счет того, что в этих условиях $\sin\theta \approx \theta$ и $\cos\theta \approx 1$. Согласно теореме Эйлера при малых равнообъемных наклонениях ось наклонений проходит через ЦТ площади ватерлинии.

Восстанавливающий момент определяет метацентрическая формула остойчивости

$$M_s = Dh_0 \sin\theta \approx Dh_0\theta, \qquad (III.6)$$

которая устанавливается из выражения (III.3) подстановкой $I_x = \text{const}$ и $\cos\theta = 1$.

Из формулы (III.6) следует, что восстанавливающий момент при малых наклонениях пропорционален коэффициенту остойчивости Dh_0.

Начальную метацентрическую высоту характеризуют соотношения (рис. III.5)

$$h_0 = r_0 + z_{c_0} - z_g; \qquad h_0 = z_{m_0} - z_g;$$

$$h_0 = r_0 - a_0.$$

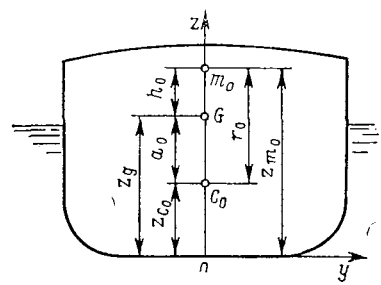


Рис. III.5. Определение начальной поперечной метацентрической высоты h_0.

Величина h_0 является мерой поперечной остойчивости при малых наклонениях.

В частных случаях формула, определяющая начальную метацентрическую высоту, принимает вид:

для судна с круговыми обводами

$$h_0 = z_{m_0} - z_g = R - z_g;$$

для прямоугольного понтона

$$h_0 = \frac{T}{2}\left[1 + \frac{1}{6}\left(\frac{B}{T}\right)^2\right] - z_g,$$

где R — радиус окружности.

Зависимости $z_{m_0} = r_0 + z_{c_0} = f(T)$ и $V = f(T)$ называют метацентрической диаграммой и изображают вместе с другими кривыми элементов теоретического чертежа (гидростатические кривые).

Судно считают остойчивым в малом, если поперечный метацентр расположен выше ЦТ, т. е. если $h_0 > 0$. Такое судно называют обладающим положительной начальной остойчивостью. При $h_0 < 0$ ЦТ лежит выше метацентра, и судно не будет

остойчивым в прямом положении. Возникающая в этом случае восстанавливающая пара будет стремиться отклонить судно от прямого положения равновесия. Такое судно называют обладающим отрицательной начальной остойчивостью.

Метацентрическую формулу остойчивости применяют для углов крена в пределах линейной зависимости восстанавливающего момента от угла крена (обычно до 10—20°). Относительная точность ее возрастает при увеличении начальной метацентрической высоты. Для судов с круговыми обводами точность формулы выше, чем для судов с прямостенными обводами, где более точный результат дает формула (III.4).

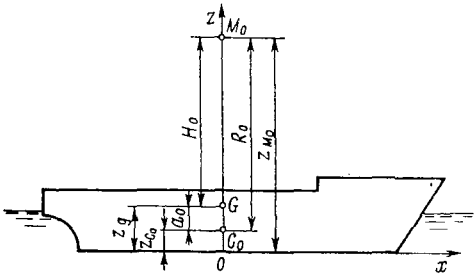


Рис. III.6. Определение начальной продольной метацентрической высоты H_0.

Регистр СССР предъявляет специальные требования к начальной метацентрической высоте, суть которых изложена в § 33 первого раздела.

Восстанавливающий момент при наклонении судна в продольной плоскости определяют по формуле

$$M_\psi = DH_0 \sin\psi \approx DH_0\psi,$$

где DH_0 — коэффициент продольной остойчивости; H_0 — продольная метацентрическая высота (рис. III.6);

$$\left.\begin{aligned} H_0 &= R_0 + z_{c_0} - z_g; \\ H_0 &= z_{M_0} - z_g; \\ H_0 &= R_0 - a_0. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.7)}$$

Формулу (III.7) называют метацентрической формулой продольной остойчивости. Продольная остойчивость надводного судна значительно больше поперечной, так как продольный метацентр M_0 расположен высоко над основной плоскостью.

При действии на судно кренящего момента $M_{кр}$ угол крена находят из условия равенства кренящего и восстанавливающего моментов

$$\theta = M_{кр}/(Dh_0). \qquad \text{(III.8)}$$

Если в метацентрической формуле поперечной остойчивости положить крен судна равным 1° = 1/57,3, рад, то получаем момент, кренящий на 1°:

$$\mu_0 = Dh_0/57{,}3.$$

Используя величину μ_0, можно быстро определить угол крена в градусах при действии заданного кренящего момента

$$\theta^\circ = M_{кр}/\mu_0. \qquad \text{(III.9)}$$

Аналогичную формулу можно записать и для вычисления угла дифферента при действии заданного дифферентующего момента

$$\psi = -M_{диф}/(DH_0),$$

где знак минус поставлен потому, что для принятой координации угла дифферента («+» при дифференте на корму) дифферентующий момент $M_{диф}$ должен быть отрицательным.

При продольных наклонениях рассматривают также момент, дифферентующий на 1 см, значение которого устанавливают по метацентрической формуле продольной остойчивости, полагая в ней $\psi = 0{,}01/L$, т. е.

$$\mu_0' = DH_0/100L.$$

Если заданный дифферентующий момент $M_{диф}$ разделить на величину μ_0', то получим изменение дифферента в сантиметрах (т. е. разность осадок носом и кормой $\Delta T_\psi = T_н - T_к$)

$$\Delta T_\psi = M_{диф}/\mu_0'. \qquad \text{(III.10)}$$

Формулы (III.8) и (III.9) получены в предположении, что судно не имеет дифферента. При посадке судна с дифферентом его начальная метацентрическая высота может быть определена по формуле

$$h_\psi = r_\psi - (z_g - z_{c_\psi})/\cos\psi \approx r_\psi + z_{c_\psi} - z_g,$$

где $r_\psi = I_{x\psi}/V$ — поперечный метацентрический радиус, вычисленный для ватерлинии ВЛ$_\psi$, составляющей угол ψ с основной плоскостью ($I_{x\psi}$ — момент инерции той же ватерлинии относительно оси x; V — объемное водоизмещение); z_{c_ψ} — аппликата ЦВ при посадке судна по ватерлинию ВЛ$_\psi$.

Водоизмещение V определяют по масштабу Бонжана, аппликату z_{c_ψ} — с помощью интегральных кривых (см. § 8), а момент инерции $I_{x\psi}$ — по теоретическому чертежу

$$I_{x\psi} = \frac{I_x}{\cos\theta} = \frac{2}{3}\frac{1}{\cos\theta}\int_{-L/2}^{L/2} y^3\,dx.$$

При отсутствии интегральных кривых величину z_{c_ψ} находят по приближенной формуле

$$z_{c_\psi} = z_{c_0} + \Delta z_c = z_{c_0} + 0{,}5R\psi^2,$$

где z_{c_0} и R — аппликата ЦВ и продольный метацентрический радиус, определяемые по гидростатическим кривым для водоизмещения V.

Диаграмму Фирсова иногда дополняют кривыми

$$z_{m\psi} = r_\psi + z_{c_\psi},$$

способ построения которых аналогичен расчету кривых постоянного водоизмещения (см. § 7 первого раздела). Для упрощения вычислений статических моментов $M_{xy} = Vx_{c_\psi}$ и моментов инерции $I_{x\psi}$ масштаб Бонжана дополняют кривыми статического момента c и значениями $^2/_3y^3$ в функции от углубления данного шпангоута.

§ 14. ДИНАМИЧЕСКАЯ ОСТОЙЧИВОСТЬ. РАБОТА ВОССТАНАВЛИВАЮЩЕГО МОМЕНТА И ПЛЕЧО ДИНАМИЧЕСКОЙ ОСТОЙЧИВОСТИ. ДИАГРАММА ДИНАМИЧЕСКОЙ ОСТОЙЧИВОСТИ

Динамическую остойчивость судна оценивают путем сопоставления работ кренящего и восстанавливающего моментов. Чем больше работа восстанавливающего момента, тем выше способность судна сопротивляться воздействию динамических кренящих нагрузок и тем выше динамическая остойчивость.

Работу восстанавливающего момента при наклонении судна от 0 до угла θ выражают формулой

$$T_s = \int_0^\theta M_s\,d\theta = D\int_0^\theta l\,d\theta.$$

Аналогично выражают работу кренящего момента

$$T_{кр} = \int_0^\theta M_{кр}\,d\theta$$

или при $M_{кр} = \text{const}$

$$T_{кр} = M_{кр}\theta.$$

Равенству работ кренящего и восстанавливающего моментов соответствует динамический угол крена, т. е. при $\theta = \theta_д$ $\int_0^\theta M_{кр}\,d\theta = \int_0^\theta M_s\,d\theta$. Зависимость $d = \int_0^\theta l\,d\theta$ называют плечом динамической остойчивости.

На диаграмме статической остойчивости (рис. III.7) работы $T_{кр}$ и T_s характеризуют площади $OAD\theta_д$ и $OBC\theta_д$. Поскольку площадь $OBD\theta_д$ — общая (указана двойной штриховкой), то для определения динамического угла крена достаточно приравнять площади OAB и BCD. Однако для анализа динамической остойчивости описанные построения хоть и наглядны, но практически не удобны. Гораздо проще для этих целей использовать специальную зависимость, получившую название **диаграммы динамической остойчивости**. Эта диаграмма выражает связь между работой восстанавливающего момента или плечом динамической остойчивости и углом крена [$T_s = f(\theta)$ или $d = f(\theta)$].

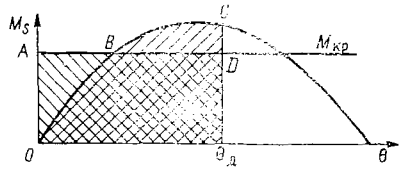


Рис. III.7. Определение кренящего и восстанавливающего моментов.

Являясь интегральной кривой от диаграммы статической остойчивости, диаграмма динамической остойчивости удовлетворяет всем свойствам интегральных кривых: при заданном угле крена ордината диаграммы динамической остойчивости выражает площадь диаграммы статической остойчивости, ограниченную углом θ; тангенс угла наклона касательной, проведенной к диаграмме динамической остой-

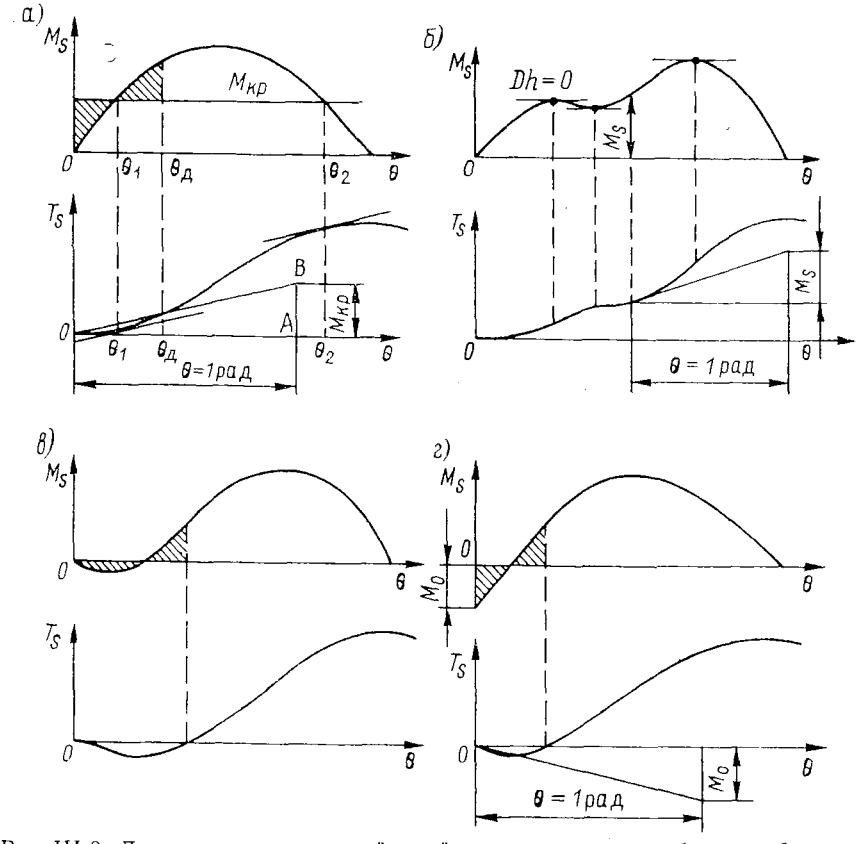


Рис. III.8. Диаграммы динамической остойчивости судна: *а* — обычного; *б* — с развитыми надстройками; *в* — с отрицательной начальной остойчивостью; *г* — с начальным креном вследствие смещения ЦТ от ДП.

чивости, определяет ординату диаграммы статической остойчивости при том же угле крена; угол максимума диаграммы динамической остойчивости соответствует углу заката диаграммы статической остойчивости; точка перегиба диаграммы динамической остойчивости соответствует углу максимума диаграммы статической остойчивости. Типичные диаграммы динамической остойчивости показаны на рис. III.8.

Для определения угла динамического крена по диаграмме динамической остойчивости (см. рис. III.8, *а*) необходимо построить график работы кренящего момента, т. е. интегральную кривую от $M_{кр}$, точка пересечения которой с диаграммой $T_s = f(\theta)$ определит величину $\theta_д$. Задача упрощается, если $M_{кр} = \text{const}$. В этом случае (см. рис. III.8, *а*) необходимо в точке A на оси абсцисс, соответствующей 1 рад, восстановить перпендикуляр и на нем отложить отрезок AB, выражающий в принятом масштабе значение кренящего момента. Точка пересечения прямой, соединяющей точку B с началом координат, определяет угол $\theta_д$. Предельные касательные, проведенные параллельно прямой OB к диаграмме динамической остойчивости, определяют статические углы крена θ_1 и θ_2.

Если динамическое наклонение судна происходит от начального угла θ_0, то из условия

$$\int_{\theta_0}^{\theta_д} M_{кр}\, d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta_д} M_s\, d\theta$$

восстанавливающий момент находят как разность ординат диаграммы динамической остойчивости при углах $\theta_д$ и θ_0, т. е.

$$\int_{\theta_0}^{\theta_д} M_s\, d\theta = \int_{0}^{\theta_д} M_s\, d\theta - \int_{0}^{\theta_0} M_s\, d\theta = T_{\theta_д} - T_{\theta_0}.$$

Характерные случаи определения динамического угла крена при различных углах θ_0 по диаграмме динамической остойчивости приведены на рис. III.9. Для сравнения здесь также указаны соответствующие построения на диаграмме статической остойчивости.

§ 15. ОПРОКИДЫВАЮЩИЙ МОМЕНТ. ДИАГРАММЫ ДИНАМИЧЕСКИХ И СРЕДНИХ МОМЕНТОВ

Опрокидывающим моментом M_c называют наименьший кренящий момент, который способен опрокинуть судно. В другой трактовке под опрокидывающим моментом понимают наибольший кренящий момент, который способно выдержать судно, не опрокидываясь. Величина M_c зависит от характера действия кренящего момента и его изменения при наклонении судна. Для статически приложенного кренящего момента значение M_c равно максимальной ординате диаграммы статической остойчивости $M_s = f(\theta)$. При динамическом (внезапном) воздействии $M_{кр}$ опрокидывающий момент зависит также от наличия начального крена.

Полагая $M_{кр} = Dl_{кр} = \text{const}$, рассмотрим типичные случаи определения опрокидывающего момента (рис. III.10).

Если наклонение происходит от прямого положения судна (см. рис.III.10, *а*), то величина M_c равна отрезку $\overline{oa}$, соответствующему равенству заштрихованных площадей на диаграмме статической остойчивости, или отрезку AB на перпендикуляре, проведенном из точки A, находящейся на расстоянии 1 рад от начала координат (точка o), до точки B, полученной от пересечения этого перпендикуляра с предельной касательной к диаграмме динамической остойчивости.

Если наклонение происходит от некоторого начального угла крена θ_0, вызванного действием момента M_0 (см. рис. III.10, *б*), то геометрические построения на диаграмме статической остойчивости сохраняются с той лишь разницей, что приравнивание площадей выполняют начиная от угла θ_0 по схеме, указанной на рисунке. Отрезок o_1a определяет опрокидывающий момент, а отрезок $\theta_0 o_1$ — начальный момент M_0, удерживающий судно с углом θ_0. На диаграмме динамической остой-

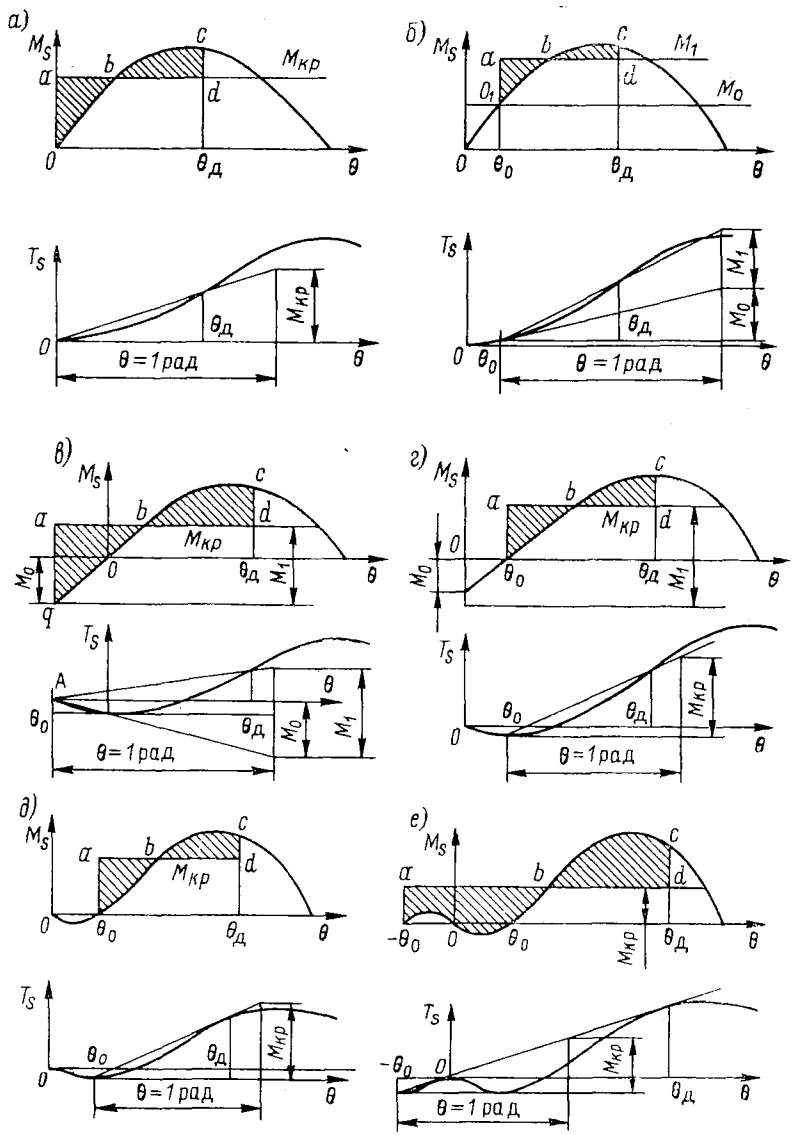


Рис. III.9. Определение углов динамического крена при действии постоянного кренящего момента: *а* — при $\theta_0 = 0$; *б* — для судна, предварительно наклоненного на угол θ_0; *в* — для судна, наклоненного на угол $-\theta_0$; *г* — для судна с начальным креном θ_1 вследствие смещения ЦТ от ДП; *д* — для судна с отрицательной начальной остойчивостью; *е* — то же, но предварительно наклоненного на угол $-\theta_0$.

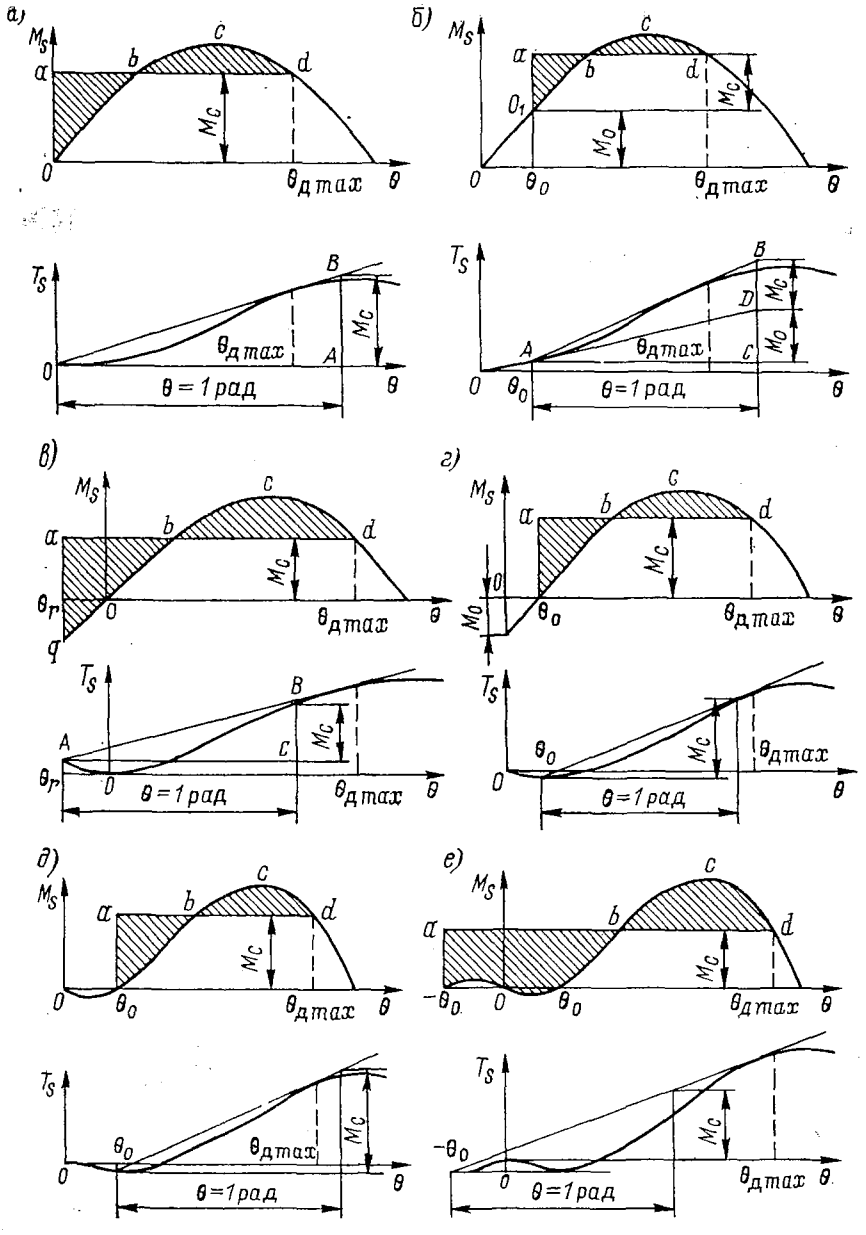


Рис. III.10. Определение опрокидывающего момента.

чивости в этом случае следует сначала установить величину M_0, используя свойство диаграммы, т. е. в точке A (см. рис. III.10, *б*) провести касательную к диаграмме и прямую, параллельную оси абсцисс, на которой отложить отрезок, равный 1 рад, и в полученной точке C восстановить перпендикуляр к этой прямой. Отрезок $\overline{CD}$ определяет искомый момент M_0, а отрезок $\overline{BD}$ на продолжении перпендикуляра до предельной касательной к диаграмме — опрокидывающий момент, соответствующий динамическому наклонению судна от угла θ_0.

Наиболее опасный и практически важный случай определения опрокидывающего момента представлен на рис. III.10, *в*, где указана последовательность построений, определяющих M_c с учетом влияния бортовой качки, амплитуда которой при отклонении судна на левый борт равна θ_r. На диаграмме статической остойчивости, построенной с учетом отрицательного участка, опрокидывающий момент выражают отрезком $\overline{\theta_r a}$, отвечающим равенству заштрихованных площадей. На диаграмме динамической остойчивости фиксируется точка A, соответствующая заданной амплитуде θ_r. Из точки A проводят предельную касательную к диаграмме и прямую, параллельную оси абсцисс, на которой откладывают отрезок $\overline{AC}$, равный 1 рад. Восстанавливая перпендикуляр из точки C до пересечения с предельной касательной, находят искомый отрезок $\overline{BC}$, характеризующий опрокидывающий момент.

При начальном крене θ_0 от асимметрии нагрузки для определения опрокидывающего момента приравнивание площадей $\theta_0 ab$ и bcd на диаграмме статической остойчивости и геометрические построения на диаграмме динамической остойчивости (проведение предельной касательной и прямой, параллельной оси абсцисс) ведут от точки θ_0 (рис. III.10, *г*). Аналогичными построениями устанавливают величину M_c судна с отрицательной начальной остойчивостью (рис. III.10, *д* и *е*). Если в этих условиях начальный крен будет на правый борт, то используют данные рис. III.10, *д*. В случае отрицательного начального крена используют схему на рис. III.10, *е*.

Построения, рассмотренные на рис. III.10, *в*, справедливы в том случае, если угол крена, соответствующий точке C, будет меньше угла заливания θ_f, т. е. такого угла, при котором через неплотно закрытые отверстия (комингсы грузовых люков и дверей, иллюминаторы и т. п.) вода может попасть внутрь корпуса судна. При $\theta_f < \theta_C$ необходимо вместо предельной касательной к диаграмме динамической остойчивости провести секущую до пересечения с перпендикуляром, восстановленным из точки θ_f (рис. III.11). Заштрихованные площади на диаграмме статической остойчивости в этом случае приравнивают до угла θ_f.

Задачу определения опрокидывающего момента часто решают по диаграммам статической и динамической остойчивости, представленным в виде изменения плеч l и d в зависимости от угла крена. В этом случае все рассмотренные построения остаются справедливыми, только вместо кренящего момента $M_{кр}$ рассматривают приведенное плечо $l_{кр} = M_{кр}/D$, а вместо опрокидывающего момента — плечо $l_c = M_c/D$.

Угол крена $\theta_{д\,max}$, возникающий при воздействии кренящего момента, равного опрокидывающему, называют максимальным углом динамического крена. Если динамический крен превзойдет угол $\theta_{д\,max}$, то судно опрокинется.

С опрокидывающим моментом тесно связано понятие запаса динамической остойчивости. Если запас динамической остойчивости характеризовать площадью abc диаграммы статической остойчивости, оставшейся после приравнивания работы кренящего и восстанавливающего моментов (рис. III.12, *а*), то опрокидывающий момент можно рассматривать как предельный динамический кренящий момент, при котором запас динамической остойчивости будет равен нулю. Сформулированное понятие запаса динамической остойчивости не общепринятое. Часто в качестве этой характеристики рассматривают площадь def диаграммы статической остойчивости, расположенную выше линии, изображающей кренящий момент (рис. III.12, *б*).

Оценку динамической остойчивости судна удобно вести по диаграммам динамических и средних моментов.

Диаграмма динамических моментов, предложенная Н. Ф. Воеводиным [6], изображает зависимость между произвольного вида кренящими динамическими моментами $M_{кр} = M_{кр0} f(\theta)$ и соответствующими углами динамического крена $\theta_д$

при наличии амплитуды качки θ_r. Построение ее ведется с помощью диаграммы статической остойчивости путем уравнивания работ кренящего и восстанавливающего моментов (рис. III.13, *а*). Ординату диаграммы характеризует соотношение

$$M_д = M_{кр_\theta} = \frac{T_{s_д} - T_{s_r}}{\int\limits_{\theta_r}^{\theta_д} f(\theta)\, d\theta},$$

где $T_{s_д}$ и T_{s_r} — значения работы восстанавливающего момента при углах крена $\theta_д$ и θ_r; $f(\theta)$ — функция, определяющая закон изменения кренящего момента.

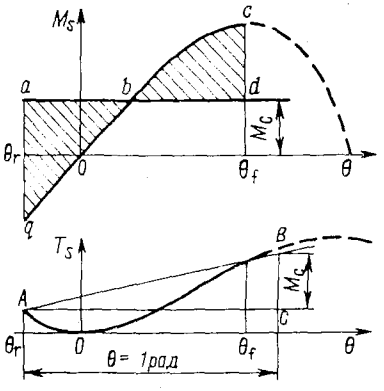


Рис. III.11. Учет угла заливания при определении опрокидывающего момента.

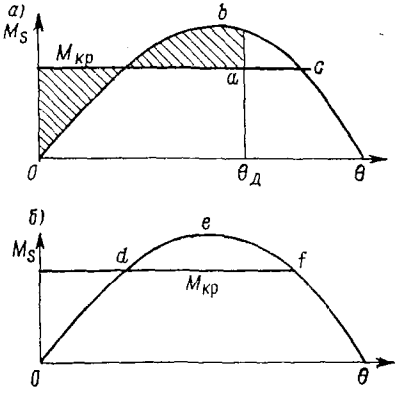


Рис. III.12. Определение запаса динамической остойчивости, характеризуемого: *а* — площадью *abc*; *б* — площадью *def*.

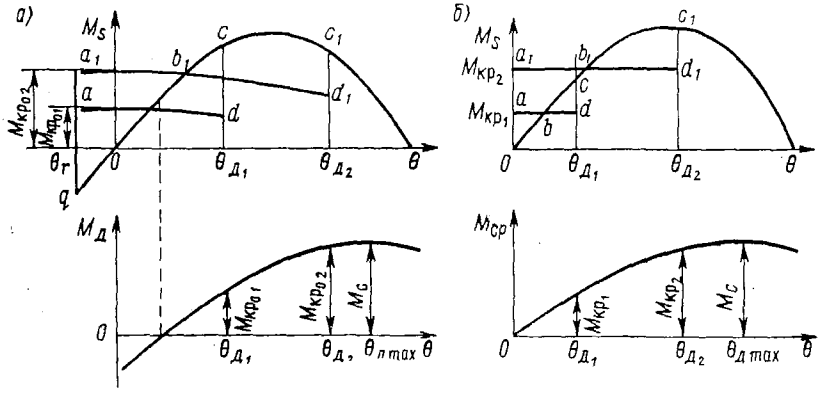


Рис. III.13. Диаграммы динамических (*а*) и средних моментов (*б*).

Максимальная ордината диаграммы динамических моментов соответствует опрокидывающему моменту.

В частном случае, когда кренящий момент изменяется по косинусоиде $M_{кр} = M_{кр_0} \cos\theta$ (кренящий момент создается силами тяжести), величина $M_д$ равна

$$M_д = \frac{T_{s_д} - T_{s_r}}{\sin\theta_д - \sin\theta_r}.$$

Диаграмма средних моментов предложенная Г. Е. Павленко [17], строится в предположении $\theta_г = 0$ и $M_{кр} = \text{const}$ по диаграмме статической остойчивости (рис. III.13, *б*) и изображает зависимость между постоянными кренящими моментами и вызванными углами динамического крена. Ординату диаграммы характеризует соотношение

$$M_{ср} = \frac{1}{\theta_д} \int_0^{\theta_д} M_s \, d\theta = \frac{T_{s_д}}{\theta_д},$$

а опрокидывающий момент определяют в точке максимума диаграммы.

§ 16. РАСЧЕТ ОСТОЙЧИВОСТИ НА БОЛЬШИХ УГЛАХ КРЕНА

Для выполнения расчетов остойчивости на больших углах крена используют два различных подхода: в одном случае задача сводится к определению равнообъемных ватерлиний и последующему вычислению характеристик остойчивости, в другом — для принятых неравнообъемных ватерлиний непосредственно выполняются все необходимые вычисления и строятся кривые плеч остойчивости формы с учетом изменения объема при наклонении судна.

Рассмотрим способы расчета, основанные на равнообъемных наклонениях. Среди них наибольшее распространение получили способы А. Н. Крылова и Крылова—Дарньи, различающиеся тем, что в первом случае сразу проводят все вспомогательные ватерлинии и по их элементам устанавливают положение равнообъемных ватерлиний, во втором случае равнообъемные ватерлинии проводят последовательно после выполнения всех вычислений для предыдущей ватерлинии. Указанные различия имеются только в начальной стадии расчета, когда находят метацентрические радиусы. После их определения вычисления ведутся в такой последовательности.

Координаты ЦВ

$$y_c = \int_0^{\theta_i} r \cos\theta \, d\theta; \qquad z_c - z_{c_0} = \int_0^{\theta_i} r \sin\theta \, d\theta.$$

Плечи остойчивости формы

$$l_ф = y_c \cos\theta + (z_c - z_{c_0}) \sin\theta.$$

Плечи статической и динамической остойчивости

$$l = l_ф - a_0 \sin\theta; \qquad d = \int_0^{\theta} l \, d\theta.$$

Все необходимые характеристики остойчивости могут быть установлены графически по заданным метацентрическим радиусам путем построения полярной диаграммы остойчивости.

Способ А. Н. Крылова. Согласно этому способу на корпусе судна через точку *o*, являющуюся пересечением следа заданной ватерлинии с ДП, проводят все вспомогательные ватерлинии (обычно с интервалом $\Delta\theta = 10°$) и для них снимают входящие и выходящие ординаты a_θ и b_θ (рис. III.14). Данные заносят в табл. III.1, где вычисляют значения сумм $\sum(a_\theta + b_\theta)$ и $\sum(a_\theta^2 - b_\theta^2)$. Результаты вычислений для рассматриваемого диапазона углов крена записывают в табл. III.2 и используют для определения толщины поправочного слоя

$$\varepsilon = \frac{\frac{1}{2}\int_0^{\theta}\int_{-L/2}^{L/2} (a_\theta^2 - b_\theta^2)\, dx\, d\theta}{\int_{-L/2}^{L/2} (a_\theta + b_\theta)\, dx} \approx \frac{\frac{1}{2}\int_0^{\theta} \left[\sum (a_\theta^2 - b_\theta^2)\right] d\theta}{\sum (a_\theta + b_\theta)}.$$

Откладывая значения ε_i от вспомогательных ватерлиний (вниз $\varepsilon > 0$ и вверх $\varepsilon < 0$), строят равнообъемные ватерлинии, для которых снимают входящую и выходящую ординаты a_θ и b_θ и записывают в табл. III.3, где выполняют расчет метацентрических радиусов.

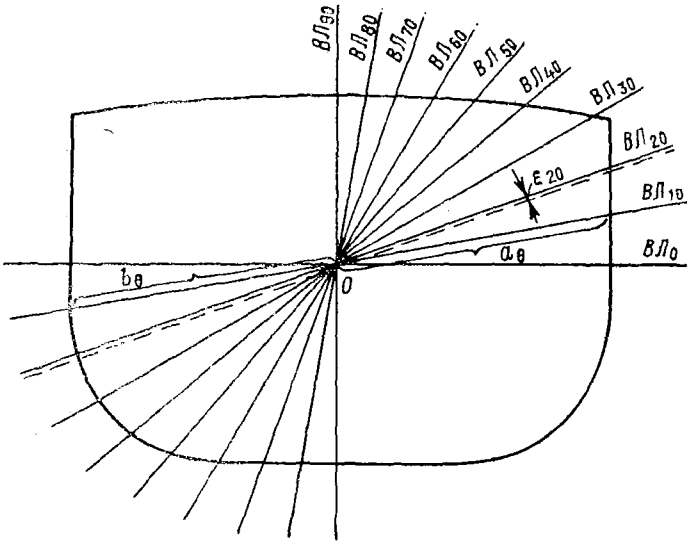


Рис. III.14. Проведение вспомогательных ватерлиний по способу А. Н. Крылова.

Таблица III.1. **Вычисление разности квадратов входящих и выходящих ординат**

№ шп.	Угол крена θ, град.			
	a_θ	b_θ	a_θ^2	b_θ^2
0 1 2 . . . n				
Суммы				
Поправки				
Исправленные суммы	$\Sigma\,(a_\theta + b_\theta)_{исп}$		$\sum\,(a_\theta^2 - b_\theta^2)_{исп}$	

Примечание. Если расчет ведется по правилу Чебышева, то поправки не учитываются

Если объемы надводной и подводной частей корпуса судна достаточно близкие, о чем свидетельствует тот факт, что ватерлиния при крене 90° почти сливается с ДП, то расчет упрощают, пренебрегая толщиной поправочного слоя, и сразу по данным табл. III.3 вычисляют метацентрические радиусы. Результаты расчетов за-

Таблица III.2. **Вычисление толщины поправочного слоя**

θ, град.	$\sum (a_\theta^2 - b_\theta^2)_{исп}$	$\sum_{инт}$ (2)	$\frac{\Delta\theta}{4}$ (3)	$\sum (a_\theta + b_\theta)_{исп}$	$\varepsilon = \frac{(4)}{(5)}$
1	2	3	4	5	6
0 Δθ 2Δθ . . . kΔθ					

Таблица III.3. **Вычисление метацентрических радиусов**

№ шп.	Угол крена θ, град.					
	a_θ	b_θ	a_θ^2	b_θ^2	a_θ^3	b_θ^3
0 1 2 . . . n						
Суммы						
Поправки						
Исправленные суммы	$\Sigma (a_\theta + b_\theta)_{исп}$		$\sum (a_\theta^2 - b_\theta^2)_{исп}$		$\sum (a_\theta^3 + b_\theta^3)_{исп}$	

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{\sum (a_\theta^2 - b_\theta^2)_{исп}}{\Sigma (a_\theta + b_\theta)_{исп}}; \quad J'_x = \frac{1}{3} \frac{L}{n} \sum (a_\theta^3 + b_\theta^3)_{исп};$$

$$J_x = J'_x - \frac{L}{n} \Sigma (a_\theta + b_\theta)_{исп} \eta^2; \quad r = \frac{J_x}{V}.$$

носят в табл. III.4, где производят все необходимые вычисления для определения плеч остойчивости формы и плеч статической и динамической остойчивости.

В некоторых задачах, особенно при оценке остойчивости при приеме (снятии) груза табл. III.4 дополняют двумя колонками: $a = a_0 + d$ и $h = r - a$, позволяющими построить кривую $h = f(\theta)$.

Способ Крылова—Дарньи. По этому способу вспомогательные ватерлинии проводят последовательно каждый раз через ЦТ равнообъемной ватерлинии. Сначала под углом $\Delta\theta_i$ через ЦТ исходной ватерлинии проводят первую вспомогательную ватерлинию. Для этой ватерлинии снимают ординаты a_θ и b_θ, заносят их в табл. III.3 и определяют величину η_i и метацентрический радиус r_i. Затем геометрическими построениями, указанными на рис. III.15, устанавливают равнообъемную ватерлинию и положение ее ЦТ (точка F_{10}). Сущность построения состоит в том,

Таблица III.4. **Вычисление плеч остойчивости формы и плеч статической и динамической остойчивости**

θ, град.	r, м	$\cos\theta$	$\sin\theta$	(2) (3)	(2) (4)	$\sum_{инт}$ (5)	$\sum_{инт}$ (6)	$y_c = \frac{\Delta\theta}{2}$ (7)	$z_c - z_{c_0} = \frac{\Delta\theta}{2}$ (8)	$y_c \cos\theta$ = (9) (3)	$(z_c - z_{c_0}) \sin\theta$ = (10) (4)	$l_ф$ = (11) + (12)	$a_0 \sin\theta$	l = (13)—(14)	$\sum_{инт}$ (15)	$d = \frac{\Delta\theta}{2}$ (16)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
0	r_0															
$\Delta\theta$	r_1															
$2\Delta\theta$	r_2															
. .	. .															
$k\Delta\theta$	r_k															

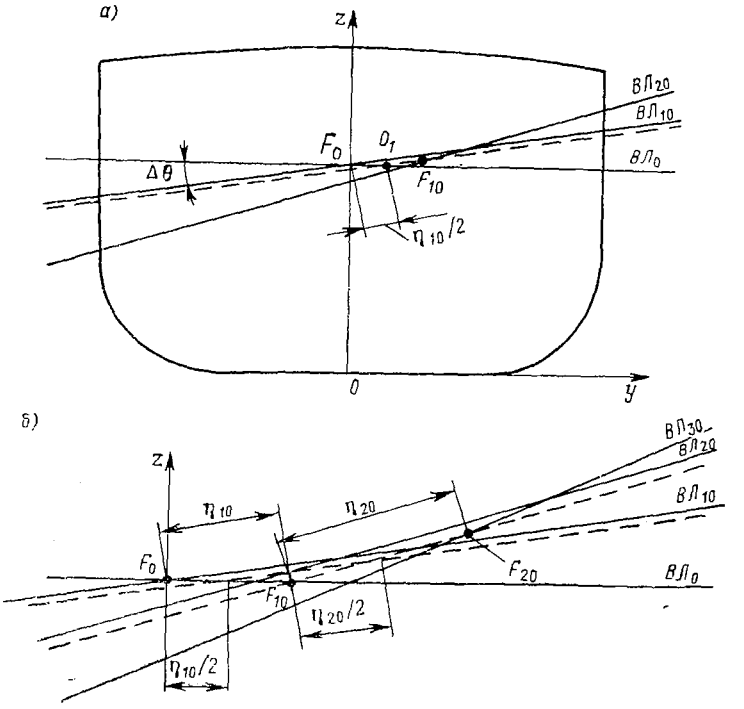


Рис. III.15. Определение равнообъемных ватерлиний по способу Крылова—Дарньи: *а* — проведение вспомогательной и равнообъемной ватерлинии на корпусе судна; *б* — последовательность построений.

что от точки F_0 вдоль начальной ватерлинии с учетом знака η (вправо при $\eta > 0$ и влево при $\eta < 0$) откладывают отрезок $\overline{F_0O_1} = \eta_i/2$ и через полученную точку o_1 параллельно вспомогательной проводят равнообъемную ватерлинию (пунктирная линия), так как $\varepsilon = 0{,}5\Delta\theta\eta$. Вследствие малости толщины поправочного слоя ε, такое построение обеспечивает более высокую точность определения равнообъемной ватерлинии, чем непосредственное ее определение по величине ε.

Следующую вспомогательную ватерлинию проводят через ЦТ F_i под углом $\Delta\theta_i$ к предыдущей ватерлинии. Для этой ватерлинии вновь снимают ординаты

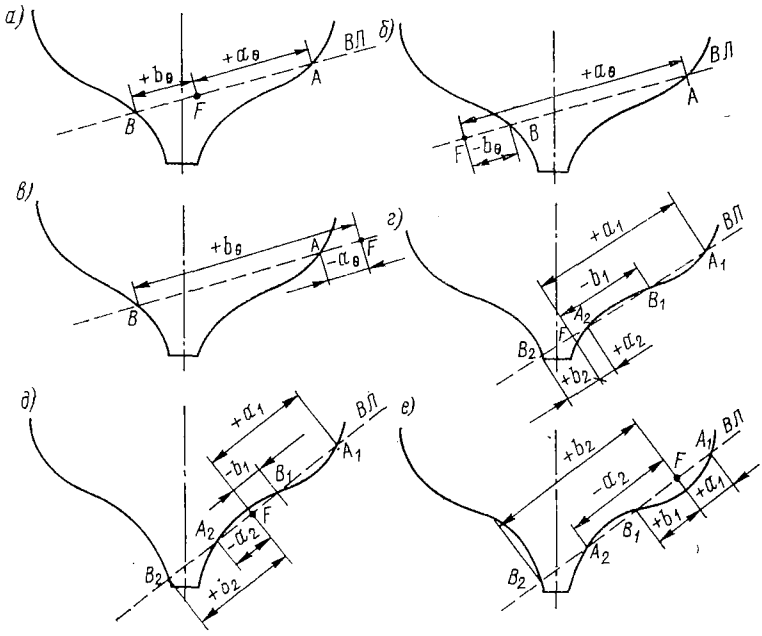


Рис. III.16. Типичные случаи определения входящих и выходящих ординат.

a_θ и b_θ и по отмеченной выше схеме (см. табл. III.3) производят вычисления значений η_{i+1} и r_{i+1}, устанавливают равнообъемную ватерлинию $ВЛ_{i+1}$ и положение ее ЦТ F_{i+1}. При проведении каждой последующей вспомогательной ватерлинии следует контролировать значения угла крена $\theta = k\Delta\theta$ во избежание графической ошибки, накапливающейся при геометрическом построении интервала $\Delta\theta$.

Для установления знаков входящих и выходящих ординат a_θ и b_θ необходимо руководствоваться следующими указаниями.

Если точка F пересечения вспомогательной ватерлинии с действующей ватерлинией предыдущего наклонения располагается внутри обвода шпангоута (рис. III.16, *а*), ординаты a_θ и b_θ положительны, т. е. входящую ординату $a_\theta = \overline{FA}$ считают положительной вверх от ЦТ к точке A, выходящую $b_\theta = \overline{FB}$ — вниз от ЦТ к точке B. Если ЦТ ватерлинии располагается ниже отрезка AB (рис. III.16, *б*), входящая ордината $a_\theta = \overline{FA}$ положительная, выходящая $b_\theta = \overline{FB}$ — отрицательная. При расположении ЦТ выше отрезка AB (рис. III.16, *в*), входящая ордината $a_\theta = \overline{FA}$ отрицательная, выходящая $b_\theta = \overline{FB}$ положительная.

Изложенное правило знаков используют при записи ординат a_θ и b_θ в табл. III.3 и учитывают в расчетах, считая кубы отрицательных ординат отрицательными, квадраты — положительными (при суммировании ординат и кубов ординат вычисляют их алгебраические суммы).

Пересечение вспомогательной ватерлинией шпангоута возможно в четырех точках (рис. III.16, *г*). В этом случае в соответствующую строку таблицы вписывают два значения входящих ординат $\overline{FA_1}$ и $\overline{FA_2}$ и два значения $\overline{FB_1}$ и $\overline{FB_2}$ выходящих ординат. Возможно несколько комбинаций знаков двойных ординат. Если точка F лежит внутри шпангоута в нижней его части (рис. III.16, *г*), знаки $+a_1$, $+a_2$, $-b_1$, $+b_2$; при расположении точки F вне контура шпангоута между нижней и верхней его частями (рис. III.16, *д*) знаки $+a_1$, $-a_2$, $-b_1$, $+b_2$; если точка F лежит внутри шпангоута в верхней его части (рис. III.16, *е*), знаки $+a_1$, $-a_2$, $+b_1$, $+b_2$. Расположение точки F вне контура выше или ниже точки A_1 маловероятно, а одинаковые знаки у всех четырех ординат невозможны. Двойные ординаты вписывают в таблицу с соблюдением правила знаков и суммирования обычным способом.

Указанными правилами следует руководствоваться и при расчете остойчивости двухкорпусных судов, для которых характерным является случай, соответствующий рис. III.16, *д*.

Если при интегрировании по длине используется правило трапеций и рассматриваемые шпангоуты являются крайними, то значения входящих и выходящих ординат (две или четыре), а также их квадраты и кубы должны входить в исправленные суммы с множителем 1/2.

Определение плеч статической и динамической остойчивости по способу Крылова—Дарньи ведется путем построения полярной диаграммы, позволяющей также представить в графической форме всю сложную картину изменения элементов остойчивости в рассматриваемом диапазоне углов крена.

Построение полярной диаграммы начинают с вычисления средних значений метацентрических радиусов

$$r_1 = \frac{1}{2}(r_0 + r_{\Delta\theta});$$

$$r_2 = \frac{1}{2}(r_{\Delta\theta} + r_{2\,\Delta\theta});$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$r_k = \frac{1}{2}[r_{(k-1)\,\Delta\theta} + r_{k\,\Delta\theta}].$$

Затем на вертикальной линии, изображающей ДП (рис. III.17), наносят в принятом масштабе точки m_0, G и C_0 по заданным $r_0 = \overline{m_0C_0}$, $h_0 = \overline{m_0G}$ и $a_0 = z_g - z_{c_0}$. На прямой $\overline{m_0C_0}$ от точки C_0 вверх откладывают отрезок $\overline{C_0o_1} = r_1$ и из точки o_1 как из центра проводят дугу радиусом r_1 и луч $o_1C_{\Delta\theta}$ под углом $\Delta\theta$ к линии m_0C_0 (все построения на рис. III.17 выполнены для $\Delta\theta = 10°$ вплоть до угла крена $\theta = k\Delta\theta = 90°$). Точка пересечения луча с дугой (точка $C_{\Delta\theta}$) определяет положение ЦВ при наклонении судна на угол $\Delta\theta$. От точки $C_{\Delta\theta}$ по линии $C_{\Delta\theta}o_1$ откладывают отрезок $r_{\Delta\theta}$ и отмечают точку $m_{\Delta\theta}$ — метацентр при угле крена $\Delta\theta$. Откладывая от точки $C_{\Delta\theta}$ отрезок $C_{\Delta\theta}o_2 = r_2$ и проводя из точки o_2 как из центра дугу радиусом r_2 и луч под углом $2\Delta\theta$ к прямой m_0C_0, получают точку $C_{2\Delta\theta}$, определяющую положение ЦВ при крене $2\Delta\theta$. Продолжая построение, находят положения ЦВ и метацентра для следующих наклонений судна.

Соединяя точки C_i ($i = \Delta\theta, 2\Delta\theta, \ldots, k\Delta\theta$) плавной кривой, получают кривую C, а соединяя точки m_i—метацентрическую эволюту. Прямые C_im_i — линии действия силы поддержания. Опустив из точки C_0 перпендикуляры C_0M_i на направления силы поддержания, получают плечи остойчивости формы

$$l_{\Phi_1} = C_0M_{\Delta\theta}, \qquad l_{\Phi_2} = C_0M_{2\,\Delta\theta}, \ \ldots, \ l_{\Phi_k} = C_0M_{k\,\Delta\theta}.$$

Опуская из точки G перпендикуляры GZ_i на направления силы поддержания, устанавливают плечи статической остойчивости

$$l_1 = GZ_{\Delta\theta}, \qquad l_2 = GZ_{2\,\Delta\theta}, \ \ldots, \ l_k = GZ_{k\,\Delta\theta}.$$

$$d_1 = C_{\Delta\theta}N_{\Delta\theta}, \qquad d_2 = C_{2\,\Delta\theta}N_{2\,\Delta\theta}, \quad \ldots, \quad d_k = C_{k\,\Delta\theta}N_{k\,\Delta\theta}.$$

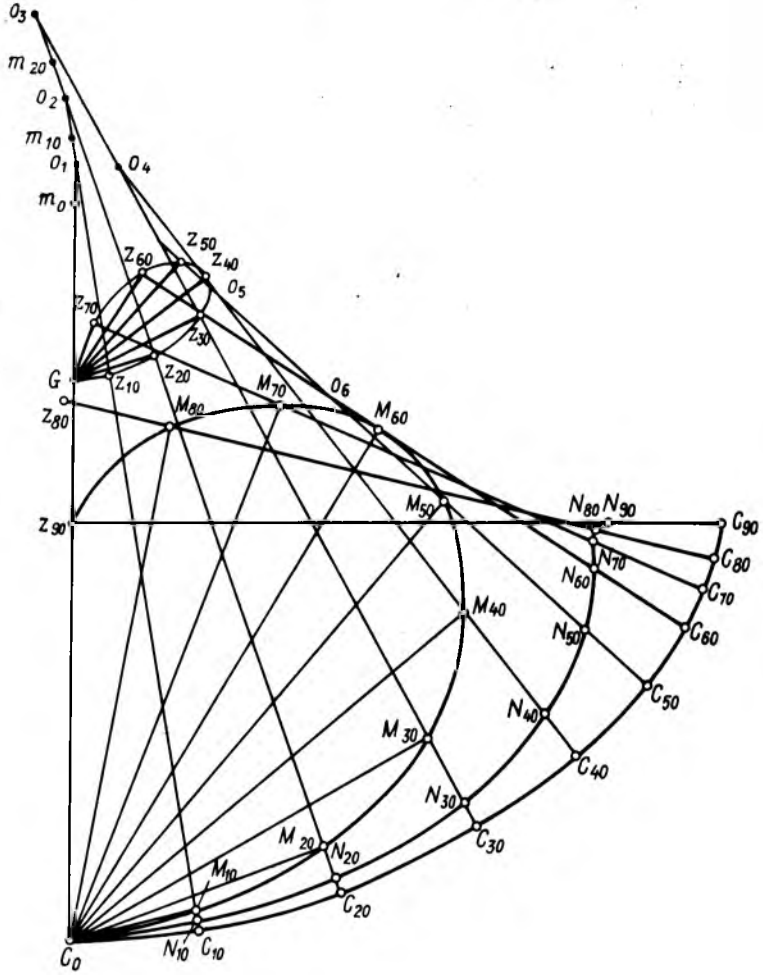


Рис. III.17. Полярная диаграмма.

Расчеты остойчивости по неравнообъемным наклонениям удобно вести в том случае, если заранее построены интегральные кривые В. Г. Власова ω, b и c. Порядок расчета указан в § 17 этого раздела.

Используют и другие способы расчета остойчивости на больших углах крена, описание которых содержится в работе [2].

§ 17. ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ КРИВЫЕ, ПАНТОКАРЕНЫ И УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ДИАГРАММЫ

Для быстрого вычисления ординат диаграммы статической остойчивости при различных вариантах нагрузки судна используют **интерполяционные кривые плеч остойчивости формы**. Построение этих кривых ведут на основе расчетов плеч l_Φ для трех водоизмещений в диапазоне от водоизмещения порожнего судна до водо-

лусумме указанных крайних значений. Контрольной точкой служит водоизмещение полного погружения $V_п$, при котором весь водонепроницаемый объем оказывается под водой и кривые стягиваются в точку. Величину $V_п$ устанавливают расчетом по масштабу Бонжана.

Выполнив расчеты остойчивости на больших углах крена для каждой из трех отмеченных ватерлиний, строят зависимость $l_ф = f(V)$. Для этого по оси абсцисс откладывают значения V_1, V_2, V_3 и $V_п$, а по оси ординат — соответствующие им значения плеч остойчивости формы $l_ф$ для каждого наклонения судна. Соединяя концы ординат плавными кривыми, получают серии кривых, число которых равно числу наклонений (рис. III.18).

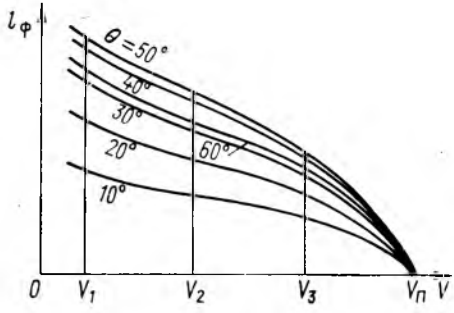


Рис. III.18. Интерполяционные кривые.

Чтобы рассчитать диаграмму статической остойчивости, нужно для заданного случая нагрузки определить водоизмещение и возвышение ЦТ над ЦВ $a_0 = z_g - z_{c_0}$. Плечи статической остойчивости вычисляют по формуле

$$l = l_ф - a_0 \sin\theta,$$

где величину $l_ф$ снимают с интерполяционных кривых. Точность вычерчивания интерполяционных кривых может быть повышена за счет дополнительных построений, позволяющих установить направления касательных в расчетных точках. Для этого путем несложных геометрических построений на корпусе теоретического чертежа (рис. III.19) устанавливают плечи l_f катящейся кривой (см. § 11 первого раздела). Далее на интерполяционных кривых в точке, соответствующей удвоенному расчетному водоизмещению, восстанавливают перпендикуляр к оси абсцисс (рис. III.20) и на нем откладывают значения $l_f = \overline{PF}$ в масштабе, принятом для плеч остойчивости формы $l_ф$. При расположении точки F выше точки P (см. рис. III.19), плечи l_f откладывают вверх от оси абсцисс, в противном случае — вниз. Соединяя концы плеч катящейся кривой l_f с концами плеч остойчивости формы $l_ф$ прямыми, получают касательные к кривым $l_ф$. Построение рекомендуется выполнять тонкими линиями и при построении графика учитывать выступающие части судна.

Если изменение нагрузки судна в условиях эксплуатации сравнительно невелико (изменение водоизмещения составляет 10—20 %) можно заменять расчет интерполяционных кривых построением касательных. Для этого достаточно провести расчет плеч остойчивости формы при одном водоизмещении

$$V = \frac{1}{2}(V_{max} + V_{min}),$$

где V_{max} и V_{min} — наибольшее и наименьшее значения водоизмещения. Построив описанным способом касательные, можно приближенно использовать их как интерполяционные кривые.

Расчет интерполяционных кривых удобно вести способом, основанным на неравнообъемных наклонениях судна (без проведения равнообъемных ватерлиний). Наиболее простой и надежный путь использования такого подхода заключается в применении интегральных кривых ω, b и c.

Выбирая три значения водоизмещения в заданном диапазоне практически возможных состояний нагрузки судна и принимая в каждом случае определенное положение оси наклонения o_1, o_2 и o_3 (рис. III.21, *а*), следует сразу провести все наклонные ватерлинии для рассматриваемых углов крена. Для этих ватерлиний вычисляют подводный объем V_θ и его статические моменты M_{yz} и M_{xy}. Тогда плечо остойчивости формы

$$l_ф = y_c \cos\theta + (z_c - z_{c_0}) \sin\theta = \frac{1}{V_\theta}[M_{xz}\cos\theta + (M_{xy} - V_0 z_{c_0}) \sin\theta],$$

где V_θ и z_{c_0} снимают с гидростатических кривых для заданной осадки.

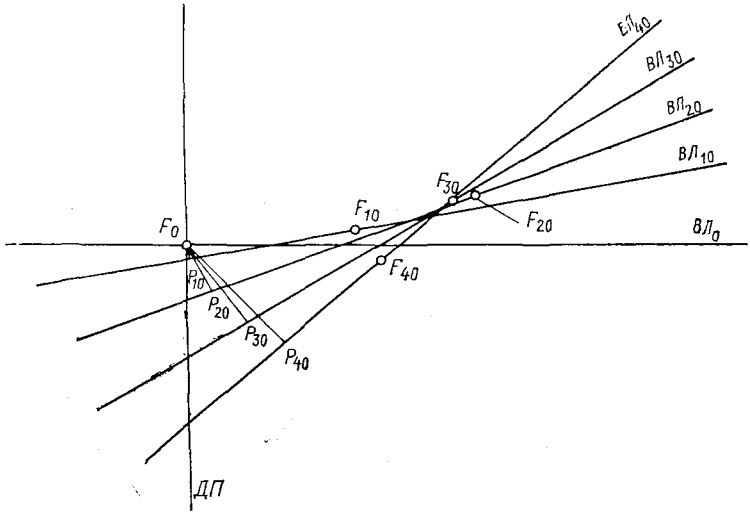


Рис. III.19. Построение плеч катящейся кривой.

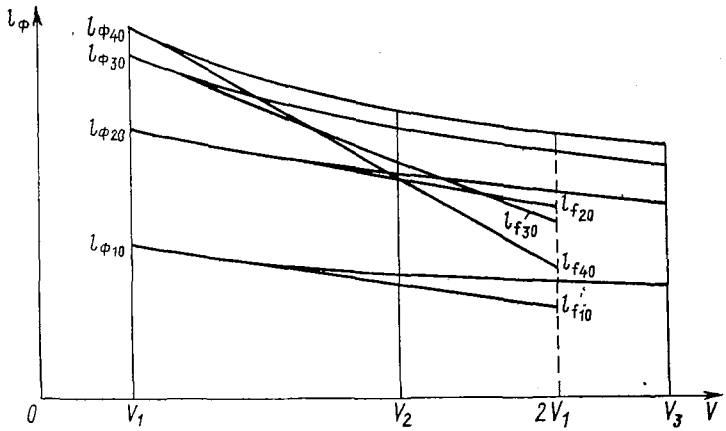


Рис. III.20. Построение касательных к интерполяционным кривым.

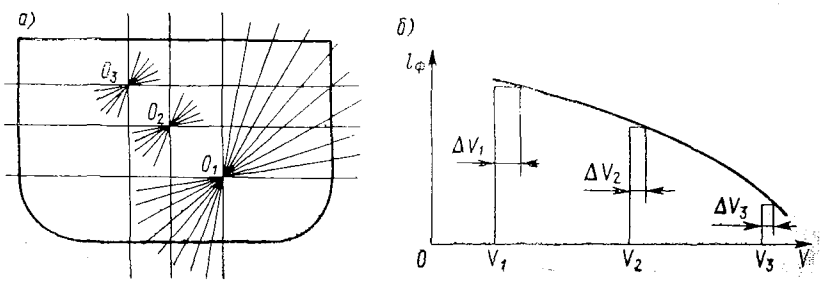


Рис. III.21. Построение интерполяционных кривых при неравнообъемном наклонении судна: *а* — выбор осей наклонения; *б* — плечи $l_ф$ для различных V.

Положения осей o_1, o_2, o_3 на исходных ватерлиниях принимают при условии, чтобы отсекаемые следами ватерлиний площади мидель-шпангоута при крене 0° и 90° были приближенно равны.

По результатам расчетов строят интерполяционные кривые $l_\Phi = f(V_\theta)$. Различие в их построении состоит в том, что при неравнообъемном наклонении происходит изменение подводного объема, и величины V_θ для $\theta = \Delta\theta$, $2\Delta\theta$ и т. д. будут отличаться от исходного водоизмещения V_0. Поэтому, откладывая для $V_{\Delta\theta}$, $V_{2\Delta\theta}$, ..., $V_{k\,\Delta\theta}$ соответствующие значения $l_{\Phi\,\Delta\theta}$, $l_{\Phi\,2\Delta\theta}$, ..., $l_{\Phi\,k\,\Delta\theta}$, получают точки, не лежащие на одной вертикали, проведенной при $V = V_0$ (рис. III.21, *б*). Соединяя точки $\theta = \text{const}$ для каждого из рассматриваемых случаев нагрузки, получают интерполяционные кривые, которые ничем не отличаются от обычных интерполяционных кривых, построенных при равнообъемных наклонениях судна.

Если вместо значений $l_\Phi = y_c \cos\theta + (z_c - z_{c_0}) \sin\theta$ на чертеже интерполяционных кривых используются плечи $l_{\Phi 1} = y_c \cos\theta + z_c \sin\theta$, ординаты диаграммы статической остойчивости вычисляют по формуле

$$l = l_{\Phi 1} - z_g \sin\theta.$$

Иногда интерполяционные кривые строят для плеч $l_{p\theta}$, характеризующих отстояние линии действия силы поддержания от произвольно выбранного на оси oz полюса P, относительно которого производится вращение судна при наклонении на различные углы. Зависимости $l_{p\theta} = f(V)$ называют **пантокаренами.**

Плечо статической остойчивости по чертежу пантокарен при заданных водоизмещении V и аппликатах z_g и z_p определяют как разность

$$l = l_{p\theta} - (z_g - z_p) \sin\theta,$$

где $l_{p\theta}$ — снимают с графика. В отдельных случаях в качестве интерполяционных кривых рассматривают зависимость плеча остаточной остойчивости l_0 от водоизмещения.

Для непосредственного определения диаграммы статической остойчивости используют специально разработанные универсальные диаграммы.

Универсальная диаграмма остойчивости, предложенная Г. Е. Павленко [17], позволяет без каких-либо расчетов устанавливать значения плеч статической остойчивости при любых эксплуатационных случаях нагрузки судна. Используют два вида диаграмм, в каждом из которых параметрами служат водоизмещение и аппликата ЦТ или начальная метацентрическая высота (рис. III.22).

На этих диаграммах по оси абсцисс строят неравномерную шкалу синусов, отрезки которой определяют как $\lambda \sin\theta$, где λ — длина отрезка шкалы при крене 90°. По оси ординат наносят равномерную шкалу плеч остойчивости. На поле диаграммы вычерчивают семейство кривых плеч статической остойчивости, рассчитанных для ряда значений водоизмещения при $z_{g_0} = \text{const}$ (рис. III.22, *а*) или при $h_0 = \text{const}$. Ординаты кривых вычисляют по формулам

$$l_V = l_{\Phi V} - (z_{g_0} - z_{c_V}) \sin\theta$$

или

$$l_V = l_{\Phi V} - (r_V - h_0) \sin\theta,$$

где $l_{\Phi V}$, z_{c_V} и r_V — плечо остойчивости формы, аппликата ЦВ и метацентрический радиус, соответствующие водоизмещению V.

Величины z_{g_0} и h_0 следует принимать реально возможными в условиях эксплуатации и равными целому числу метров. Значения водоизмещения при расчете кривых l_V должны охватывать диапазон изменения нагрузки судна и выражаться круглыми числами с интервалом, удобным для интерполяции.

При $\theta = 90°$ перпендикулярно к оси абсцисс строят равномерные шкалы: z_g или h_0 в том же масштабе, что и шкалу l_V. Точки пересечения этих шкал с осью абсцисс соответствуют значениям z_{g_0} и h_0. Откладывая на шкале аппликат или метацентрических высот заданное значение z_g (или h_0) и соединяя полученную точку с началом координат, получают прямую oA. Отрезки, заключенные между

прямой и кривой l_V, соответствующей заданному водоизмещению, определяют в масштабе плеч ординаты искомой диаграммы.

Если по оси ординат универсальной диаграммы отложено плечо остойчивости формы в виде $l_{ф1} = y_c \cos\theta + z_c \sin\theta$, то вместо значений l_V можно построить семейство кривых $l_ф = f(V)$ при $z_{g_0} = \text{const}$, а ординаты диаграммы статической остойчивости определить так же, как и при $l_V = f(V)$.

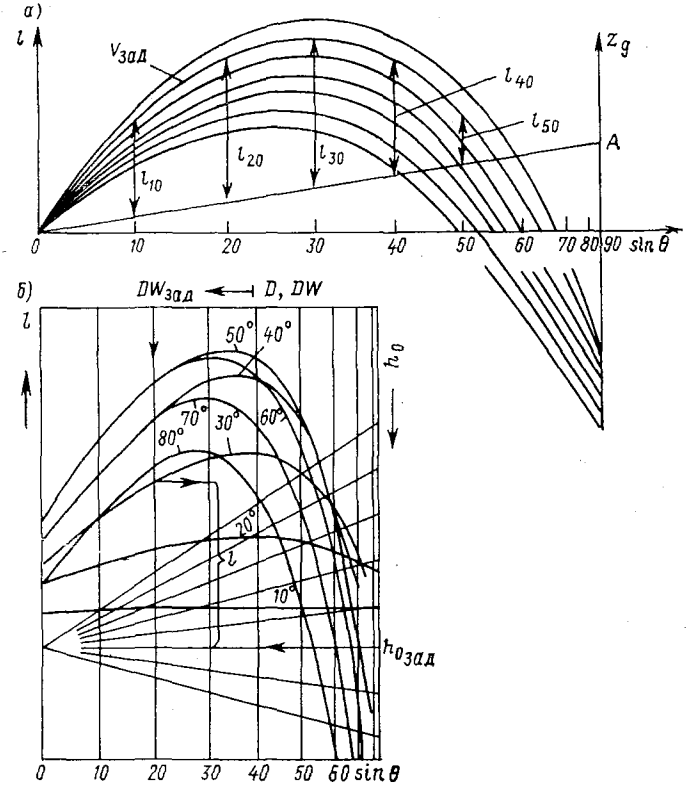


Рис. III.22. Универсальная диаграмма остойчивости (виды *а* и *б*).

Удобный для практического использования вариант универсальной диаграммы предложил Д. В. Дорогостайский, перестроив кривые l_V для $\theta = \text{const}$ и дополнив диаграмму шкалой водоизмещения или дедвейта (см. рис. III.22, *б*). В качестве примера на этом рисунке показано определение плеча l для $\theta = 30°$ и заданных значений DW и h_0.

§ 18. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИАГРАММ СТАТИЧЕСКОЙ И ДИНАМИЧЕСКОЙ ОСТОЙЧИВОСТИ

Для описания зависимости $l = f(\theta)$ при нелинейном характере изменения восстанавливающего момента используют различные способы. В простейших случаях (судно с круговыми обводами, прямостенное судно) ординаты диаграммы статической остойчивости могут быть вычислены по точным формулам:

для круговых обводов

$$l = h_0 \sin\theta;$$

для прямостенных обводов

$$l = r_0 (1 + 0{,}5 \operatorname{tg}^2 \theta) \sin \theta - a_0 \sin \theta$$

или

$$l = (h_0 + 0{,}5 r_0 \operatorname{tg}^2 \theta) \sin \theta.$$

Соответствующие формулы для ординат диаграммы динамической остойчивости принимают вид:

для круговых обводов

$$d = h_0 (1 - \cos \theta);$$

для прямостенных обводов

$$d = r_0 \int_0^\theta (1 + 0{,}5 \operatorname{tg}^2 \theta) \sin \theta \, d\theta - a_0 (1 - \cos \theta) = h_0 (1 - \cos \theta) - $$
$$- 0{,}5 r_0 (0{,}5 \sin^2 \theta + \ln \cos \theta).$$

Нужную формулу выбирают в зависимости от характера обводов шпангоутов на рассматриваемом участке наклонения. Обычно морские суда имеют в средней части вертикальные борта и развал шпангоутов в оконечностях. Такого типа обводы можно приближенно рассматривать как прямостенные и для расчета плеч статической и динамической остойчивости использовать приведенные выше формулы. Угол крена, ограничивающий начальный участок диаграммы, находят из условия

$$\operatorname{tg} \theta_H = 2\Delta H / B,$$

где ΔH — отстояние ватерлинии от кромки палубы или скулы, смотря по тому, что меньше.

Для определения ординат диаграммы статической остойчивости в широком диапазоне углов крена наибольшее распространение получила приближенная формула Власова—Благовещенского

$$l = y_{90} f_1 (\theta) + (z_{90} - z_{c_0}) f_2 (\theta) + r_0 f_3 (\theta) + r_{90} f_4 (\theta) - a_0 \sin \theta, \qquad \text{(III.11)}$$

где y_{90} и z_{90} — координаты ЦВ при наклонении судна на 90°; r_0 и r_{90} — метацентрические радиусы в прямом положении судна и при наклонении на 90°.

Значения z_{c_0} и r_0 вычисляют по приближенным зависимостям, приведенным в § 8, а для определения величин y_{90}, $z_{90} - z_{c_0}$ и r_0 можно воспользоваться формулами В. Л. Поздюнина

$$y_{90} = 0{,}5B \left(1 - C \frac{T}{H_1}\right); \qquad z_{90} - z_{c_0} = C_1 \left(1 - C_2 \frac{T}{H_1}\right) H_1;$$

$$r_{90} = r_0 \left(\frac{z_{90} - z_{c_0}}{y_{90}}\right)^3.$$

Здесь C, C_1, C_2 — коэффициенты, значения которых для морских транспортных судов составляют $C = 0{,}972$, $C_1 = 0{,}640$, $C_2 = 1{,}032$ и могут быть уточнены по прототипу; $H_1 = H\,[1 + (V_н/V_1)]^\chi$ — приведенная высота борта ($V_н$ — кубатура вышележащих водонепроницаемых частей судна, включаемых в расчеты остойчивости на больших углах крена; V_1 — объем корпуса по горизонтальную плоскость, проходящую через низшую точку борта; χ — коэффициент вертикальной полноты).

Значения функций $f_1(\theta) - f_4(\theta)$, входящих в формулу (III.11), приведены в в табл. III.5.

Плечи динамической остойчивости находят по формуле

$$d = y_{90} F_1 (\theta) + (z_{90} - z_{c_0}) F_2 (\theta) + r_0 F_3 (\theta) + r_{90} F_4 (\theta) - a_0 (1 - \cos \theta),$$

в которой $F_1(\theta) - F_4(\theta)$ представляют собой определенные интегралы от функций $f_1(\theta) - f_4(\theta)$, вычисленные М. Л. Ольпинским (табл. III.6).

Таблица III.5. **Вспомогательные функции в формуле В. Г. Власова**

θ, град.	$f_1(\theta)$	$f_2(\theta)$	$f_3(\theta)$	$f_4(\theta)$
0	0	0	0	0
10	0,050	—0,036	0,151	0,010
20	0,387	—0,241	0,184	0,062
30	0,840	—0,556	0,081	0,135
40	1,279	—0,722	—0,069	0,155
50	1,365	—0,513	—0,155	0,069
60	1,056	0,026	—0,135	—0,081
70	0,583	0,603	—0,062	—0,184
80	0,210	0,935	—0,010	—0,151
90	0	1,000	0	0

Таблица III.6. **Вспомогательные функции в формуле М. Л. Ольпинского**

θ, град.	1 — cos θ	$F_1(\theta)$	$F_2(\theta)$	$F_3(\theta)$	$F_4(\theta)$
0	0	0	0	0	0
10	0,015	0,001 7	—0,001 6	0,014 2	0,000 4
20	0,060	0,031 7	—0,039 2	0,052 4	0,006 0
30	0,134	0,133 0	—0,093 0	0,070 3	0,023 0
40	0,234	0,321 0	—0,208 0	0,071 0	0,050 0
50	0,357	0,558 0	—0,322 0	0,050 0	0,071 0
60	0,500	0,774 0	—0,367 0	0,023 0	0,070 0
70	0,658	0,917 0	—0,310 0	0,006 0	0,052 0
80	0,826	0,983 0	—0,170 0	0,000 4	0,014 0
90	1,000	1,000 0	0	0	0

§ 19. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ НАДСТРОЕК НА ДИАГРАММУ СТАТИЧЕСКОЙ ОСТОЙЧИВОСТИ

В расчетах остойчивости на больших углах крена учитывают только те надстройки и рубки, которые при погружении в воду остаются закрытыми, т. е. имеют прочную конструкцию и надежные двери в концевых переборках в соответствии с Правилами Регистра СССР и дополнительный выход на вышележащую палубу. Порядок учета непроницаемых надстроек и рубок регламентируется специальными требованиями, учитывающими конструктивные особенности, расположение надстроек и рубок, а также угол входа верхней кромки комингса прочных дверей.

Влияние надстроек и рубок на диаграмму статической остойчивости можно рассчитать по способу А. В. Герасимова [2]. Сущность его заключается в применении способа Крылова—Дарньи (см. § 16) для ватерлиний, форма которых резко изменяется при входе надстроек в воду.

Рассмотрим порядок расчета для судна, имеющего удлиненный бак (или удлиненный ют). В этом случае судно делят поперечной плоскостью, проходящей через кормовую переборку бака, на две части: носовую длиной L_1 и кормовую длиной L_2. По длине L_1 расставляют n_1, а по длине L_2 — n_2 равноотстоящих шпангоутов. Числа n_1 и n_2 принимают примерно пропорциональными длинам L_1 и L_2.

Для вычисления элементов площади ватерлинии при крене θ служат формулы

$$\left.\begin{aligned} S_\theta &= \Delta L_1 \sum_1^{n_1} (a_{1\theta} + b_{1\theta}) + \Delta L_2 \sum_1^{n_2} (a_{2\theta} + b_{2\theta}); \\ M_\theta &= \frac{1}{2} \Delta L_1 \sum_1^{n_1} \left(a_{1\theta}^2 - b_{1\theta}^2\right) + \frac{1}{2} \Delta L_2 \sum_1^{n_2} \left(a_{2\theta}^2 - b_{2\theta}^2\right); \\ I_\theta &= \frac{1}{3} \Delta L_1 \sum_1^{n_1} \left(a_{1\theta}^3 + b_{1\theta}^3\right) + \frac{1}{3} \Delta L_2 \sum_1^{n_2} \left(a_{2\theta}^3 + b_{2\theta}^3\right). \end{aligned}\right\} \quad (III.12)$$

Здесь S_θ, M_θ, I_θ — площадь ватерлинии и ее моменты (статический момент и момент инерции) относительно оси отсчета ординат; $a_{1\theta}$ и $b_{1\theta}$ — входящая и выходящая ординаты шпангоутов носовой части судна; $a_{2\theta}$ и $b_{2\theta}$ — то же для кормовой части; $\Delta L_1 = L_1/n_1$ и $\Delta L_2 = L_2/n_2$. Расчет ведут по схеме, указанной в табл. III.7.

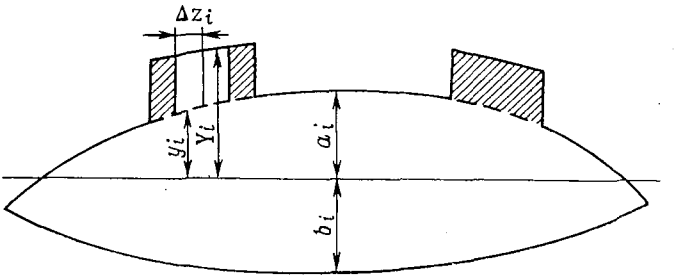


Рис. III.23. Наклонная ватерлиния судна с учетом надстроек.

Следующую равнообъемную ватерлинию проводят в соответствии с указаниями § 16.

При наличии нескольких коротких надстроек (рис. III.23) площадь ватерлинии разбивают на несколько частей, выделив основную часть ватерлинии по верхнюю водонепроницаемую палубу (пунктир) и части непроницаемого объема надстроек (показаны штриховкой).

Элементы основной части ватерлинии характеризуют выражения

$$\left.\begin{aligned} S'_\theta &= \Delta L \sum (a_\theta + b_\theta); \\ M'_\theta &= \frac{1}{2} \Delta L \sum \left(a_\theta^2 - b_\theta^2\right); \\ I'_\theta &= \frac{1}{3} \Delta L \sum \left(a_\theta^3 + b_\theta^3\right), \end{aligned}\right\} \quad (III.13)$$

где a_θ и b_θ — входящая и выходящая ординаты ватерлинии, причем a_θ считается до верхней палубы; $\Delta L = L/n$ (L — длина судна; n — число шпангоутов).

Элементы дополнительных площадей вычисляют отдельно для каждой из заштрихованных частей:

$$\left.\begin{aligned} S_{i\theta} &= \Delta l_i \sum (Y_i - y_i)(1 - \mu_i); \\ M_{i\theta} &= \frac{1}{2} \Delta l_i \sum \left(Y_i^2 - y_i^2\right)(1 - \mu_i); \\ I_{i\theta} &= \frac{1}{3} \Delta l_i \sum \left(Y_i^3 - y_i^3\right)(1 - \mu_i). \end{aligned}\right\} \quad (III.14)$$

Таблица III.7. **Вычисление элементов наклонных ватерлиний с учетом надстроек**

Части судна	№ шп.	Угол крена θ, град.					
		a_θ	b_θ	a_θ^2	b_θ^2	a_θ^3	b_θ^3
Носовая часть	1	a_{11}	b_{11}	a_{11}^2	b_{11}^2	a_{11}^3	b_{11}^3
	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
	n_1	a_{1n_1}	b_{1n_1}	$a_{1n_1}^2$	$b_{1n_1}^2$	$a_{1n_1}^3$	$b_{1n_1}^3$
	Суммы	Σa_1	Σb_1	Σa_1^2	Σb_1^2	Σa_1^3	Σb_1^3
		$\Sigma (a_1 + b_1)$		$\Sigma (a_1^2 - b_1^2)$		$\Sigma (a_1^3 + b_1^3)$	
	Поправки						
	Исправленные суммы	$\Sigma_{\text{исп}} (a_1 + b_1)$		$\Sigma_{\text{исп}} (a_1^2 - b_1^2)$		$\Sigma_{\text{исп}} (a_1^3 + b_1^3)$	
Кормовая часть	1	a_{21}	b_{21}	a_{21}^2	b_{21}^2	a_{21}^3	b_{21}^3
	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
	n_2	a_{2n_2}	b_{2n_2}	$a_{2n_2}^2$	$b_{2n_2}^2$	$a_{2n_2}^3$	$b_{2n_2}^3$
	Суммы	Σa_2	Σb_2	Σa_2^2	Σb_2^2	Σa_2^3	Σb_2^3
		$\Sigma (a_2 + b_2)$		$\Sigma (a_2^2 - b_2^2)$		$\Sigma (a_2^3 + b_2^3)$	
	Поправки						
	Исправленные суммы	$\Sigma_{\text{исп}} (a_2 + b_2)$		$\Sigma_{\text{исп}} (a_2^2 - b_2^2)$		$\Sigma_{\text{исп}} (a_2^3 + b_2^3)$	

Примечание. $S = \frac{L_1}{n_1} \Sigma_{\text{исп}} (a_1 + b_1) + \frac{L_2}{n_2} \Sigma_{\text{исп}} (a_2 + b_2)$; $\eta = \frac{1}{2S} \times$

$$\times \left[\frac{L_1}{n_1} \Sigma_{\text{исп}} (a_1^2 - b_1^2) + \frac{L_2}{n_2} \Sigma_{\text{исп}} (a_2^2 - b_2^2)\right];$$

$$J_x' = \frac{1}{3} \left[\frac{L_1}{n_1} \Sigma_{\text{исп}} (a_1^3 + b_1^3) + \frac{L_2}{n_2} \Sigma_{\text{исп}} (a_2^3 + b_2^3)\right]; \quad J_x = J_x' - S\eta^2; \quad r = J_x/V.$$

Здесь Δl_i — расстояние между принятыми равноотстоящими ординатами; Y_i и y_i — ординаты, показанные на рис. III.23; μ_i — коэффициенты проницаемости (см. § 35, первого раздела), вводимые при учете плавучести палубного груза (например, лесной палубный груз разрешается рассматривать как надстройку). Для водонепроницаемых надстроек принимают $\mu_i = 0$.

Элементы полной площади ватерлинии определяют как суммы

$$S_\theta = S'_\theta + \sum S_{i\theta}; \qquad M_\theta = M'_\theta + \sum M_{i\theta}; \qquad I_\theta = I'_\theta + \sum I_{i\theta}, \qquad \text{(III.15)}$$

тогда

$$\eta_\theta = M_\theta/S_\theta; \qquad I_{f\theta} = I_\theta - S_\theta\eta_\theta^2; \qquad r = I_{\theta f}/V.$$

Поскольку расчет ведется по правилу трапеций, при вычислении сумм в формулах (III.12)—(III.15) необходимо учитывать поправки.

Расчет остойчивости по описанному способу начинают с вычерчивания корпуса без надстроек и нанесения на него равноотстоящих сечений надстроек вместе с верхней палубой. Количество сечений по шпангоутам принимают в зависимости от формы надстроек и седловатости палубы. Для надстроек в средней части судна достаточно одного сечения. Построение равнообъемных ватерлиний осуществляют по способу Крылова — Дарньи.

Наиболее простой путь учета надстроек предложен М. А. Губиным [2] и состоит в определении поправок к пантокаренам основного корпуса

$$\Delta l_p = \frac{\Delta V_\theta}{V_1}[C + (T_\theta - z_p)\sin\theta - l_p]$$

и

$$l_{p_1} = l_p + \Delta l_p,$$

где l_p — значение пантокарены при объеме V_θ; C — проекция на наклонную ватерлинию расстояния от ЦТ вошедшего в воду объема ΔV_θ надстройки до точки пересечения ВЛ с ДП (рис. III.24); T_θ — осадка, соответствующая точке пересечения наклонной ватерлинии с ДП; z_p — возвышение полюса над основной плоскостью.

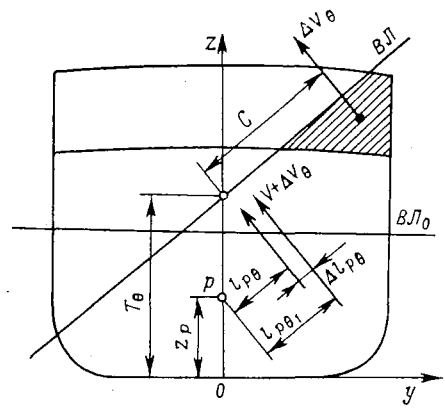


Рис. III.24. Определение поправок к пантокаренам основного корпуса за счет влияния надстроек.

На чертеже исправленных пантокарен ордината l_{p_1} соответствует водоизмещению $V_1 = V_\theta + \Delta V_\theta$ с учетом погруженного в воду объема надстройки. Для проницаемых надстроек величину ΔV_θ вводят с коэффициентом $1 - \mu$.

Предложены и другие способы учета влияния надстроек [2], однако при той же точности расчета описанные способы связаны с использованием более простых вычислительных схем.

§ 20. РАСЧЕТ ОСТОЙЧИВОСТИ С УЧЕТОМ СОПУТСТВУЮЩЕГО ДИФФЕРЕНТА

Рассмотренные ранее способы расчета остойчивости на больших углах крена основаны на допущении, что судно в процессе наклонения не получает дифферента и ось вращения остается горизонтальной. В действительности свободно плавающее судно, не имеющее дифферента в прямом положении, при наклонении на угол θ будет дифферентоваться в зависимости от асимметрии обводов судна относительно ДП. Возникающий при этом дифферентующий момент, обусловленный продольным перемещением ЦВ, по предложению А. В. Герасимова получил название деривационного момента по аналогии с понятием деривации в баллистике. Значение этого момента изменяется при наклонении судна. В результате каждому углу крена

будет сопутствовать определенное значение угла дифферента (отсюда и название сопутствующий дифферент).

Для учета влияния сопутствующего дифферента используют способ В. В. Семенова-Тян-Шанского [22], основанный на использовании данных расчета остойчивости при равнообъемном наклонении судна и сводящийся к определению углов сопутствующего дифферента и приращений восстанавливающего момента.

Предполагается, что для данного судна имеются все необходимые материалы по расчету остойчивости на больших углах крена. В дополнение к этим данным для каждой равнообъемной ватерлинии вычисляют центральный момент инерции $I_{yf\theta}$ относительно поперечной оси и центральный центробежный момент инерции $I_{xfy\theta}$:

$$I_{yf\theta} = \int_{-L/2}^{L/2} (a_\theta + b_\theta)\, x^2\, dx - S_\theta x_{f\theta}^2;$$

$$I_{xfy\theta} = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \left(a_\theta^2 - b_\theta^2\right) x\, dx - S_\theta x_{f\theta} y_{f\theta},$$

где величины a_θ, b_θ, S_θ и $y_{f\theta} = \eta$ принимают по данным расчетов остойчивости на больших углах крена; x_{f_θ} — абсцисса ЦТ наклонной ватерлинии;

$$x_{f\theta} = \frac{1}{S_\theta} \int_{-L/2}^{L/2} (a_\theta + b_\theta)\, x\, dx.$$

Расчет $I_{yf\theta}$ и $I_{xfy\theta}$ ведут по табл. III.8.

Угол сопутствующего дифферента

$$\psi^* = \frac{M_{yz} \operatorname{tg} \theta_1}{\rho g I_{yf\theta} \sin \theta_1 - M_{xz}},$$

где $M_{yz} = \rho g \int_0^{\theta_1} I_{xfy\theta}\, d\theta$; $M_{xz} = \rho g V y_c$; y_c — ордината ЦВ при крене θ_1, принимаемая по данным столбца 9 табл. III.8.

Величина Δx_c положительна при дифференте на корму, т. е. при $\psi^* > 0$.

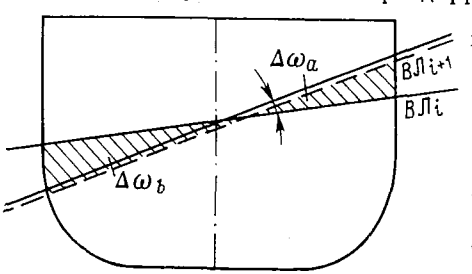


Рис. III.25. Определение площадей ω_a и ω_b.

Наиболее просто статический момент M_{yz} вычислять по формуле

$$M_{yz} = \int_{-L/2}^{L/2} (\omega_a - \omega_b)\, x\, dx,$$

в которой площади ω_a и ω_b (рис. III.25) определяют планиметрированием для равнообъемных ватерлиний.

Углы сопутствующего дифферента достаточно малы и редко превышают 10°, поэтому можно принимать $\sin \psi^* \approx \psi^*$ и $\cos \psi^* \approx 1$.

Изменение восстанавливающего момента, обусловленное влиянием сопутствующего дифферента:

$$\Delta M_s = -\rho g I_{xfy\theta} \psi^* \cos \theta_1.$$

Исправленное плечо статической остойчивости

$$l_1 = \frac{1}{D} (M_s + \Delta M_s) \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta},$$

где θ — угол крена, определяемый уравнением

$$\operatorname{tg} \theta = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \theta_1 - \operatorname{tg}^2 \psi^*}.$$

Таблица III.8. Вычисление моментов инерции площади наклонной ватерлинии

№ шп.	k	k^2	a_θ	b_θ	(4)+(5)	(2) (6)	(3) (6)	a_θ^2	b_θ^2	(9)—(10)	(2) (11)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	$\frac{n}{2}$										
1	$\frac{n}{2}-1$										
2	$\frac{n}{2}-2$										
. . .	. . .										
n	$-\frac{n}{2}$										
Суммы			—	—							
Поправки			—	—							
Исправленные суммы			—	—	$\Sigma\,(6)_{исп}$	$\Sigma\,(7)_{исп}$	$\Sigma\,(8)_{исп}$	—	—	—	$\Sigma\,(12)_{исп}$

Примечание. $S_\theta = \frac{L}{n}\,\Sigma\,(6)_{исп}$; $x_{f\theta} = \frac{L}{n}\,\frac{\Sigma\,(7)_{исп}}{\Sigma\,(6)_{исп}}$; $I_{yf\theta} = \left(\frac{L}{n}\right)^3 \Sigma_{исп}\,(8)$; $J_{xy\theta} = \frac{1}{2}\left(\frac{L}{n}\right)^2 \Sigma_{исп}\,(11)$; $J_{xfy\theta} = J_{xy\theta} - S_\theta x_{f\theta} y_{f\theta}$; $y_{f\theta}$ и $J_{xf\theta}$ принимаются по данным табл. III.3 (величины η и J_x)

Изменение плеча динамической остойчивости

$$\Delta d = -\frac{M_{yz}}{D}\,\psi^* \cos\theta_1.$$

Исправленное плечо динамической остойчивости

$$d_1 = d + \Delta d.$$

Схема вычислений приведена в табл. III. 9.

Влияние сопутствующего дифферента может быть существенным при наличии у судна концевой надстройки (бак, ют), создающей при больших наклонениях асимметрию объемов носовой и кормовой частей корпуса судна.

По рекомендациям Ю. И. Нечаева учет сопутствующего дифферента целесообразно выполнять в следующих случаях:

для концевой надстройки (или рубки), если длина бака более 0,15 L или длина юта более 0,25 L при $H/T \leqslant 1{,}3$; при $H/T < 1{,}2$ — независимо от длины надстройки;

для судов с баком и ютом, если длина бака превосходит длину юта не менее чем на 0,15 L; если длина юта превышает длину бака не менее чем на 0,25 L.

Для судов, не имеющих концевых надстроек, сопутствующий дифферент учитывается только при получении пробоины.

Таблица III.9. Вычисление плеч статической и динамической остойчивости с учетом сопутствующего дифферента

θ_1, град.	$M_{xz} = Dy_c$	$I_{xf\theta}$	$\sum$инт (3)	$M_{yz} = \rho g \frac{\Delta\theta}{2}$ (4)	$M_{yz} \operatorname{tg} \theta_1 =$ (5) $\operatorname{tg} \theta_1$	$\rho g I_{yf\theta}$	(7) $\sin \theta_1$	(8)—(2)	$\psi^* =$ (6) : (9)	$\Delta M_s = -\rho g I_{xf\theta} \psi^* \cos \theta_1 = -\rho g$ (3) (10) $\cos \theta_1$	$\operatorname{tg} \theta = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \theta_1 - \operatorname{tg}^2 \psi^*}$	$l_1 = \frac{1}{D} [M_s +$ (11)$] \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{(12)}$	$\Delta d = -\frac{\cos \theta_1}{D}$ (5) (10)	$d_1 = d + \Delta d$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0														
$\Delta\theta$														
$2\Delta\theta$														
. . .														
$k\Delta\theta$														

Примечание. Величина y_c принимается по данным столбца 9 табл. III.4 для соответствующего угла крена, а величины $I_{xf\theta}$ и $I_{yf\theta}$ — по данным табл. III.8.

§ 21. РАСЧЕТ ДИАГРАММЫ СТАТИЧЕСКОЙ ОСТОЙЧИВОСТИ СУДНА НА ПОПУТНОМ ВОЛНЕНИИ

При движении судна на продольном волнении происходит непрерывное изменение остойчивости, обусловленное изменением конфигурации подводного объема, формы ватерлинии и динамическими факторами (взаимодействие волновых систем корабельных и набегающих волн, перераспределение давления, дифракция волн). Особенно резко влияние волнения проявляется при попутных курсовых углах, когда скорость судна близка к скорости бега волн. В этих условиях судно медленно меняет свое положение относительно волны и продолжительное время может находиться как на подошве волны, где происходит некоторое увеличение остойчивости по сравнению с положением на тихой воде, так и на вершине волны, где остойчивость ухудшается. Наиболее опасные ситуации возникают на чисто попутном волнении ($\beta = 0°$) и в диапазоне курсовых углов $\pm 45°$.

Снижение остойчивости на вершине волны особенно интенсивно у судов с малым надводным бортом, большим отношением L/B и малым коэффициентом продольной полноты φ. Оно достигает максимума в диапазоне соотношения длины волны к длине судна $\lambda/L = 0{,}9 \div 1{,}1$ и увеличивается по мере роста крутизны волны h/λ, где h — высота волны. При постоянной высоте волны минимум остойчивости достигается приблизительно при $\lambda = 0{,}8\ L$.

Для оценки остойчивости судна на попутном волнении используют гидростатические и гидродинамические расчетные схемы. Гидростатические схемы базируются на допущениях, что ось волны параллельна основной плоскости, восстанавливающий момент характеризуется проекцией сил тяжести и плавучести на плоскость шпангоута, и давление в волне распределяется по гидростатическому закону. Гидродинамические схемы основаны либо на вычислении общих интегралов, характеризующих восстанавливающий момент в рамках гипотезы А. Н. Крылова с поправкой на влияние дифракции волн, либо на использовании регрессионных зависимостей, построенных на основе данных физического моделирования.

Удобный способ расчета остойчивости на попутном волнении, основанный на применении интегральных кривых Власова, предложил С. Н. Благовещенский. Выбрав на одном из теоретических шпангоутов полюс P и обозначив $P\zeta$ след вертикальной плоскости, соответствующий углу крена θ, а Ω — погруженную площадь шпангоута по наклонную ватерлинию $ВЛ_\theta$, выразим статический момент m_θ площади Ω относительно плоскости $P\zeta$ как

$$m_\theta = B \cos\theta + C \sin\theta - \Omega z_p \sin\theta,$$

где B и C — статические моменты площади Ω относительно диаметральной и основной плоскостей.

Величины Ω, B, C рассчитывают на основании рекомендаций § 8, определяя углубление T_x каждого шпангоута в ДП по формуле

$$T_x = z_p - \frac{1}{\cos\theta}[\overline{PO} - \zeta(x)],$$

где $\overline{PO}$ — возвышение полюсной линии над осью волны; $\zeta(x)$ — положение волнового профиля относительно волны [$\zeta(x) > 0$ — над осью волны (район вершины волны); $\zeta(x) < 0$ — под осью волны (район подошвы волны)].

Расчеты выполняют для заданных параметров волнения и различных углов крена (обычно 15, 30, 45, 60°) в принятом диапазоне значений водоизмещения V_θ и строят пантокарены $l_{p\theta} = p(V_\theta)$, где

$$l_{p\theta} = \frac{1}{V_\theta}\int_{-L/2}^{L/2} m_\theta \, dx; \qquad V_\theta = \int_{-L/2}^{L/2} \Omega \, dx.$$

Плечи статической остойчивости рассчитывают по формуле

$$l_w = l_{p\theta} - (z_g - z_p)\sin\theta.$$

Гидростатические схемы, получившие название способов расчета остойчивости при статической постановке судна на волну и описанные в работах [2, 33], приводят к переоценке степени снижения остойчивости на вершине волны, особенно у судов малых удлинений с высокими числами Фруда. Создаваемая движущимся судном система корабельных волн взаимодействует с набегающими волнами. Профиль результирующей волны, образующейся вследствие интерференции, может резко отличаться от синусоидального (или трохоидального) профиля прогрессивной волны. Поэтому в практических расчетах обычно используют способы, разработанные на базе систематических модельных испытаний.

Рассмотрим способ расчета остойчивости на попутном волнении, предложенный Ю. И. Нечаевым и основанный на регрессионной зависимости между приращением плеча статической остойчивости, элементами волнения, параметрами формы корпуса и числом Фруда [15]. Суть этого способа состоит в следующем.

Плечо статической остойчивости при движении судна на попутном волнении представляют в виде суммы

$$l_w = l + \Delta l_w, \tag{III.16}$$

где l — плечо статической остойчивости на тихой воде, определенное обычным расчетом на больших углах крена; Δl_w — приращение плеча, вызванное влиянием волнения.

Для вычисления приращения Δl_w при $\beta = 0°$ и длине волны, равной длине судна, служит формула

$$\Delta l_w = |B \cdot 10^{-2}\left[\Phi\left(\frac{h}{\lambda}, \theta\right) + \sum_{m=1}^{6} A_m f_m(\theta) + \sum_{n=1}^{8} B_n F_n(\theta) + \sum_{p=1}^{3} C_p E_p(\theta)\right], \tag{III.17}$$

где B — ширина судна, м; $\Phi(h/\lambda, \theta)$ — функция, характеризующая приращение плеча статической остойчивости стандартного судна в зависимости от крутизны волны и угла крена; определяется по данным рис. III.26 на вершине (*а*) и на подошве (*б*) волны; $\sum_{m=1}^{6} A_m f_m(\theta)$ — сумма поправок на влияние отклонений элементов формы корпуса и числа Фруда исследуемого судна для линейных членов разложения; $\sum_{n=1}^{8} B_n F_n(\theta)$ и $\sum_{p=1}^{3} C_p E_p(\theta)$ — суммы поправок для квадратичных и кубических

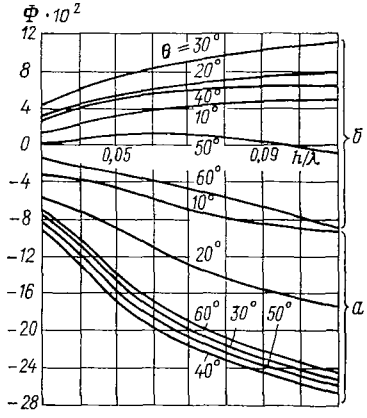


Рис. III.26. Функции $\Phi(h_w/\lambda, \theta)$.

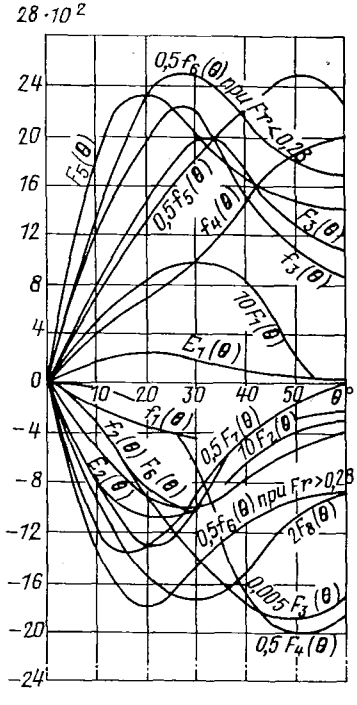


Рис. III.27. Функции $f_m(\theta)$, $F_n(\theta)$ и $E_p(\theta)$ для положения судна на вершине волны.

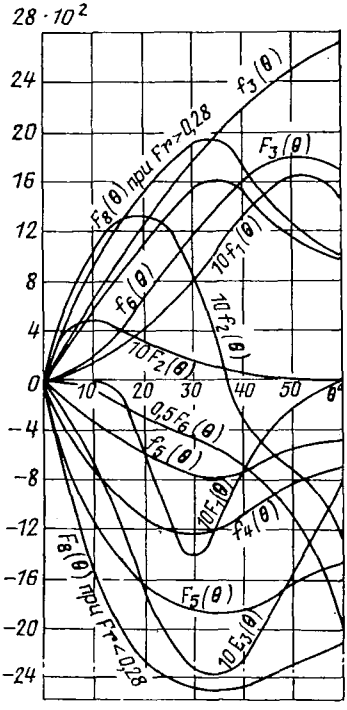


Рис. III.28. Функции $f_m(\theta)$, $F_n(\theta)$ и $E_p(\theta)$ для положения судна на подошве волны.

членов; $f_m(\theta)$, $F_n(\theta)$ и $E_p(\theta)$ — функции угла крена, значения которых представлены на рис. III.27 и III.28; при этом $F_1(\theta)$ учитывают, только если $L/B < 4{,}82$.

Параметры A_m, B_n и C_p определяют по формулам

$$A_1 = \frac{L}{B} - 4{,}820; \qquad B_1 = A_1^2; \qquad B_7 = A_2 A_4;$$

$$A_2 = \frac{B}{T} - 2{,}670; \qquad B_2 = A_2^2; \qquad B_8 = A_1 A_6;$$

$$A_3 = \frac{H}{T} - 1{,}300; \qquad B_3 = A_3^2; \qquad C_1 = A_2^3;$$

$$A_4 = \chi - 0{,}700; \qquad B_4 = A_5^2; \qquad C_2 = A_3^3;$$

$$A_5 = \varphi - 0{,}692; \qquad B_6 = A_2 A_3; \qquad C_3 = A_5^3.$$

$$A_6 = \mathrm{Fr} - 0{,}280;$$

При $L/B > 7$ скорость практически не влияет на величину Δl_w, и коэффициенты $f_6(\theta)$, $F_5(\theta)$ и $F_8(\theta)$ следует принимать равными нулю. В этом случае расчет выполняют для $\mathrm{Fr} = 0{,}23$.

Формула (III.17) справедлива в следующем диапазоне изменения входящих в нее элементов

$$L/B = 3{,}20 \div 8{,}00; \quad \varkappa = 0{,}50 \div 0{,}92;$$

$$B/T = 2{,}00 \div 4{,}20; \quad \varphi = 0{,}50 \div 0{,}85;$$

$$H/T = 1{,}05 \div 2{,}20; \quad \mathrm{Fr} = 0{,}15 \div 0{,}45.$$

Для волн, отличных по длине от длины судна, в пределах $\lambda/L = 0{,}5 \div 2{,}5$ полученные значения Δl_w корректируют путем умножения на функцию $F(\lambda/L) = 1 + k_1\bar{\lambda} - k_2(\bar{\lambda})^2 + k_3(\bar{\lambda})^3$ в соответствии с выражением

$$(\Delta l_w)_\lambda = F(\lambda/L)\,\Delta l_w,$$

где $\bar{\lambda} = (\lambda/L) - 1{,}0$, а коэффициенты k_1, k_2 и k_3 принимают в зависимости от положения судна относительно волны:

на вершине волны $k_1 = 0{,}87$, $k_2 = 1{,}20$, $k_3 = 0{,}21$;

на подошве волны $k_1 = 0{,}90$, $k_2 = 1{,}50$, $k_3 = 0{,}39$.

При расчете на ЭВМ исходную формулу для плеча статической остойчивости l_w удобно записать в виде

$$l_w = l + B \cdot 10^{-2}\left[\Phi + \sum_{i=1}^{17} A_i f_i(\theta)\right],$$

где начиная с $i = 7$ функции A_i и $f_i(\theta)$ принимают равными

$$A_7 = A_1^2; \quad A_8 = A_2^2; \quad A_9 = A_3^2; \quad A_{10} = A_5^2; \quad A_{11} = A_6^2; \quad A_{12} = A_2 A_3;$$

$$A_{13} = A_2 A_4; \quad A_{14} = A_1 A_6; \quad A_{15} = A_2^3; \quad A_{16} = A_3^3; \quad A_{17} = A_5^3;$$

$$f_7(\theta) = F_1(\theta);\ f_8(\theta) = F_2(\theta);\ f_9(\theta) = F_3(\theta);\ f_{10}(\theta) = F_4(\theta);$$

$$f_{11}(\theta) = F_5(\theta);\ f_{12}(\theta) = F_6(\theta);\ f_{13}(\theta) = F_7(\theta);\ f_{14}(\theta) = F_8(\theta);$$

$$f_{15}(\theta) = E_1(\theta);\ f_{16}(\theta) = E_2(\theta);\ f_{17}(\theta) = E_3(\theta).$$

Формулы (III.16) и (III.17) позволяют не только определять экстремальные диаграммы остойчивости (на вершине и подошве волны), но и получать непрерывное изменение восстанавливающего момента при движении судна на продольном волнении

$$M(\theta, t) = D(l_{\text{ср}} + \Delta l \cos \omega_{\text{к}} t),$$

где $l_{\text{ср}} = \frac{1}{2}[(l_w)_{\min} + (l_w)_{\max}]$; $\Delta l = \frac{1}{2}[(\Delta l_w)_{\min} + (\Delta l_w)_{\max}]$; $\omega_{\text{к}}$ — кажущаяся частота; $(l_w)_{\min}$ и $(l_w)_{\max}$ — плечи статической остойчивости при положении судна на вершине и подошве волны; $(\Delta l_w)_{\min}$ и $(\Delta l_w)_{\max}$ — соответствующие приращения плеч статической остойчивости.

Пример. Определяются приращения плеч остойчивости транспортного судна на попутном волнении для угла крена 30°, $\lambda/L = 1{,}0$; $h/\lambda = 1/20$; $\mathrm{Fr} = 0{,}21$.

Характеристики судна: $L = 121$ м; $B = 16{,}25$ м; $T = 6{,}77$ м; $H = 10{,}5$ м; $\delta = 0{,}60$; $\alpha = 0{,}71$; $\beta = 0{,}98$.

Число Фруда при $L/B > 7$ не учитывается, $f_6(\theta) = F_8(\theta) = 0$, а $F_1(\theta) = 0$, так как $L/B > 4{,}82$.

Параметры A_m, B_n, C_p: $A_1 = 7{,}50 - 4{,}82 = 2{,}68$; $A_2 = 2{,}40 - 2{,}67 = -0{,}27$; $A_3 = 1{,}55 - 1{,}30 = 0{,}25$; $A_4 = 0{,}845 - 0{,}700 = 0{,}145$; $A_5 = 0{,}612 - 0{,}692 = -0{,}080$; $B_1 = 7{,}17$; $B_2 = 0{,}0729$; $B_3 = 0{,}0625$; $B_4 = 0{,}0064$; $B_6 = -0{,}0650$; $B_7 = -0{,}0391$; $C_1 = -0{,}0197$; $C_2 = 0{,}0156$; $C_3 = -0{,}0005$.

По графикам на рис. III.26—III.28 находим:

на вершине волны (нижние кривые)

$$\Phi(h/\lambda, \theta) = -1{,}5;\ f_1(\theta) = -0{,}450;\ f_2(\theta) = -1{,}030;$$

$$f_3(\theta) = 2{,}200;\ f_4(\theta) = 1{,}000;\ f_5(\theta) = 3{,}580;\ F_1(\theta) = 0;$$

$$F_2(\theta) = -0{,}96;\ F_3(\theta) = 1{,}980;\ F_4(\theta) = -12{,}000;\ F_6(\theta) = -1{,}080;$$

$$F_7(\theta) = -1{,}800;\ E_1(\theta) = 0{,}188;\ E_2(\theta) = -1{,}006;\ E_3(\theta) = -260;$$

на подошве волны (верхние кривые)

$$\Phi(h/\lambda, \theta) = 0{,}74;\ f_1(\theta) = 0{,}078;\ f_2(\theta) = 0{,}090;$$

$$f_3(\theta) = 1{,}820;\ f_4(\theta) = -1{,}26;\ f_5(\theta) = -0{,}780;\ F_1(\theta) = 0;$$

$$F_2(\theta) = 0{,}014;\ F_3(\theta) = 1{,}300;\ F_4(\theta) = F_5(\theta) = 0;\ F_6(\theta) = -1{,}100;$$

$$F_7(\theta) = E_1(\theta) = 0;\ E_2(\theta) = -0{,}237;\ E_3(\theta) = 0.$$

Результаты вычислений по формуле (III.17):

на вершине волны $\Delta l_w = 16{,}25 \cdot 10^{-2}(-1{,}790) = -0{,}291$ м;

на подошве волны $\Delta l_w = 16{,}25 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}409 = 0{,}229$ м.

Оценка остойчивости на волнении, выполненная на основании гидростатической расчетной схемы, приводит к следующим значениям приращений: на вершине волны $\Delta l_w = -0{,}288$ м; на подошве волны $\Delta l_w = 0{,}236$ м.

Сравнивая эти данные с величинами Δl_w, полученными по формуле (III.17), видим, что в рассматриваемом примере для судна с $L/B = 7{,}5$ в обоих случаях получены достаточно близкие результаты.

Расчеты, выполненные для промыслового судна ($L/B = 4{,}03$; $B/T = 2{,}47$; $H/T = 1{,}43$; $\delta = 0{,}54$; $\alpha = 0{,}79$; $\beta = 0{,}84$; $\mathrm{Fr} = 0{,}32$; $h/\lambda = 0{,}10$) при $\theta = 30°$ позволяют найти по формуле (III.17): на вершине волны $\Delta l_w = -0{,}144$ м; на подошве волны $\Delta l_w = 0{,}080$; м. По гидростатической схеме: на вершине волны $\Delta l_w = -0{,}270$ м; на подошве волны $\Delta l_w = 0{,}120$ м.

Из этих данных видно, что для судна с малым отношением L/B при достаточно высоком числе Фруда расчетная схема, основанная на гидростатическом законе, приводит к существенному завышению приращений. Это подтверждается экспериментом.

§ 22. ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ОСТОЙЧИВОСТЬ. ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ГРУЗОВ

В процессе проектирования и эксплуатации судна оказываются необходимыми расчеты остойчивости в различных ситуациях и мероприятия по ее сохранению. Сюда следует отнести расчеты остойчивости при перемещении, приеме и расходовании твердых, жидких и сыпучих грузов, а также способы учета влияния обледенения и солености воды, скорости судна и демпфирования. Особое значение имеет влияние главных размерений на диаграмму статической остойчивости.

Указанные вопросы изучают методами общей теории остойчивости. Простое и наглядное представление решений достигается с помощью диаграмм статической и динамической остойчивости.

Изменение остойчивости при перемещении, приеме и расходовании твердых и жидких грузов устанавливают в предположении, что судно имеет вполне определенную форму корпуса. Это условие позволяет вычислять основную характеристику остойчивости — восстанавливающий момент — и все другие компоненты (плечо стати-

ской остойчивости, работу восстанавливающего момента и плечо динамической остойчивости, коэффициент остойчивости и метацентрическую высоту) в зависимости от водоизмещения, координат ЦТ судна, углов крена и дифферента.

Для оценки влияния скорости судна и демпфирования используют приближенные способы, разработанные на базе систематических модельных испытаний.

Перемещение грузов. Пусть груз P перенесен на судне так, что координаты его ЦТ переместились из точки (x_1, y_1, z_1) в точку (x_2, y_2, z_2). В результате этой операции

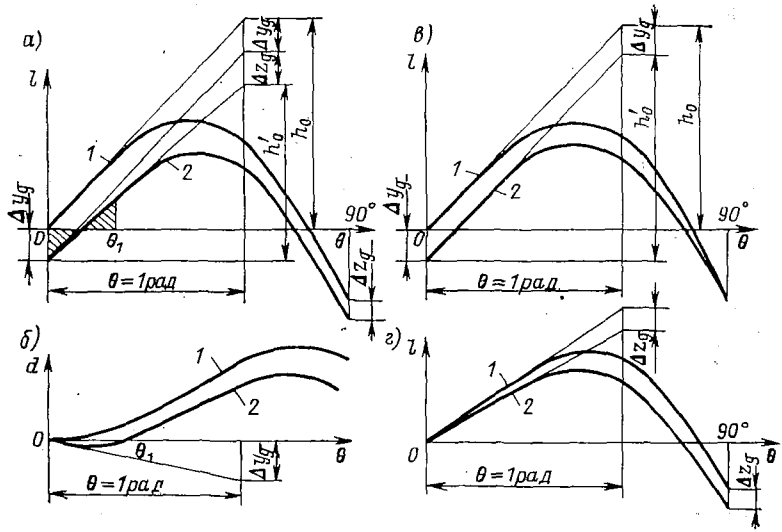


Рис. III.29. Изменение диаграмм остойчивости при произвольном перемещении груза (*а*, *б*) и в частных случаях: при переносе груза по горизонтали (*в*) и по вертикали (*г*).

1 — исходная диаграмма; *2* — исправленная диаграмма.

ЦТ судна переместится из точки G в точку G_1 и остойчивость изменится. Приращение координат ЦТ судна вычисляют по формулам

$$\Delta x_g = \frac{P}{D}(x_2 - x_1); \qquad \Delta y_g = \frac{P}{D}(y_2 - y_1); \qquad \Delta z_g = \frac{P}{D}(z_2 - z_1).$$

Новые значения характеристик остойчивости будут

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= h + \Delta y_g \sin\theta - \Delta z_g \cos\theta; \\ l_1 &= l - \Delta y_g \cos\theta - \Delta z_g \sin\theta; \\ d_1 &= d - \Delta y_g \sin\theta - \Delta z_g (1 - \cos\theta), \end{aligned}\right\} \qquad (\text{III.18})$$

где h, l и d — метацентрическая высота и плечи статической и динамической остойчивости до переноса груза.

Изменение диаграмм остойчивости при произвольном переносе груза показано на рис. III.29, *а* и *б*.

Углы статического крена и дифферента находят из условия

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{y_{g_1} - y_c}{z_c - z_{g_1}}; \qquad \operatorname{tg}\psi = -\frac{x_{g_1} - x_c}{z_c - z_{g_1}},$$

где $y_{g_1} = y_g + \Delta y_g$; $z_{g_1} = z_g + \Delta z_g$; x_c, y_c, z_c — координаты ЦВ до переноса груза.

В частных случаях формулы (III.18) принимают вид:
при переносе груза по горизонтали

$$h_1 = h + \Delta y_g \sin\theta;\ l_1 = l - \Delta y_g \cos\theta;\ d_1 = d - \Delta y_g \sin\theta;$$

при переносе груза по вертикали

$$h_1 = h - \Delta z_g \cos\theta;\ l_1 = l - \Delta z_g \sin\theta;\ d_1 = d - \Delta z_g (1 - \cos\theta).$$

Изменение диаграмм остойчивости, соответствующее указанным частным случаям, представлено на рис. III.29, *в* и *г*.

Для оценки начальной остойчивости при переносе груза расчет ведут с использованием метацентрических формул по схеме, приведенной ниже.

Угол крена от переноса груза P поперек судна на расстояние $\Delta y = y_2 - y_1$ и $\Delta z = z_2 - z_1$

$$\theta = \frac{P(y_2 - y_1)}{D(h_0 + \Delta h)} = \frac{P\,\Delta y}{Dh_1}.$$

В случае переноса нескольких грузов

$$\theta = \frac{\sum P_i\,\Delta y_i}{Dh_1}.$$

Угол дифферента от переноса груза P вдоль судна на расстояние $\Delta x = x_2 - x_1$

$$\psi = -\frac{P(x_2 - x_1)}{D(H_0 + \Delta H)} \approx -\frac{P\,\Delta x}{DH_0} = -\frac{\Delta x_g}{H_0}. \qquad \text{(III.19)}$$

При переносе нескольких грузов

$$\psi = -\frac{\sum P_i\,\Delta x_i}{DH_0}.$$

Осадки носом и кормой

$$T_н = T + \Delta T_н; \qquad T_к = T + \Delta T_к,$$

где $\Delta T_н = \psi\left(\frac{L}{2} - x_f\right)$; $\Delta T_к = -\psi\left(\frac{L}{2} + x_f\right)$.

Приращение характеристик остойчивости при дифференте, вызванном переносом груза вдоль судна, наклоненного на угол θ, и допущении о прямостенности обводов в пределах изменения дифферента определяют по приближенным формулам

$$\Delta h = \frac{1}{V}\left(I_{xf}\frac{1 - \cos\psi}{\cos\psi} - \frac{1}{2} I_{yf}\,\mathrm{tg}^2\psi\right) = r\frac{1 - \cos\psi}{\cos\psi} - \frac{1}{2} R\,\mathrm{tg}^2\psi;$$

$$\Delta l = \frac{1}{V}\left(-I_{xfy}\,\mathrm{tg}\,\psi + \frac{1}{2} I_{yf}\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{tg}^2\psi\right);$$

$$\Delta d = \frac{1}{2V}\left(I_{yf_0}\,\mathrm{tg}^2\psi_0 - I_{yf}\,\mathrm{tg}^2\psi\right) = \frac{1}{2}\left(R_0\,\mathrm{tg}^2\psi_0 - R\,\mathrm{tg}^2\psi\right)$$

или, учитывая (III.19),

$$\Delta h = \frac{1}{2R}\left(\frac{r}{R} - 1\right)\Delta x_g^2$$

$$\Delta l = \frac{I_{xfy}}{I_{yf}}\Delta x_g + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{tg}\,\theta}{R}\Delta x_g^2;$$

$$\Delta d = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R}\right)\Delta x_g^2,$$

где R_0 и ψ_0 — продольный метацентрический радиус и угол дифферента в начальном положении (при $\theta = 0$).

Приращение опрокидывающего момента ΔM_c и соответствующей аппликаты ЦТ судна при вертикальном переносе груза можно вычислить по формулам, полученным

Н. Ф. Воеводиным для условия определения величины M_c по Правилам Регистра СССР:

$$\left.\begin{aligned}\Delta M_c &= \frac{1}{\theta_д - \theta_r}\left[D(\cos\theta_д - \cos\theta_r)\,\Delta z_g + (M_c - M_{\theta_r})\,\Delta\theta_r\right];\\ \Delta z_g &= \frac{\Delta M_c(\theta_д - \theta_r) - (M_c - M_{\theta_r})\,\Delta\theta_r}{D(\cos\theta_д - \cos\theta_r)},\end{aligned}\right\} \quad (III.20)$$

где $\theta_д$ — динамический угол крена, вызванный действием заданного кренящего момента; θ_r — начальная амплитуда качки; M_c — исходное значение опрокидывающего момента; M_{θ_r} — восстанавливающий момент при угле θ_r.

При использовании выражений (III.20) для оценки остойчивости при вертикальном перемещении груза следует иметь в виду, что приращение амплитуды качки $\Delta\theta_r$ зависит от Δz_g. Поэтому в расчетах приходится делать несколько приближений, задавая сначала $\Delta\theta_r \approx \pm 2 \div 5°$ и после определения Δz_g корректировать величину $\Delta\theta_r$.

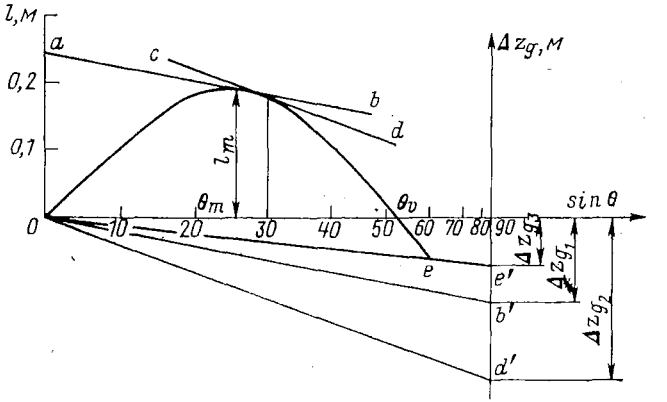


Рис. III.30. Определение критических аппликат ЦТ судна исходя из обеспечения требований Регистра СССР к элементам диаграммы статической остойчивости.

В практических целях вертикальный перенос груза используют для удовлетворения действующих нормативов остойчивости. Расстояние $l_г = z_2 - z_1$, на которое следует перенести груз, устанавливают исходя из обеспечения необходимого приращения $\Delta z_g = (P/D)\,l_г$.

При решении данной задачи используют понятие о критической аппликате ЦТ $z_{g_{кр}}$, которая при заданном водоизмещении определяется только геометрией судна и не зависит от его нагрузки. Кривую $z_{g_{кр}}$ рассчитывают для заданного диапазона эксплуатационных водоизмещений исходя из обеспечения без избытка и недостатка всех требований, предъявляемых к остойчивости Правилами Регистра СССР (критерий погоды, требования к диаграмме статической остойчивости и др.). Огибающая, состоящая из отрезков кривых, соответствующих минимальным значениям $z_{g_{кр}}$, характеризует верхний предел возвышения ЦТ, допустимый в условиях эксплуатации действующими нормативами остойчивости. Аналогично определяют и кривую критической метацентрической высоты (см. рис. III.49 в § 34 этого раздела).

Рассмотрим определение критических аппликат ЦТ исходя из требований Регистра СССР к элементам диаграммы статической остойчивости (углы максимума и заката, максимальное плечо). Наиболее просто это можно сделать, используя диаграмму статической остойчивости, построенную в координатах $l - \sin\theta$ (рис. III.30).

Пусть для заданной диаграммы $l_m = 0{,}21$ м, $\theta_m = 25°$ и $\theta_v = 52°$; необходимо найти приращения Δz_{g_1}, Δz_{g_2} и Δz_{g_3}, соответствующие $l_m = 0{,}25$ м, $\theta_m = 30°$ и $\theta_v = 60°$. Для определения Δz_{g_1} проводят прямую cd, касательную к диаграмме при

угле крена 30° и параллельной ей луч od' из начала координат до пересечения с ординатой при 90°. Для определения Δz_{g_2} откладывают по оси ординат отрезок oa, равный значению $l_m = 0{,}25$ м, проводят из точки a касательную к диаграмме и параллельный ей луч ob'. И, наконец, для определения Δz_{g_3} проводят из точки o луч через точку e диаграммы, соответствующую $\theta_v = 60°$. Все эти лучи отсекут на ординате 90° искомые приращения ЦТ. Прибавляя к исходной аппликате значения Δz_{g_1}, Δz_{g_2}, Δz_{g_3} с учетом знаков этих приращений, получим критические аппликаты исходя из требований к l_m, θ_m и θ_v.

Величину $z_{g_{\text{кр}}}$, отвечающую требованию по критерию погоды, можно определить, используя формулу для Δz_g из системы (III.20).

§ 23. ЖИДКИЕ И ПОДВЕШЕННЫЕ ГРУЗЫ

Жидкие грузы, частично заполняющие цистерны, при крене переливаются в сторону наклоненного борта и создают дополнительный кренящий момент, ухудшающий остойчивость. Влияние этого момента рассматривают в виде поправки к диаграмме статической остойчивости

$$\Delta M_s = \sum \rho_{\text{ж}} g \left[\cos\theta_i \int_0^{\theta_i} i_{\text{ж}} \cos\theta \, d\theta + \sin\theta_i \int_0^{\theta_i} i_{\text{ж}} \sin\theta \, d\theta \right],$$

где $\rho_{\text{ж}}$ — плотность жидкого груза; $i_{\text{ж}}$ — момент инерции площади свободной поверхности жидкого груза в цистерне относительно собственной продольной центральной оси при текущем значении угла крена.

Исправленное плечо статической остойчивости

$$l_1 = l - \Delta l,$$

где $\Delta l = \Delta M_s / D$. Иногда поправку ΔM_s вводят в формулу исправленного момента остойчивости формы с учетом влияния жидкого груза

$$M_{\text{ф}} = \cos\theta_i \int_0^{\theta_i} (\rho g I_x - \rho_{\text{ж}} g i_x) \cos\theta \, d\theta + \sin\theta_i \int_0^{\theta_i} (\rho g I_x - \rho_{\text{ж}} g i_x) \sin\theta \, d\theta.$$

Тогда плечо остойчивости формы будет равно

$$l_{\text{ф}_1} = \cos\theta_i \int_0^{\theta_i} \left(\frac{\rho I_x - \rho_{\text{ж}} i_x}{\rho V} \right) \cos\theta \, d\theta + \sin\theta_i \int_0^{\theta_i} \left(\frac{\rho I_x - \rho_{\text{ж}} i_x}{\rho V} \right) \sin\theta \, d\theta.$$

Величина, стоящая в круглых скобках, представляет собой исправленный поперечный метацентрический радиус

$$r_1 = \frac{\rho I_x - \rho_{\text{ж}} i_x}{\rho V} = r - \frac{\rho_{\text{ж}} i_x}{\rho V},$$

где слагаемое $\rho_{\text{ж}} i_x / (\rho V)$ называют поправкой на свободную поверхность.

Вычисление моментов инерции площадей наклонных свободных поверхностей в цистернах производится по схеме, аналогичной описанной в § 16, и сводится к кренованию цистерны по способу Крылова—Дарньи. Учитывая малость поправок Δl по сравнению с плечами l, схему вычислений можно существенно упростить, определяя графически положения равнообъемных уровней жидкости на чертеже поперечного сечения цистерн при $\theta = 0°$ и наклонении на 30, 60° и на угол θ, при котором момент инерции получает наибольшее значение. Построив график $i_x = f(\theta)$ (рис. III.31) устанавливают величины i_x для промежуточных углов с интервалом 10°. Подобные расчеты позволяют определить суммарные значения моментов инерции по всем цистернам и найти кренящий момент от переливания жидкого груза (табл. III.10).

Для учета влияния свободных поверхностей по Правилам Регистра СССР составляют одну расчетную комбинацию из одиночных цистерн и их сочетания по каждому виду жидкого груза. Из различных возможных сочетаний цистерн следует выбирать такие, в которых по условиям эксплуатации могут быть одновременно свободные поверхности и создаваемый последними суммарный кренящий момент ΔM_{30} от переливания жидкости при крене 30° будет иметь наибольшее значение. При вычислении поправок, кроме специально оговоренных случаев, цистерны считают заполненными на 50 % их емкости.

Величину ΔM_{30} вычисляют по формуле

$$\Delta M_{30} = vb\rho_ж g l_{30} \sqrt{\delta_ж},$$

где v — полная вместимость цистерны, м²; b — ширина цистерны, м; $\delta_ж = v/(abc)$ — коэффициент полноты цистерны (a — высота цистерны, м; c—длина цистерны, м); l_{30} — безразмерный коэффициент, определяемый в зависимости от отношения b/a:

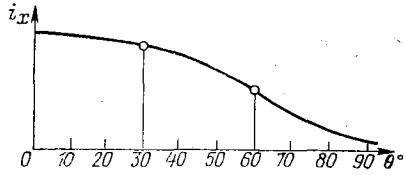


Рис. III.31. Изменение момента инерции свободной поверхности жидкости в цистерне в зависимости от угла крена.

b/a	20	10	5	2	1	0,5	0,2	0,1
l_{30}	0,111	0,113	0,114	0,094	0,049	0,024	0,010	0,005

Остатки жидких грузов в опорожненных цистернах обычно не учитывают. В расчет также не включают цистерны, удовлетворяющие условию

$$vb\rho_ж g l_{30} \sqrt{\delta_ж} < 0{,}01 D_{\min},$$

где $D_{\min}$ — наименьшее водоизмещение судна, предусматриваемое условиями нормальной эксплуатации.

Таблица III.10. **Вычисление кренящего момента от переливания жидкого груза**

θ, град.	$\sum \rho g i_ф$	(2) cos θ	$\sum$ инт (3)	(2) sin θ	$\sum$ инт (5)	$\frac{\Delta\theta}{2}$ (4)	$\frac{\Delta\theta}{2}$ (6)	(7) cos θ	(8) sin θ	$\Delta M_s^з =$ = (9)—(10)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0 Δθ 2Δθ . . . kΔθ										

Для плавучих кранов и плавучих буровых установок поправку на влияние свободных поверхностей определяют при угле 15° и в расчет не включают цистерны, удовлетворяющие условию

$$\Delta M_{15} = 0{,}0216 vb\rho_ж g \sqrt{\delta_ж}\,\frac{b}{a} \leqslant 0{,}02 D_{\min}.$$

Суммарная поправка для невключенных в расчет цистерн не должна превышать $0{,}05 D_{\min}$.

Кренящий момент от переливания жидкого груза для цистерн в форме прямоугольного параллелепипеда вычисляют по приближенной формуле М. А. Губина

$$\Delta M_s^з = \rho_ж g i_{x_0} f_{\text{-}}(\theta),$$

где i_{x_0} — момент инерции свободной поверхности для прямого положения судна; $f(\theta)$ — безразмерная функция, значения которой приведены в табл. III.11 в зависимости от отношения a/b (высоты цистерны к ее ширине) и угла крена θ и соответствуют положению уровня жидкости на середине высоты цистерны, так как в этом случае кренящий момент ΔM_s оказывается наибольшим.

Таблица III.11. **Значения функции $f(\theta)$ в зависимости от угла крена (град) и отношения высоты цистерны к ее ширине**

a/b	0	10	20	30	40	50	60	70	80
0,1	0	0,10	0,12	0,12	0,10	0,09	0,07	0,05	0,03
0,2	0	0,18	0,20	0,29	0,27	0,24	0,21	0,16	0,11
0,3	0	0,18	0,32	0,38	0,38	0,36	0,32	0,26	0,20
0,4	0	0,18	0,37	0,50	0,50	0,52	0,47	0,40	0,33
0,5	0	0,18	0,37	0,54	0,64	0,65	0,61	0,55	0,47
0,6	0	0,18	0,37	0,59	0,70	0,75	0,72	0,66	0,57
0,7	0	0,18	0,37	0,59	0,80	0,92	0,94	0,91	0,83
0,8	0	0,18	0,37	0,59	0,86	1,06	1,14	1,13	1,08
0,9	0	0,18	0,37	0,59	0,88	1,16	1,30	1,34	1,30
1,0	0	0,18	0,37	0,59	0,88	1,20	1,43	1,53	1,54
1,5	0	0,18	0,37	0,59	0,88	1,34	2,02	2,66	3,09
2,0	0	0,18	0,37	0,59	0,88	1,34	2,26	3,64	4,93
2,5	0	0,18	0,37	0,59	0,88	1,34	2,26	4,43	7,21
3,0	0	0,18	0,37	0,59	0,88	1,34	2,26	4,98	9,30
3,5	0	0,18	0,37	0,59	0,88	1,34	2,26	4,98	10,74
4,0	0	0,18	0,37	0,59	0,88	1,34	2,26	4,98	12,70
4,5	0	0,18	0,37	0,59	0,88	1,34	2,26	4,98	15,18
5,0	0	0,18	0,37	0,59	0,88	1,34	2,26	4,98	18,19

Поправки к плечам статической и динамической остойчивости вычисляют по формулам Д. А. Орлова

$$\Delta l = \frac{1}{D} vb\rho_ж g l \sqrt{\delta_ж}; \qquad \Delta d = \frac{1}{D} vb\rho_ж g d \sqrt{\delta_ж},$$

где l и d — безразмерные коэффициенты (рис. III.32).

Оценку начальной остойчивости судна с жидким грузом осуществляют по метацентрической формуле

$$M_s = D\left(\frac{\rho I_x - \sum \rho_ж i_{x_0}}{\rho V} - a_0\right)\theta. \qquad (III.21)$$

где i_{x_0} — момент инерции свободной поверхности цистерны относительно продольной центральной оси ox.

Если жидким грузом в цистернах является забортная вода, то формула (III.21) принимает вид

$$M_s = D\left(\frac{I_x - \sum i_{x_0}}{V} - a_0\right)\theta = D(h_0 + \Delta h)\theta, \qquad (III.22)$$

где $\Delta h = -\sum i_x/V$ — поправка на свободную поверхность.

Наличие на судне подвешенных грузов ухудшает остойчивость, так как при крене такие грузы перемещаются в сторону погруженного борта и создают дополнительный кренящий момент. Восстанавливающий момент в этом случае вычисляют по формуле

$$M_s = D\left(l - \frac{\sum P_i l_{p_i}}{D}\right)\sin\theta, \qquad (III.23)$$

где l_{p_i} — длина подвеса груза P_i,

Диаграмму статической остойчивости с учетом влияния подвешенного груза строят аналогично диаграмме при перемещении груза по вертикали, поскольку рассматриваемый случай равносилен переносу ЦТ груза в точку подвеса. Влияние жидких и подвешенных грузов на продольную остойчивость сравнительно невелико и обычно не учитывается.

Формулы (III.21)—(III.23) основаны на предположении, что перемещение ЦТ груза пропорционально углу крена. Для жидкого груза такое допущение справед-

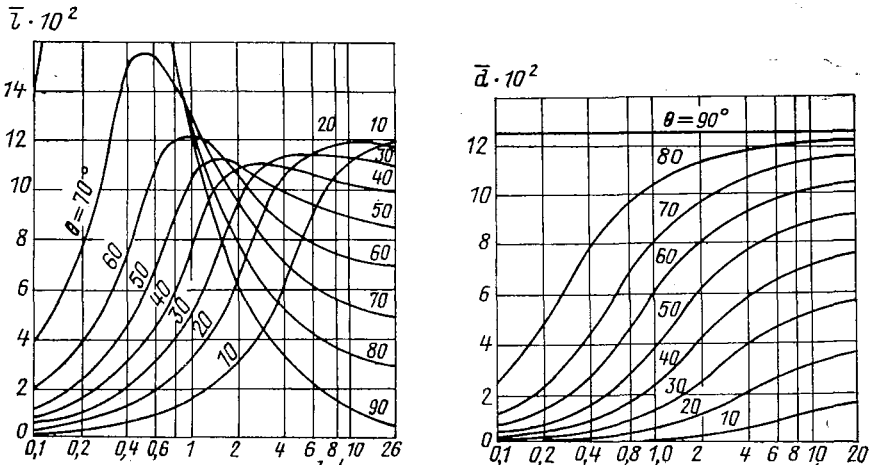


Рис. III.32. Коэффициенты l и d для определения поправок к плечам статической и динамической остойчивости.

ливо, если в пределах рассматриваемых наклонений момент инерции свободной поверхности практически сохраняется постоянным, а для подвешенного груза — когда его ЦТ располагается на одной вертикали с точкой подвеса.

§ 24. СЫПУЧИЕ ГРУЗЫ

У судов, перевозящих зерно или другие сыпучие и навалочные грузы, при сильной бортовой качке может произойти смещение груза на борт. Возникающий при этом кренящий момент ухудшает остойчивость.

Динамика судна с сыпучим грузом изучена еще недостаточно. Наибольшее распространение получила схема, предложенная В. Г. Сизовым [23] и основанная на допущении, что свободная поверхность при пересыпании, начинающемся с угла θ, равного углу естественного откоса $\alpha_п$, сохраняет плоскую форму. Угол $\alpha_п$, измеряемый между свободной поверхностью груза и горизонтальной плоскостью и различный при крене судна на правый и левый борт, зависит от рода перевозимого груза, параметров качки и других факторов. Обозначим $\alpha_{п1}$ и $\alpha_{п2}$ — углы естественного откоса при крене на правый и левый борт, а $\beta_п$ — угол пересыпания, или угол, на который сместился груз при крене θ. Будем считать, что изменение угла $\beta_п$ происходит пропорционально θ, а $\alpha_{п1} > \alpha_{п2}$.

Зависимость между $\beta_п$ и $\alpha_п$. Пусть в начальном положении $\theta = 0°$ и поверхность сыпучего груза совпадает с плоскостью действующей ватерлинии (рис. III.33, *а*). При крене на правый борт до угла $\alpha_{п1}$ (точка *A*) груз не пересыпается и $\beta_п = 0$. Начиная с угла $\theta = \alpha_{п1}$ и до угла максимального крена θ_{max} на правый борт груз будет пересыпаться, следуя изменению угла θ. В точке *B*, соответствующей θ_{max}, судно остановится и начнет крениться на противоположный борт. При этом пересыпание груза прекратится и угол $\beta_{п1}$, достигший максимального значения $(\beta_{п1})_{max}$ при θ_{max}, будет сохраняться постоянным до тех пор, пока крен не уменьшится на величину суммы углов $\alpha_{п1} + \alpha_{п2}$ (точка *D*). В промежуточном положении (точка *C*)

угол $\alpha_{п1} = \alpha_п$ и поверхность груза оказывается параллельной действующей ватерлинии. Начиная от точки D, соответствующей отклонению судна на угол $\alpha_{п2}$ от угла $\theta = \theta_{max} - \alpha_{п1} = (\beta_{п1})_{max}$, груз будет пересыпаться на левый борт и величина угла $\beta_п$ уменьшится. В точке F угол $\beta_п$ станет равным нулю, а при дальнейшем наклонении начнет возрастать до значения $(\beta_п)_{max}$ на левый борт (точка D'). Начиная от точки D' картина изменения угла $\beta_п$ аналогична рассмотренной от точки B к D и далее.

Таким образом зависимость между $\beta_п$ и θ при заданном θ_{max} может быть представлена диаграммой $BDD'B'$, выраженной уравнениями $\beta_п = \theta - \alpha_{п1}$ и $\beta_п = \theta + \alpha_{п2}$ при крене судна на правый и левый борт соответственно (участки $B'B$ и DD'). На переходных участках (от прямой $B'B$ к прямой DD' и наоборот) груз не пересыпается и угол $\beta_п$ остается равным $\beta_{п1} = \theta_{max} - \alpha_{п1}$ и $\beta_{п2} = -\theta_{max} + \alpha_{п2}$.

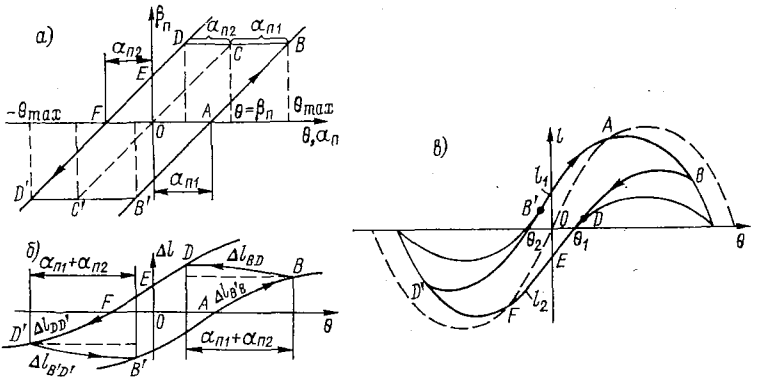


Рис. III.33. Диаграммы, характеризующие изменение угла пересыпания (*а*), плеча кренящего момента (*б*) и плеча статической остойчивости (*в*) судна с сыпучим грузом.

Кренящий момент от пересыпания груза. Этот момент можно определить непосредственно как момент клиновидных отсеков при угле пересыпания $\beta_п$ и крене θ, однако проще это сделать, вычисляя поправки к диаграмме статической остойчивости на участках $B'B$, DD' и $BD = D'B'$ по формулам, полученным Н. Ф. Воеводиным [6]:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta l_{B'B} &= \frac{1}{D}\left[\cos\theta \int_0^{\beta_{п1}} \sum (\rho_г g i_{xj}) \cos\beta\, d\beta + \sin\theta \int_0^{\beta_{п1}} \sum (\rho_г g i_{xj}) \sin\beta\, d\beta\right];\\
\Delta l_{DD'} &= \frac{1}{D}\left[\cos\theta \int_0^{\beta_{п2}} \sum (\rho_г g i_{xj}) \cos\beta\, d\beta + \sin\theta \int_0^{\beta_{п2}} \sum (\rho_г g i_{xj}) \sin\beta\, d\beta\right];\\
\Delta l_{BD} &= \frac{1}{D}\left[\cos\theta \int_0^{(\beta_п)_{max}} \sum (\rho_г g i_{xj}) \cos\beta\, d\beta + \right.\\
&\left. + \sin\theta \int_0^{(\beta_п)_{max}} \sum (\rho_г g i_{xj}) \sin\beta\, d\beta\right],
\end{aligned}\right\} \qquad (III.24)$$

где $\rho_г$ — плотность сыпучего груза; i_{xj} — текущее значение момента инерции площади свободной поверхности сыпучего груза.

Формулы (III.24) справедливы при загрузке судна сыпучими грузами с одинаковыми углами естественного откоса.

График изменения приращений $\Delta l_{B'B}$, $\Delta l_{DD'}$ и $\Delta l_{BD} = \Delta l_{D'B'}$ показан на рис. III.33, *б*. По этим данным построена исправленная диаграмма статической остойчивости (рис. III.33, *в*), ординаты которой вычислены как разность плеч исходной диаграммы (пунктир) и поправок Δl. Из рисунка видно, что диаграмма судна с сыпучим грузом состоит из двух постоянных для каждого случая нагрузки ветвей l_1 и l_2, которые по предложению В. Г. Сизова называют стабильными, и бесконечного числа переходных кривых l_{BD} и $l_{B'D'}$, положение которых определяется максимальными углами крена на правый и левый борт, а протяженность — углами $\alpha_{п1}$ и $\alpha_{п2}$.

В точках *A* и *F* стабильные ветви пересекают исходную диаграмму статической остойчивости, ветвь *AF* которой является переходной кривой, соответствующей нулевому углу пересыпания груза. В частных случаях, когда $\alpha_{п1} = \alpha_{п2} = 0$ или $\beta_п = \theta$ стабильные и переходные кривые сливаются в одну кривую, соответствующую диаграмме судна с жидким грузом, а при $\alpha_{п1} = \alpha_{п2} = \theta$ или $\beta = 0$ эти кривые совпадут с исходной диаграммой.

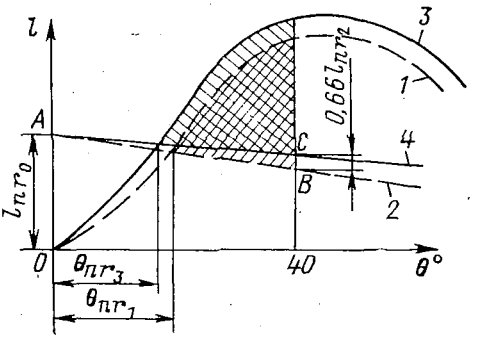


Рис. III.34. Оценка остойчивости судна с зерновым грузом.

Остаточный угол крена. Особенностью динамики судна с сыпучим грузом является наличие остаточного угла крена. Как показал В. Г. Сизов, такой угол может возникнуть при последовательном воздействии на судно значительных динамических кренящих моментов. В этих условиях остаточный угол крена постепенно увеличивается и приближается к предельным значениям, определяемым точками пересечения стабильных кривых с осью θ (углы θ_1 и θ_2 на рис. III.33, *в*).

Опрокидывающий момент судна с сыпучим грузом. Момент можно определить только для частных случаев, когда известен не только начальный угол крена, но и условия движения судна перед приходом его в заданное начальное положение.

Проверку остойчивости судов с зерновыми грузами проводят на основе международных рекомендаций для определения кренящих моментов от смещения зерна. При загрузке зерном трюмов, твиндеков и других грузовых помещений, неизбежно остаются пустые пространства между поверхностью зерна и настилом. Среднюю расчетную глубину такого пространства, зависящую от ширины помещения и от высоты *d* подпалубной продольной балки в мм, определяют по формуле

$$h_р = h_с + 0{,}75\,(d - 600),$$

где $h_с$ — стандартная глубина пустого пространства, мм, определяемая в зависимости от расстояния $l_с$ от комингса люка до границы помещения:

$l_с$ . .	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0
$h_с$ . .	570	530	500	480	450	440	430	430	430	430	450	470	490	500	550	590

При $h_р < 100$ мм следует принимать $h_р = 100$ мм.

Пустое пространство считают отсутствующим в полностью загруженных помещениях, ограниченных сверху поверхностями, наклоненными к горизонтали под углом 30° и более.

Оценку остойчивости при перевозке зерна производят двумя способами. По первому способу диаграмму статической остойчивости (кривая *1* на рис. III.34) определяют в предположении, что ЦТ груза и ЦТ объема всего грузового помещения совпадают, а плечо кренящего момента (кривая *2*) вычисляют по значению поперечного горизонтального смещения зерна. По второму, более точному способу, диаграмму статической остойчивости (кривая *3* на рис. III.34) строят для фактического положения ЦТ зернового груза (с учетом подпалубных пустот), а кривую *4* плеча креня-

щего момента вычисляют с учетом как поперечного, так и вертикального смещений зерна.

Кривые плеч кренящих моментов *2* и *4* аппроксимируют прямыми, проходящими через точку *A* при $\theta = 0°$ с ординатой l_{nr_0}, соответствующей суммарной поперечной составляющей кренящих моментов от расчетного смещения зерна во всех грузовых помещениях. Ордината второй точки *B*, через которую проводят график плеч кренящего момента по первому способу (кривая *2* на рис. III.34) при крене 40°, равна $l_{nr_{40}} = 0{,}8 l_{nr_0}$. Ордината соответствующей точки *C* (кривая *4* на рис. III.34) по второму способу при том же угле крена будет $l_{nr_{40}} = 0{,}8 l_{nr_0} + 0{,}66 l_{nr_z}$, где l_{nr_z} — суммарная составляющая вертикального смещения зерна во всех грузовых помещениях.

Плечо суммарного кренящего момента l_{nr_0} определяют по формуле

$$l_{nr_0} = \frac{1}{D} \sum \frac{M_{nr_{yi}} \lambda_i}{\mu_i},$$

где $M_{nr_{yi}}$ — кренящий момент, вызванный поперечным смещением зерна, и отнесенный к единице длины грузового помещения, м³; λ_i — длина участка грузового помещения соответствующего расчетного сечения; μ_i — удельный погрузочный объем груза для соответствующего расчетного сечения, м³/кН; *i*—индекс расчетного участка.

Величину l_{nr_z} вычисляют по аналогичной формуле

$$l_{nr_z} = \frac{1}{D} \sum \frac{M_{nr_{zi}} \lambda_i}{\mu_i},$$

где $M_{nr_{zi}}$ — кренящий момент объемный от вертикального смещения зерна, отнесенный к единице длины грузового помещения, м³.

Моменты $M_{nr_{yi}}$ и $M_{nr_{zi}}$ находят по изменениям формы и положений ЦТ пустот над зерном до и после его расчетного смещения.

Эти моменты численно равны изменению статического момента поперечного сечения пустот при смещении зерна в поперечном и вертикальном направлениях.

Расчетный угол смещения поверхности зерна в полностью загруженных помещениях принимают равным 15°, в частично загруженных помещениях 25°, а в трюмах, загруженных меньше чем на 0,5 их высоты, — 15°.

§ 25. ПРИЕМ ГРУЗА

Оценку остойчивости в случаях приема (снятия) твердых грузов удобно производить графоаналитическим способом Н. Ф. Воеводина [6].

Приращение характеристик остойчивости

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta(Dh) = \pm P(z_A - z_p)\cos\theta;\\
&\Delta M_s = \pm P(z_B - z_p)\sin\theta;\\
&\Delta T_s = \pm P(z_E - z_p)(1 - \cos\theta);\\
&\Delta h = \pm \frac{P}{D \pm P}(z_a - z_p)\cos\theta;\\
&\Delta l = \pm \frac{P}{D \pm P}(z_b - z_p)\sin\theta;\\
&\Delta d = \pm \frac{P}{D \pm P}(z_e - z_p)(1 - \cos\theta);\\
&z_A = \frac{\rho_0}{\cos\theta} - y_f \operatorname{tg}\theta + z_f; \qquad z_B = y_f \operatorname{ctg}\theta + z_f;\\
&z_E = \frac{y_f \sin\theta - z_f \cos\theta + z_{f_0}}{1 - \cos\theta}; \qquad z_a = z_A - \frac{h}{\cos\theta};\\
&z_b = z_B - \frac{l}{\sin\theta}; \qquad z_e = z_E - \frac{d}{1 - \cos\theta}.
\end{aligned}\right\} \quad (\text{III.25})$$

В этих формулах: z_p — аппликата ЦТ груза P; A, B, E — предельные точки для коэффициента остойчивости, восстанавливающего момента и работы восстанавливающего момента соответственно; a, b, e — предельные точки для метацентрической высоты и плеч статической и динамической остойчивости; ρ_0 — дифференциальный метацентрический радиус; y_f и z_f — координаты ЦТ площади ватерлинии при крене θ; z_{f_0} — аппликата ЦТ площади ватерлинии в прямом положении судна.

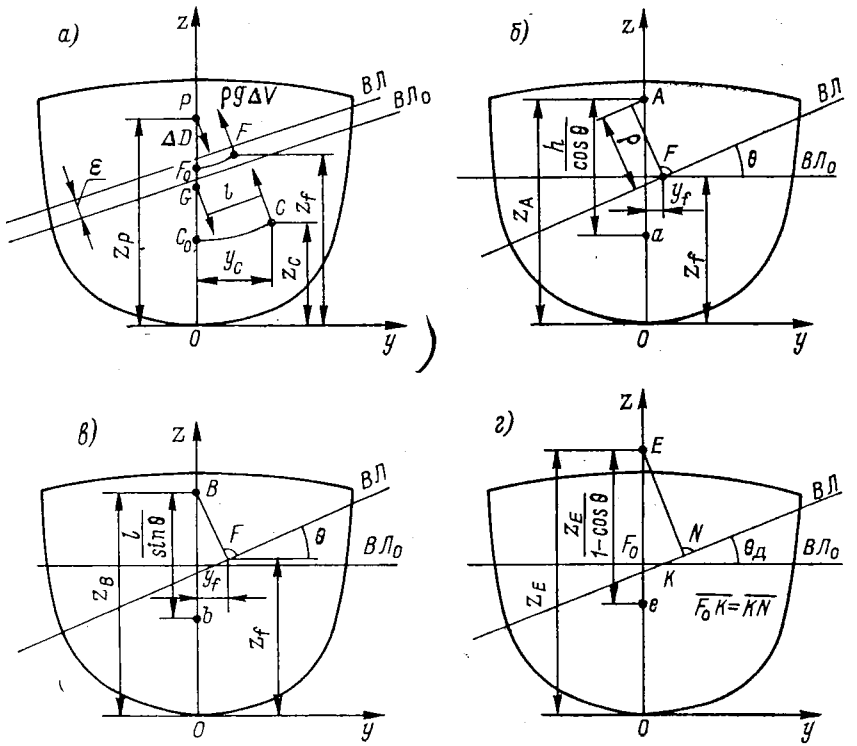


Рис. III.35. Определение предельных точек при приеме твердого груза с ЦТ в ДП: *а* — общая схема действующих сил; *б*, *в*, *г* — геометрические построения, устанавливающие точки A, B, E и a, b, e.

Знак «+» принимают при приеме груза, знак «—» — при его снятии. Определение предельных точек указано на рис. III.35. Плоскости, проходящие через предельные точки, называют предельными плоскостями. Для коэффициента остойчивости и начальной метацентрической высоты предельные плоскости проходят через точки A и a параллельно плоскости наклонной ватерлинии. Для восстанавливающего момента и плеча статической остойчивости через точки B и b перпендикулярно наклонной ватерлинии. Для работы восстанавливающего момента и плеча динамической остойчивости предельные плоскости проходят через точки E и e под углом $\theta/2$ к наклонной ватерлинии. Прием груза, ЦТ которого лежит выше указанных предельных плоскостей, ведет к уменьшению рассматриваемых характеристик остойчивости. Прием груза, ЦТ которого лежит ниже предельных плоскостей, ведет к увеличению этих характеристик. В случае расположения ЦТ принятого груза в предельной плоскости рассматриваемые характеристики остойчивости не изменяются.

Приращение опрокидывающего момента при $M_{кр} = \text{const}$ вычисляют по выражению

$$\Delta M_c = \frac{1}{\theta_д - \theta_1}\left[\left(z_{E_{опр}} - z_p\right)\left(\cos\theta_1 - \cos\theta_д\right)P + \left(M_{c_1} - M_{\theta_1}\right)\Delta\theta_1\right], \qquad (III.26)$$

где $z_{E_{опр}} = z_{E_д} - \Delta z_E$; $\qquad z_{E_д} = \dfrac{y_f \sin\theta_д - z_f \cos\theta_д + z_{f_0}}{1 - \cos\theta_д}$;

$$\Delta z_E = \left(z_{E_д} - z_{E_1}\right)\frac{1 - \cos\theta_1}{\cos\theta_1 - \cos\theta_д};$$

θ_1 и $\theta_д$ — углы крена, соответствующие начальному (во время приложения кренящего момента) и конечному (динамическому) наклонениям судна; M_{c_1} и M_{θ_1} — опрокидывающий и восстанавливающий моменты при $\theta = \theta_1$.

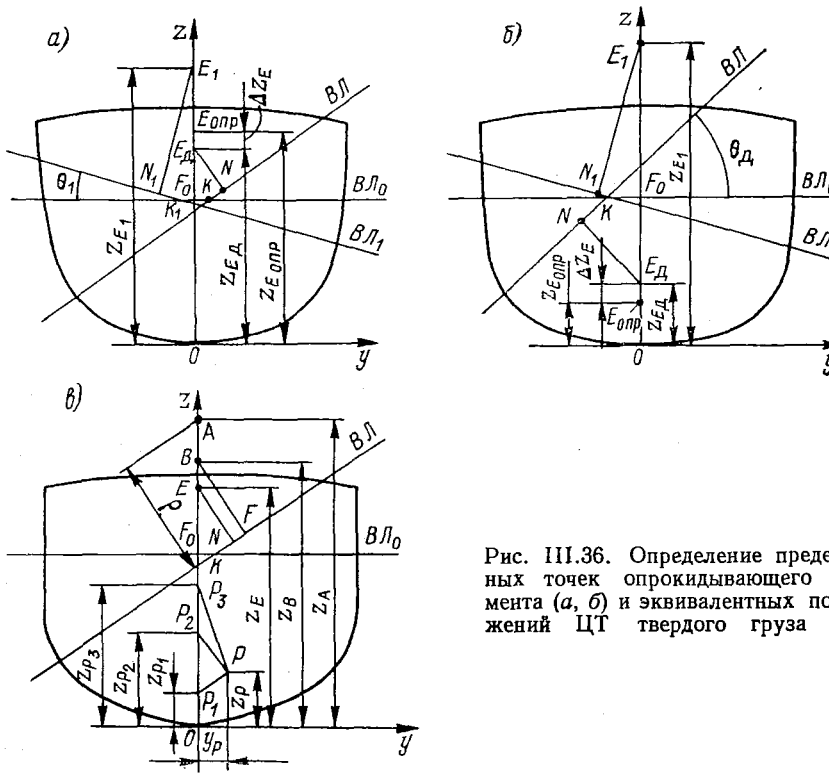


Рис. III.36. Определение предельных точек опрокидывающего момента (*а*, *б*) и эквивалентных положений ЦТ твердого груза (*в*).

Определение предельных точек $E_{опр}$ для различных θ дается на рис. III.36.

При использовании схемы Регистра СССР угол θ_1 заменяют на θ_r, а угол $\theta_д$ — на θ_f (угол заливания) и формула (III.26) принимает вид

$$\Delta M_c = \frac{1}{\theta_f - \theta_r}\left[\left(z_{E_{опр}} - z_p\right)\left(\cos\theta_r - \cos\theta_f\right)P + \left(M_{c_r} - M_{\theta_r}\right)\Delta\theta_r + \right.$$

$$\left. + \left(M_{\theta_f} - M_{c_f}\right)\Delta\theta_f\right]; \qquad (III.27)$$

$$\Delta\theta_r = \theta_{r_1} - \theta_r; \qquad \Delta\theta_f = -\frac{P\cos\theta_f}{\rho g S_{\theta_f}\left(y'_f - y_{\theta_f}\right)};$$

где M_{c_r} и M_{θ_r}, M_{c_f} и M_{θ_f} — опрокидывающий и восстанавливающий моменты при $\theta = \theta_r$ и $\theta = \theta_f$; θ_r и θ_{r_1} — амплитуды бортовой качки, определяемые по Правилам Регистра СССР до и после приема груза; S_{θ_f} и y_{θ_f} — площадь и ордината ЦТ ватерлинии при $\theta = \theta_f$; y_f' — ордината нижней кромки «открытого» отверстия, по которому определяется угол заливания.

Приращения нормируемых элементов диаграммы статической остойчивости при приеме груза вычисляют по выражениям

$$\Delta\theta_m = \left| \frac{-P(z_A - z_p)\cos\theta}{D\dfrac{dh}{d\theta} + P\left[\dfrac{dz_A}{d\theta}\cos\theta - (z_A - z_p)\sin\theta\right]} \right|_{\theta=\theta_m} \approx$$

$$\approx \left| \frac{-P(z_A - z_p)\cos\theta}{D\dfrac{dh}{d\theta}} \right|_{\theta=\theta_m}; \qquad \text{(III.28)}$$

$$\Delta\theta_v = \left| -\frac{P(z_B - z_p)\sin\theta}{Dh + P(z_A - z_p)\cos\theta} \right|_{\theta=\theta_v} \approx \left| \frac{-P(z_B - z_p)\sin\theta}{Dh} \right|_{\theta=\theta_v}; \qquad \text{(III.29)}$$

$$\Delta l_m = \frac{P}{D+P}\left[(z_b - z_p)\sin\theta + (z_A - z_p)\cos\theta\,\Delta\theta\right]_{\theta=\theta_m}, \qquad \text{(III.30)}$$

где $\Delta\theta$ — определяют по формуле (III.28), а производную $dh/d\theta$ устанавливают графически по кривой $h = f(\theta)$ в точке, соответствующей $\theta = \theta_m$. Кривую $h = f(\theta)$ строят в окрестности θ_m, используя выражение (III.5).

Для оценки остойчивости в условиях эксплуатации, а также для анализа влияния изменения нагрузки судна в широком диапазоне углов наклонения Н. П. Муру предложил строить полярные диаграммы аппликат предельных точек.

Формулы (III.25)—(III.30) справедливы при приеме и снятии как малых, так и больших грузов, ЦТ которых лежит в ДП. При приеме (снятии) произвольно расположенных грузов необходимо в эти формулы вместо величины z_p подставить эквивалентные положения ЦТ, определяемые по формулам:

$$\left.\begin{aligned} &\text{для } \Delta(Dh) \text{ и } \Delta h \quad z_{p_1} = z_p - y_p \operatorname{tg}\theta;\\ &\text{для } \Delta M_s \text{ и } \Delta l \quad z_{p_1} = z_p + y_p \operatorname{ctg}\theta;\\ &\text{для } \Delta T_s \text{ и } \Delta d \quad z_{p_1} = z_p + y_p \operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.31)}$$

Графическое определение эквивалентных положений ЦТ дано на рис. III.36, *в*.

При оценке остойчивости при приеме жидкого груза рассматривают два случая: прием жидкого груза в сухой отсек и добавление жидкого груза. Если сухой отсек заполняется не полностью и образуется свободная поверхность, то сначала определяют координаты метацентра для жидкого груза μ_l, а затем эквивалентные положения этой точки по формулам, аналогичным формулам (III.31). Координаты метацентра (рис. III.37, *а*)

$$y_{\mu_l} = y_l - r_l \sin\theta; \qquad z_{\mu_l} = z_l + r_l \cos\theta,$$

где $r_l = \rho_ж g i_x / P$ — радиус кривизны кривой $l_0 l$ перемещения ЦВ жидкого груза при крене θ; y_l и z_l — координаты ЦВ жидкого груза.

Эквивалентные положения метацентра (см. рис. III.37, *а*):

для $\Delta(Dh)$ и Δh $z_{\mu_1} = z_{\mu_l} - y_{\mu_l} \operatorname{tg}\theta$;

для ΔM_s и Δl $z_{\mu_2} = z_{\mu_l} + y_{\mu_l} \operatorname{ctg}\theta$;

для ΔT_s и Δd $z_{\mu_3} = z_{k_l} + y_{k_l} \operatorname{ctg}\dfrac{\theta}{2}$,

Для нахождения предельной точки μ_3 нужно провести равнообъемную свободную поверхность cd и установить точку ее пересечения с положением свободной поверхности ab при $\theta = 0°$. Пересечение луча, проведенного под углом $\theta/2$ к ДП судна, характеризует аппликату z_{μ_3} (см. рис. III.37, *а*).

В случае добавления жидкого груза (рис. III.37, *б*) необходимо рассматривать ЦТ добавочного слоя принятой жидкости (точку f_0) и радиус кривизны $\rho_f = \Delta i_x/v$ по аналогии с дифференциальным метацентрическим радиусом основного водоизмещения.

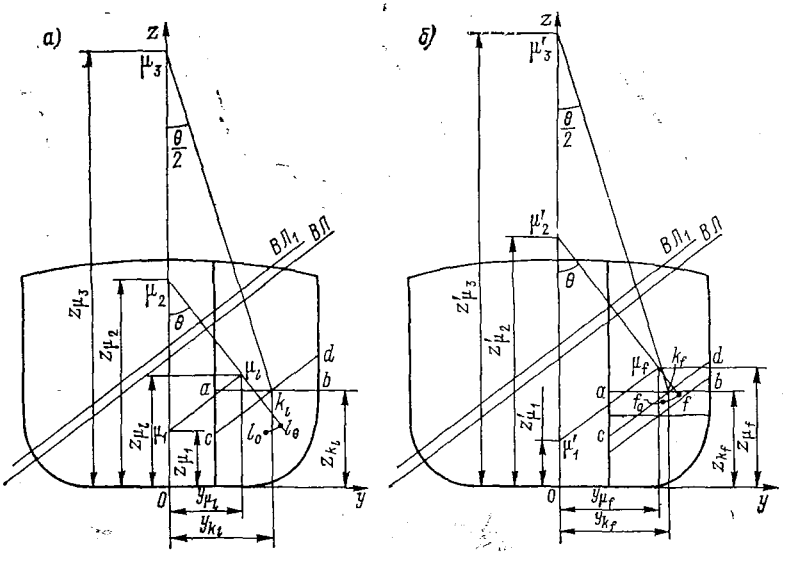


Рис. III.37. Определение эквивалентных положений предельных точек при приеме жидкого груза в сухой отсек (*а*) и при добавлении жидкого груза (*б*).

Эквивалентные положения точки μ_f будут равны (рис. III.37, *б*):

для $\Delta(Dh)$ и Δh $z_{\mu_1'} = z_{\mu_f} - y_{\mu_f} \operatorname{tg}\theta$;

для ΔM_s и Δl $z_{\mu_2'} = z_{\mu_f} + y_{\mu_f} \operatorname{ctg}\theta$;

для ΔT_s и Δd $z_{\mu_3'} = z_{\mu_f} + y_{k_l} \operatorname{ctg}\dfrac{\theta}{2}$.

Расчетные формулы для определения характеристик остойчивости в этом случае сохраняются прежними, необходимо только вместо аппликаты z_p учесть эквивалентные положения точек μ_l либо μ_f.

Помимо описанного способа для оценки остойчивости при изменении нагрузки судна можно использовать интерполяционные кривые плеч остойчивости формы либо пантокарены.

Оценку начальной остойчивости производят по приближенным формулам, применимым для твердых грузов $P < (0{,}10 \div 0{,}15)\,D$.

Приращения метацентрической высоты

$$\Delta h = \pm \frac{P}{D \pm P}\left(T + \frac{\Delta T}{2} - h_0 - z_p\right); \qquad \Delta H \approx \pm \frac{P}{D \pm P} H_0, \qquad \text{(III.32)}$$

где h_0 и H_0 — исходные значения метацентрической высоты.

Коэффициенты остойчивости

$$Dh = (D \pm P)(h_0 \pm \Delta h); \; DH \approx DH_0. \qquad \text{(III.33)}$$

Углы крена и дифферента

$$\theta = \frac{\pm Py}{Dh_0}; \qquad \psi = \frac{\mp P(x - x_f)}{DH_0} \tag{III.34}$$

(x и y — координаты ЦТ груза).

Осадка носом и кормой

$$T_н = T + \Delta T_н; \qquad T_к = T + \Delta T_к, \tag{III.35}$$

где

$$\Delta T_н = \pm \Delta T + \psi\left(\frac{L}{2} - x_f\right); \qquad \Delta T_к = \pm \Delta T - \psi\left(\frac{L}{2} + x_f\right).$$

Если принимается жидкий груз, то в круглых скобках в формуле (III.32) для приращения Δh учитывают поправку на влияние свободной поверхности $-\rho_ж g i_x / P$. На величину ΔH эта поправка влияния практически не оказывает.

При приеме или снятии нескольких грузов P_i рассматривают эквивалентный груз $P = \sum P_i$ с координатами

$$x = \frac{\sum P_i x_i}{\sum P_i}; \quad y = \frac{\sum P_i y_i}{\sum P_i}; \quad z = \frac{\sum P_i z_i}{\sum P_i}. \tag{III.36}$$

Если положение ЦТ эквивалентного груза окажется вне пределов судна, то такой результат не должен рассматриваться как парадокс, поскольку равнодействующая двух параллельных противоположно направленных сил располагается вне промежутка между этими силами. При малом суммарном грузе дальнейший расчет выполняют по формулам (III.32)—(III.35). Если величина $\sum P_i$ окажется равной нулю, то рассматриваемая комбинация приема и снятия нескольких грузов эквивалентна переносу единичного груза, моменты которого определяются числителями правых частей формул (III.36), а последующий расчет производится по формулам § 25 первого раздела.

При приеме или снятии большого груза, не вызывающего значительных изменений крена и дифферента, точность расчета величины h_0 по формуле (III.32) будет недостаточна. В этом случае необходимо вычислить новые координаты ЦТ

$$x_{g_1} = \frac{Dx_g + \sum P_i x_i}{D + \sum P_i}; \quad y_{g_1} = \frac{Dy_g + \sum P_i y_1}{D + \sum P_i}; \quad z_{g_1} = \frac{Dz_g + \sum P_i z_i}{D + \sum P_i}$$

и, определив положение метацентра z_{m_1} по кривым элементов теоретического чертежа, установить значение поперечной метацентрической высоты $h_1 = z_{m_1} - z_{g_1}$ без промежуточного вычисления ее приращения. При больших изменениях углов крена и дифферента эта расчетная схема неприменима.

Использование понятия о предельных точках и предельных плоскостях позволяет решать задачу о балластировке, т. е. приеме твердого или жидкого балласта для повышения остойчивости судна.

Необходимое количество балласта, исходя из удовлетворения требованиям Правил Регистра СССР, вычисляют по формулам:

а) для условия $K = 1$ в первом и втором приближениях

$$P_1 = \frac{(M_v - M_c)(\theta_д - \theta_r)}{\left(z_{E_{опр}} - z_p\right)(\cos\theta_r - \cos\theta_д) + \dfrac{M_v(\theta_д - \theta_r)}{\rho g S z}}; \tag{III.37}$$

$$P_2 = \frac{\left(M_v \dfrac{p_{v_1}}{p_v} - M_c\right)(\theta_д - \theta_r) - \left(M_c - M_{\theta_r}\right)\Delta\theta_r}{\left(z_{E_{опр}} - z_p\right)(\cos\theta_r - \cos\theta_д) + \dfrac{p_{v_1}}{p_v}\dfrac{M_v(\theta_д - \theta_r)}{\rho g S z}}; \tag{III.38}$$

б) для условия $\theta_m = 30°$ и $\theta_v = 60°$

$$P_{30} = -\frac{1{,}15 D h_{30}}{z_A - z_p}; \quad P_{60} = -\frac{1{,}15 M_{s_{60}}}{z_B - z_p};$$

в) для условия l_m — путем решения уравнения

$$P^2\{A'B' + [(z_A - z_p)\cos\theta]^2\} + DP\left(B\,\Delta l_m + A\,\frac{dh}{d\theta}\right) + \Delta l_m D^2\,\frac{dh}{d\theta}, \tag{III.39}$$

где

$$A' = \Delta l_m - (z_b - z_p)\sin\theta; \quad B' = \frac{\partial z_A}{\partial\theta}\cos\theta - (z_A - z_p)\sin\theta$$

и все величины должны соответствовать углу θ_m.

Если использовать понятие критической аппликаты ЦТ (см. § 26 первого раздела), то необходимое количество балласта можно определить по формуле Н. Б. Севастьянова [21]

$$P = \frac{1}{2A''}\left[-B'' + \sqrt{(B'')^2 - 4A''C''}\right],$$

где

$$A'' = \frac{dz_{g_{\text{кр}}}}{dD}; \quad B'' = z_{g_{\text{кр}}} + \frac{dz_{g_{\text{кр}}}}{dD}D - z_б; \quad C'' = D\left(z_{g_{\text{кр}}} - z_g\right).$$

Пример. Для обеспечения требований Регистра СССР определяется необходимое количество балласта транспортного судна, имеющего следующие характеристики: $D = 13\,500$ кН; $L = 52$ м; $z_g = 4{,}5$ м; $h_0 = 0{,}63$ м; $l_m = 0{,}22$ м; $\theta_m = 28°$; $\theta_v = 53°$; $M_v = 13\,000$ кН·м; $M_c = 11\,750$ кН·м; $\rho g = 10{,}25$ кН/м³; $A_v = 340$ м²; $z = 3{,}68$ м; $K = 0{,}904$; $S = 473$ м²; $z_p = 0{,}50$ м.

Плечи статической остойчивости: $l_{10} = 0{,}11$ м; $l_{20} = 0{,}19$ м; $l_{30} = 0{,}22$ м; $l_{40} = 0{,}15$ м; $l_{50} = 0{,}04$ м; $l_{60} = -0{,}096$ м. Амплитуда бортовой качки $\theta_r = 16°$. Угол заливания не учитывается.

Опрокидывающий момент. Для вычисления величины P в первом приближении по формуле (III.37) предварительно устанавливаются угол $\theta_д = 47°$ согласно схеме на рис. III.10, в § 15 и аппликаты предельных точек $z_{E_г} = 3{,}00$ м и $z_{E_д} = 3{,}92$ м на корпусе теоретического чертежа для равнообъемных ватерлиний (см. рис. III.36).

Аппликата предельной точки опрокидывающего момента

$$z_{E_{\text{опр}}} = z_{E_д} + \Delta z_E,$$

где $\Delta z_E = (3{,}92 - 5{,}00)\,\dfrac{1 - 0{,}961}{0{,}961 - 0{,}682} = -0{,}16$ м. Тогда $z_{E_{\text{опр}}} = 3{,}92 - 0{,}16 = 3{,}76$ м.

Количество балласта в первом приближении

$$P_1 = \frac{(13\,000 - 11\,750)(47 + 16)}{57{,}3\,(3{,}77 - 0{,}50)(0{,}961 - 0{,}682) + \dfrac{13\,000\,(47 + 16)}{10{,}25\cdot 473\cdot 3{,}68}} \approx 802 \text{ кН}.$$

Аппликата ЦТ судна после приема балласта $z_{g_1} = \dfrac{13\,500\cdot 4{,}5 + 802\cdot 0{,}5}{13\,500 + 802} \approx 4{,}28$ м.

Приращение осадки $\Delta T = \dfrac{802}{10{,}25\cdot 473} = 0{,}165$ м.

Амплитуда качки в этих условиях $\theta_r = 15°$ и $\Delta\theta_r = 1° = 1/57{,}3$ рад. Восстанавливающий момент при отклонении на угол $\theta_r = 16°$ на левый борт

$$M_{s_r} = Dl_{\theta_r} = -13\,500\cdot 0{,}155 \approx -2092 \text{ кН·м}.$$

Новая ордината центра парусности

$$z_1 = \frac{A_v(z - \Delta T)}{A_v - L\,\Delta T} = \frac{370\,(3{,}68 - 0{,}165)}{370 - 52\cdot 0{,}165} \approx 3{,}52 \text{ м}.$$

Новое расчетное давление ветра $p_1 = 1040$ Па $= 1{,}04$ кН/м².

Вследствие близости значений давления ветра до и после приема балласта во втором приближении учитываем только поправку на изменение начального угла крена. По формуле (III.38) имеем

$$P_2 = \frac{(13\,000 - 11\,750)(47 + 16) - (11\,750 + 2090)\cdot 1}{5{,}73\,(3{,}77 - 0{,}50)(0{,}961 - 0{,}682) + \dfrac{13\,000\,(47 + 16)}{10{,}25\cdot 473\cdot 3{,}68}} = 661 \text{ кН}.$$

Углы максимума и заката θ_m и θ_v. Для определения количества балласта исходя из обеспечения критериев $\theta_m = 30°$ и $\theta_v = 60°$ устанавливаются аппликаты предельных точек $z_{A_{30}} = 2{,}30$ м и $z_{B_{60}} = 3{,}47$ м с помощью геометрических построений на корпусе теоретического чертежа по схеме рис. III.35, *б, в*. Метацентрическая высота при крене 30° вычисляется по формуле (III.5) — $h_{30} = -0{,}062$ м, а $M_{s_{60}} = -13\,500\cdot 0{,}096 = -1296$ кН·м.

Необходимое количество балласта

$$P(\theta_m) = \frac{1{,}15\cdot 13\,500\cdot 0{,}62}{2{,}300 - 0{,}500} = 535 \text{ кН}; \quad P(\theta_v) = \frac{1{,}15\cdot 1296}{3{,}470 - 0{,}500} = 859 \text{ кН}.$$

Максимальное плечо l_m. Из приведенных данных видно, что $l_m = 0{,}22$ м и $\Delta l_m = 0{,}03$ м. Необходимые для расчета аппликаты $z_{A_{28}} = 2{,}22$ м и $z_{B_{28}} = 3{,}82$ м устанавливаются путем графических построений по схеме рис. III.35, *б, в*, а производные $\left.\dfrac{dh}{d\theta}\right|_{\theta=28°} = -1{,}77$ м и $\left.\dfrac{dz_A}{d\theta}\right|_{\theta=28°} = -2{,}10$ м — по кривым $h = f(\theta)$ и $z_A = f(\theta)$, построенным в окрестности угла крена 28°. Аппликата $z_b = 3{,}82 - \dfrac{0{,}23}{0{,}47} = 3{,}35$ м

Параметры A' и B': $A' = 0{,}02 - (3{,}35 - 0{,}50)\,0{,}47 = -1{,}36$ м; $B' = -2{,}10\cdot 0{,}883 - (2{,}22 - 0{,}50)\cdot 0{,}47 = -2{,}66$ м.

Подставляя найденные значения в уравнение (III.39), получим $P^2\,\{1{,}36\cdot 2{,}66 + [(2{,}22 - 0{,}50)\,0{,}883]\}^2 + 13\,500P\,(-2{,}66\cdot 0{,}03 + 1{,}36\cdot 1{,}77) - 0{,}03\cdot 13\,500^2\cdot 1{,}77 = 0$ или $P^2 + 5284 - 1\,629\,205 = 0$.

Решая это уравнение, находим $P = 292$ кН.

Таким образом, в рассматриваемом примере необходимо принимать балласт для обеспечения требования к динамической остойчивости.

§ 26. ВЛИЯНИЕ ОБЛЕДЕНЕНИЯ И СОЛЕНОСТИ ВОДЫ

Для судов, плавающих в зимних сезонных зонах, установленных Правилами Регистра СССР о грузовой марке, учитывают возможность обледенения, влияние которого равносильно приему высоко расположенного груза, увеличивающего водоизмещение, аппликату ЦТ и площадь парусности и ухудшающего остойчивость. Особенно опасно асимметричное обледенение, создающее кренящий момент, действие которого в условиях пониженной остойчивости может приводить к возникновению значительных углов крена.

По Правилам Регистра СССР для судов, плавающих севернее параллели 66,3° *N* и южнее параллели 60° *S*, а также в Беринговом и Охотском морях и в Татарском проливе, принимают следующие нормы обледенения. Вес льда на квадратном метре площади общей горизонтальной проекции открытых палуб, включающих сумму горизонтальных проекций всех открытых палуб и переходов независимо от наличия навесов, принимают равным 0,30 кН. Момент по высоте горизонтальной нагрузки определяют по возвышениям ЦТ соответствующих участков палуб и переходов. Вес льда на квадратный метр площади парусности — 0,15 кН. Для судов, плавающих в зимнее время в остальных районах зимней сезонной зоны, нормы обледенения принимают вдвое меньшими.

Элементы диаграммы статической остойчивости при обледенении должны отвечать следующим требованиям: угол заката $\theta_v \geqslant 55°$, максимальное плечо l_m для судов ограниченного района плавания — не менее 0,2 м при $\theta_m \geqslant 25°$.

Эксплуатация малых судов (длиной менее 20 м) в условиях возможного обледенения, как правило, не допускается.

Пример. Определяется изменение остойчивости при обледенении траулера на основе графоаналитического способа.

Характеристики судна до обледенения: $D = 4540$ кН; $L = 35$ м; $T = 3{,}00$ м; $h_0 = 0{,}63$ м; $l_m = 0{,}23$ м; $\theta_m = 31°$; $\theta_v = 67°$; $A_v = 141$ м²; $z = 2{,}48$ м; $M_c = 454$ кН·м; $M_v = 330$ кН·м; $K = 1{,}37$. Плечи статической остойчивости: $l_{10} = 0{,}11$ м; $l_{20} = 0{,}21$ м; $l_{30} = 0{,}23$ м; $l_{40} = 0{,}22$ м; $l_{50} = 0{,}16$ м; $l_{60} = 0{,}07$ м; $l_{70} = -0{,}02$ м. Амплитуда бортовой качки $\theta_r = 20°$.

Характеристики судна после обледенения: вес льда, определенный по Правилам Регистра СССР $P = 107$ кН, аппликата ЦТ ледовой нагрузки $z_p = 5{,}0$ м; $A_{v_1} = 147$ м²; $z_1 = 2{,}53$ м; $M_{v1} = 350$ кН·м, приращение амплитуды качки $\Delta\theta_r \approx 0$; угол заливания не учитывается.

Приращение опрокидывающего момента. Поскольку $\Delta\theta_r = 0$, формула (III.26) принимает вид

$$\Delta M_c = \frac{P}{\theta_д - \theta_r}\left(z_{E_{опр}} - z_p\right)\left(\cos\theta_r - \cos\theta_д\right).$$

Величина $\theta_д$ устанавливается по диаграмме динамической остойчивости (см. рис. III.10), а аппликаты предельных точек $z_{E_д}$ и z_{E_r} — с помощью геометрических построений на корпусе теоретического чертежа для равнообъемных ватерлиний при углах $\theta_д$ и θ_r в соответствии со схемой на рис. III.36. В результате имеем $\theta_д = 58°$; $z_{E_д} = 2{,}0$ м; $z_{E_r} = 3{,}2$ м.

Аппликата предельной точки опрокидывающего момента $z_{E_{опр}} = z_{E_д} - \Delta z_E$.

$$\Delta z_E = (2{,}0 - 3{,}2)\,\frac{1 - 0{,}94}{0{,}94 - 0{,}53} \approx -0{,}176 \text{ м}. \qquad z_{E_{опр}} = 2{,}000 - 0{,}176 = 1{,}824 \text{ м};$$

$$\Delta M_c = \frac{107 \cdot 57{,}3}{58 + 20}\,(1{,}824 - 5{,}000)\,(0{,}94 - 0{,}53) \approx -102 \text{ кН·м};$$

$$M_{c_1} = M_c + \Delta M_c = 454 - 102 = 352 \text{ кН·м}.$$

Критерий погоды $K = \dfrac{352}{350} \approx 1$.

Приращение углов θ_m и θ_v. Устанавливают аппликаты предельных точек $z_A = 1{,}69$ м и $z_B = 2{,}56$ м для углов крена $\theta_m = 31°$ и $\theta_v = 67°$ (см. рис. III.35), а также производную $dh/d\theta = 1{,}81$ по кривой $h = f(\theta)$, построенной в окрестности θ_m. По формулам (III.28) и (III.29) рассчитывают величины $\Delta\theta_m$ и $\Delta\theta_v$:

$$\Delta\theta_m = \frac{-107\,(1{,}69 - 5{,}00)\cdot 0{,}86}{4540 \cdot 1{,}81} = -0{,}037;$$

$$\Delta\theta_v = \frac{-107\,(2{,}56 - 5{,}00)\cdot 0{,}912}{4540 \cdot 0{,}63} \approx -0{,}083; \quad \Delta\theta_m \approx -2{,}1°; \quad \Delta\theta_v \approx -4{,}8°.$$

Приращение максимального плеча l_m. Вычисляется аппликата предельной точки

$$z_b = z_B - \frac{l}{\sin\theta} = 2{,}56 - \frac{0{,}23}{0{,}50} = 2{,}10 \text{ м}$$

и подставляется в формулу (III.30)

$$\Delta l_m = \frac{107}{4530 + 107}\,[(2{,}1 - 500)\cdot 0{,}50 + (1{,}69 - 5{,}00)\,0{,}866\,(-0{,}037)] = -0{,}031 \text{ м}.$$

Реальная нагрузка льда в условиях интенсивного обледенения может значительно превышать нормируемую величину P и достигать $0{,}1D$, что приводит к резкому ухудшению остойчивости.

Например, при $P = 400$ кН и вычислениях по формулам (III.26) и (III.28)—(III.30) $\Delta M_c = -360$ кН·м; $K = 0{,}25$; $\Delta\theta_m = -7°$; $\Delta\theta_v = -16°$; $\theta_m = 24°$; $\theta_v = 51°$; $\Delta l_m = -0{,}10$ м; $l_m = 0{,}13$ м.

Изменение солености воды также оказывает влияние на остойчивость. Приращение поперечной метацентрической высоты в этом случае

$$\Delta h \approx \frac{\Delta\rho}{\rho_1}(T - z_{m_0}),$$

где $\Delta\rho = \rho_1 - \rho$; $z_{m_0} = r_0 + z_{c_0}$.

Изменение угла дифферента

$$\Delta\psi = -\frac{\Delta\rho}{\rho_1}\left(\frac{x_f - x_c}{H_0}\right).$$

Изменение осадок носом и кормой

$$\Delta T_н = \Delta T + \Delta\psi\left(\frac{L}{2} - x_f\right); \quad \Delta T_к = \Delta T - \Delta\psi\left(\frac{L}{2} + x_f\right),$$

где $\Delta T = -\frac{\Delta\rho}{\rho_1}\chi T$. Данные об изменении величины ρ приведены в § 5.

§ 27. СКОРОСТЬ И ДЕМПФИРОВАНИЕ НАКЛОНЕНИЙ СУДНА

При движении судна на тихой воде вследствие перераспределения давления по погруженной части корпуса, а также искривления формы ватерлинии (за счет образования системы корабельных волн) происходит изменение остойчивости. Восстанавливающий момент в этих условиях может как увеличиваться, так и уменьшаться в зависимости от скорости судна и формы корпуса.

На рис. III.38 показаны характерные виды диаграмм статической остойчивости судов на ходу. На рис. III.38, *а* изображены типичные диаграммы для высокобортных транспортных судов с большими коэффициентами общей полноты. В этом случае влияние скорости приводит к улучшению как начальной остойчивости, так и остойчивости на больших углах крена. Диаграммы на рис. III.38, *б* характерны для низкобортных судов и буксиров с малыми коэффициентами общей полноты и большими отношениями B/T. У малых судов на ходу начальная остойчивость обычно улучшается, а при больших углах крена — ухудшается. И, наконец, диаграммы рис. III.38, *в* показывают, что ухудшается как начальная остойчивость, так и остойчивость при больших наклонениях. Такие диаграммы характерны для судов с малыми отношениями B/T и коэффициентами общей полноты.

Изменение начальной метацентрической высоты и ординат диаграммы статической остойчивости судов на ходу невелико. Например, для транспортных и промысловых судов приращение Δh_0 обычно не превышает 8—10 см. Тем не менее и с небольшим изменением остойчивости иногда приходится считаться, особенно в тех случаях, когда увеличение скорости судна приводит к ухудшению остойчивости. В первую очередь это относится к судам с весьма малой начальной остойчивостью.

Для оценки изменения начальной метацентрической высоты на ходу судна можно использовать регрессионную зависимость, полученную Ю. И. Нечаевым и В. Б. Образцовым на основе анализа данных систематических модельных испытаний:

$$\Delta h = B \cdot 10^{-3} \sum_{i=0}^{12} A_i^* \Phi_i(\mathrm{Fr}), \qquad (\text{III.40})$$

где B — ширина судна, м; $\Phi_i(\mathrm{Fr})$ — функции числа Фруда, принимаемые по данным рис. III.39; A_i^* — параметры, вычисляемые по формулам

$$A_0^* = 1{,}00; \quad A_1^* = \frac{L}{B} - 4{,}82; \quad A_2^* = \frac{B}{T} - 2{,}67; \quad A_3^* = \delta - 0{,}56;$$

$$A_4^* = \alpha - 0{,}80; \quad A_5^* = \beta_м - 0{,}81; \quad A_6^* = (A_1^*)^2; \quad A_7^* = (A_2^*)^2; \quad A_8^* = (A_3^*)^2;$$

$$A_9^* = (A_4^*)^2; \quad A_{10}^* = (A_5^*)^2; \quad A_{11}^* = A_1^* A_5^*; \quad A_{12}^* = A_1^* A_3^*.$$

Формула (III.40) справедлива в следующем диапазоне входящих в нее элементов

$$L/B = 4{,}00 \div 8{,}00; \; B/T = 2{,}20 \div 3{,}80; \; \delta = 0{,}45 \div 0{,}72;$$

$$\alpha = 0{,}71 \div 0{,}85; \; \beta_м = 0{,}75 \div 0{,}99; \; \mathrm{Fr} = 0{,}24 \div 0{,}42.$$

Пример. Определяется приращение начальной метацентрической высоты при числе Фруда 0,36 малого пассажирского судна, имеющего следующие характеристики $L = 34{,}5$ м; $B = 6{,}7$ м; $T = 2{,}12$ м; $\delta = 0{,}46$; $\alpha = 0{,}75$; $\beta_м = 0{,}79$; $h_0 = 0{,}59$ м.

Параметры A_i^* : $A_0^* = 1$; $A_1^* = 34{,}5/6{,}7 - 4{,}82 \approx 0{,}33$; $A_2^* = 6{,}7/2{,}12 - 2{,}67 \approx 0{,}49$; $A_3^* = 0{,}46 - 0{,}56 = -0{,}10$; $A_4^* = 0{,}75 - 0{,}80 = -0{,}05$; $A_5^* = 0{,}79 - 0{,}81 = -0{,}02$; $A_6^* = 0{,}11$; $A_7^* = 0{,}24$; $A_8^* = 0{,}01$; $A_9^* = 0{,}025$; $A_{10}^* = 0{,}0004$; $A_{11}^* = 0{,}162$; $A_{12}^* = -0{,}033$.

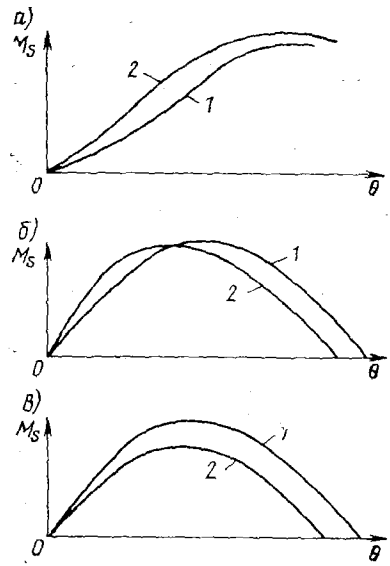


Рис. III.38. Характерные диаграммы статической остойчивости.
1 — исходная диаграмма; *2* — с учетом влияния скорости судна.

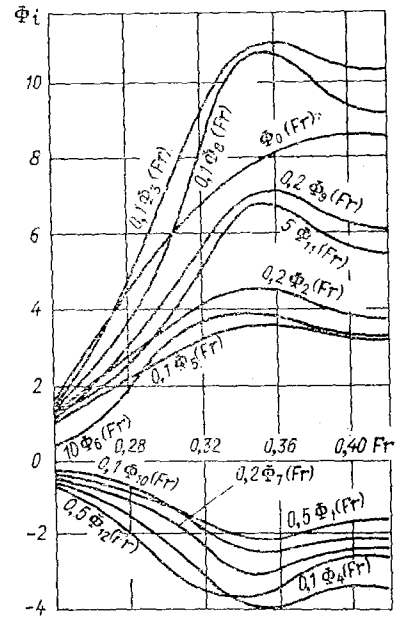


Рис. III.39. Функции Φ_i (Fr).

Функции Φ_i (Fr) : Φ_0 (Fr) = 8,20; Φ_1 (Fr) = —4,40; Φ_2 (Fr) = 22,50; Φ_3 (Fr) = 111,00; Φ_4 (Fr) = —39,00; Φ_5 (Fr) = 36,00; Φ_6 (Fr) = 0,38; Φ_7 (Fr) = —14,00; Φ_8 (Fr) = 107,00; Φ_9 (Fr) = 36,00; Φ_{10} (Fr) = —24,00; Φ_{11} (Fr) = 1,36; Φ_{12} (Fr) = —6,80.

Сумма $\sum_{i=0}^{12} A_i^* \Phi_i$ (Fr) = 11,13.

Приращение $\Delta h = 6{,}7 \cdot 10^{-3} \cdot 11{,}13 = 0{,}075$ м.

Начальная метацентрическая высота при движении судна

$$h_1 = 0{,}590 + 0{,}075 = 0{,}665 \text{ м}.$$

Решение задач динамической остойчивости судна обычно ведется при условии пренебрежения влиянием сопротивления наклонениям (демпфирования), неучет которого приводит к определенной погрешности в безопасную сторону.

Работу, затраченную на наклонение с учетом демпфирования, можно определить по формуле, полученной В. В. Семеновым-Тян-Шанским:

$$T_{s_1} = \frac{2\omega\theta_{д_1}}{e^{2\omega\theta_{д_1}} - 1} \int_0^{\theta_{д_1}} M_s e^{2\omega\theta}\, d\theta, \qquad (III.41)$$

где $w = W/(I_{xx} + \lambda_{44})$ — безразмерный коэффициент квадратичного сопротивления бортовой качке ($I_{xx} + \lambda_{44}$ — момент инерции массы судна и присоединенной массы воды относительно продольной центральной оси); $\theta_{д_1}$ — угол динамического крена с учетом влияния демпфирования.

Диаграммы статической и динамической остойчивости, построенные с учетом влияния демпфирования, приведены на рис. III.40. Следует обратить внимание на то, что при $\theta = \theta'_{д_1}$ значения восстанавливающего момента с учетом и без учета влияния демпфирования одинаковы, поэтому производные, вычисленные в точке $\theta'_{д_1}$ по диаграммам динамической остойчивости, равны M_{s_1}.

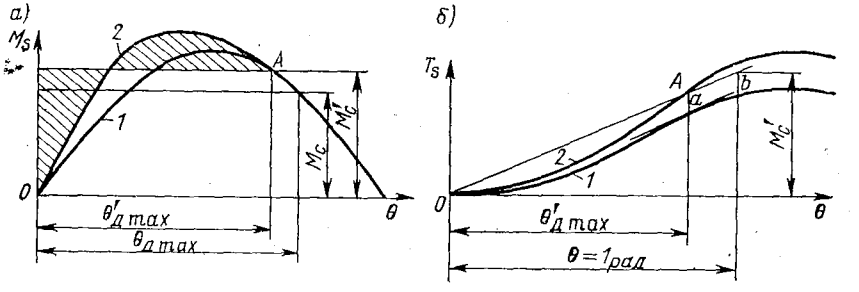


Рис. III.40. Диаграммы статической (*а*) и динамической (*б*) остойчивости без учета (*1*) и с учетом (*2*) влияния демпфирования.

Коэффициент w принимается в расчетах по материалам гл. III раздела «Качка судов» настоящего тома справочника. Интеграл (III.41) вычисляют по правилам приближенного интегрирования.

§ 28. ВЛИЯНИЕ СООТНОШЕНИЙ ГЛАВНЫХ РАЗМЕРЕНИЙ

Для оценки влияния соотношения главных размерений на остойчивость удобно использовать графоаналитический способ Н. Ф. Воеводина. Пусть ВЛ$_0$ — ватерлиния судна-прототипа в прямом положении, а ВЛ и A, B, E — ватерлиния и предельные точки, соответствующие углу крена θ (рис. III.41). Увеличим ширину и высоту борта, как показано на рис. III.41 пунктиром, вследствие чего произойдет изменение силы тяжести на величину ΔD, объемного водоизмещения — на величину $\Delta V'$ объема между бортами и палубами проектируемого судна и судна-прототипа, а также осадки, так что судно будет плавать в прямом положении по ватерлинию ВЛ$'_0$, а при крене на угол θ — по ватерлинию ВЛ$'$. Изменения размерений и формы корпуса на остойчивость в этом случае сказываются так же, как прием на судно-прототип дополнительного груза ΔD и снятие жидкого груза $\rho g \Delta V'$ из междубортных отсеков ниже уровня действующей ватерлинии ВЛ$'$.

Расчетные формулы для определения приращений характеристик остойчивости принимают вид [6]

$$\Delta (Dh) = \Delta D\,(z_A - z_p)\cos\theta - \rho g\,\Delta V'\,(z_A - z'_\alpha)\cos\theta - \rho g\,\Delta M_s\,(z_B - z'_\beta)\sin\theta;$$

$$\Delta M_s = \Delta D\,(z_B - z_p)\sin\theta - \rho g\,\Delta V'\,(z_B - z'_\beta)\sin\theta;$$

$$\Delta T_s = [\Delta D\,(z_E - z_p) - \rho g \Delta V'_0\,(z_E - z'_{e_0})]\,(1 - \cos\theta) + \rho g\,\Delta V'\zeta;$$

$$\Delta h = \frac{1}{D + \Delta D}\,[\Delta D\,(z_a - z_p)\cos\theta - \rho g\,\Delta V'\,(z_A - z'_\alpha)\cos\theta -$$

$$- \rho g\,\Delta M_s\,(z_B - z'_\beta)\sin\theta];$$

$$\Delta l = \frac{1}{D + \Delta D}\left[\Delta D\left(z_b - z_p\right) - \rho g\,\Delta V'\left(z'_B - z'_\beta\right)\right]\sin\theta;$$

$$\Delta d = \frac{1}{D + \Delta D}\left[\Delta D\left(z_e - z_p\right)(1 - \cos\theta) - \rho g\,\Delta V'_0\left(z_E - z'_{\varepsilon_0}\right)(1 - \cos\theta) + \right.$$
$$\left. + \rho g\,\Delta V''\zeta\right],$$

где ΔD — изменение водоизмещения; $\Delta V'' = \Delta V' - \Delta V'_0$ — разность объемов междубортных отсеков в наклонном и прямом положениях; z'_α, z'_β и z'_{ε_0} — аппликаты эквивалентных положений ЦТ объемов $\Delta V'$ и $\Delta V'_0$ при угле крена θ; ΔM_s — статический момент площадей свободных поверхностей в бортовых отсеках относительно продольной центральной оси судна-прототипа.

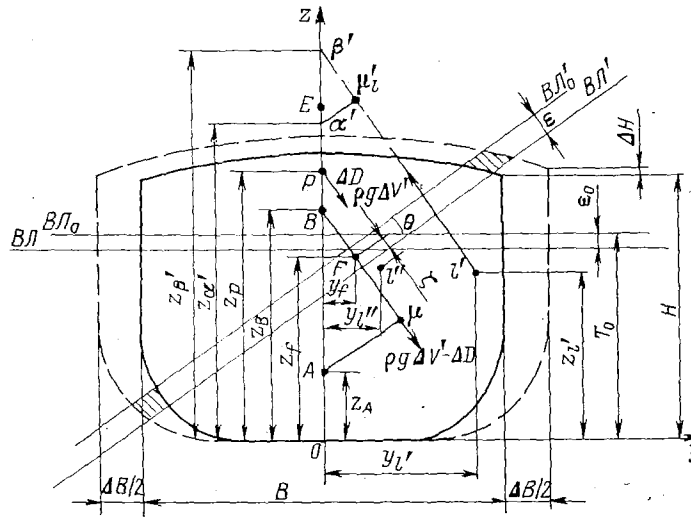


Рис. III.41 Действующие силы при изменении главных размерений судна.

Поправка $\rho g \Delta V''\zeta$ обычно невелика, и ею можно пренебречь.

Аппликаты z'_α, z'_β и z'_{ε_0} определяют графически либо по формулам для вычисления аппликат предельных точек A, B, E т. е.

$$z'_\alpha = \frac{\rho_l}{\cos\theta} - y_l \operatorname{tg}\theta + z'_l;$$

$$z'_\beta = y'_l \operatorname{ctg}\theta + z'_l;$$

$$z'_{\varepsilon_0} = \frac{y'_l \sin\theta - z'_l \cos\theta + z_{l_0}}{1 - \cos\theta};$$

где ρ_l — радиус кривизны кривой l; y'_l и z'_l — координаты ЦТ жидкого груза в междубортных отсеках при крене θ; z_{l_0} — аппликата точки l при $\theta = 0$.

При аффинном преобразовании теоретического чертежа, когда изменение главных размерений выполнено при условии постоянства коэффициентов полноты формы корпуса судна, общие выражения для определения приращений характеристик остойчивости имеют вид

$$\Delta(Dh) = (D' - D)\,h' + D\Delta h;$$
$$\Delta M_s = (D' - D)\,l' + D\Delta l;$$
$$\Delta T_s = (D' - D)\,d' + D\Delta d;$$

$$\Delta l = y_c \cos\theta \frac{\Delta B}{B} + z_c \sin\theta \frac{\Delta H}{H} + 0{,}5 \sin 2\theta \left(\frac{\Delta B}{B} - \frac{\Delta H}{H}\right) - \Delta z_g \sin\theta;$$

$$\Delta d = y_c \sin\theta \frac{\Delta B}{B} + \left(z_{c_0} - z_c \cos\theta\right) \frac{\Delta H}{H} + r' (1 - \cos\Delta\theta) - \Delta z_g (1 - \cos\theta);$$

$$\Delta\theta = \sin\theta \cos\theta \left(\frac{\Delta H}{H} - \frac{\Delta B}{B}\right).$$

Здесь $D' = D\lambda'\beta'\tau'$ — водоизмещение аффинно преобразованного судна (D — водоизмещение судна-прототипа; $\lambda' = L'/L$, $\beta' = B'/B$, $\tau' = T'/T = H'/H$ — коэффициенты аффинного преобразования); $\Delta h = h' - h$ — приращение поперечной метацентрической высоты; $h' = r' - (a + \Delta a) - \Delta z_g \cos\theta$; $l' = l + \Delta l$; $d' = d + \Delta d$; Δz_g — приращение аппликаты ЦТ судна в связи с изменением его размерений; $r' = \frac{r}{\beta'\tau'} \sqrt{(\beta')^2 \cos^2\theta + (\tau')^2 \sin^2\theta}$.

Полученные величины h', l' и d' относятся к водоизмещению D', которое не выбирается произвольно, а определяется как $D' = D\lambda'\beta'\tau'$. При изменении главных размерений в связи с недостаточной остойчивостью разность D'—D может оказаться не равной изменению нагрузки ΔD, вызванному аффинным преобразованием исходных значений L, B, T и H. Поэтому при определении приращения характеристик остойчивости размерность ΔD — (D'—D) рассматривают как принятый или снятый с проектируемого судна груз с аппликатой ЦТ, равной величине z_g проектируемого судна.

Приращения линейных характеристик остойчивости еще проще можно найти по интерполяционным кривым координат ЦВ в зависимости от водоизмещения, построенным для судна-прототипа при соблюдении масштаба по высоте $\tau' = H'/H$. Снимать с интерполяционных кривых значения координат ЦВ следует при водоизмещении $D = D'/\lambda'\beta'\tau'$, где $D' = D + \Delta D$ — водоизмещение аффинно преобразованного судна. Надо иметь в виду, что коэффициенты полноты при таком преобразовании несколько изменяются.

Если расчет остойчивости судна-прототипа произведен с учетом надстроек и аналогичные надстройки есть у проектируемого судна, то найденные значения плеч остойчивости будут верны только до входа в воду палубы надстройки судна-прототипа или проектируемого судна (принимают во внимание, какой угол меньше),так как высота надстроек не зависит от изменения главных размерений судна и аффинно не преобразовывается.

При небольших изменениях главных размерений аффинно преобразованного теоретического чертежа приращение плеча статической остойчивости, соответствующего наклонению судна с исходными значениями L, B, T, H на угол θ, может быть определено по формуле В. В. Семенова-Тян-Шанского, преобразованной С. Н. Благовещенским:

$$\Delta l = \frac{D}{D + \Delta D} \left\{ l \left(\frac{\Delta B}{B} \cos^2\theta + \frac{\Delta H}{H} \sin^2\theta\right) - 2(d + a)\Delta\theta + z_g \cos\theta\, \Delta\theta + \right.$$

$$\left. + \frac{\Delta D - \rho g\, \Delta V}{D} \left[l_f - (z_g - T)\sin(\theta + \Delta\theta) - l\right] - \frac{\Delta D}{D} (z - z_g) \sin(\theta + \Delta\theta) \right\},$$

где l, l_f, d, z_g, a, D, T относятся к судну с исходными главными размерениями при заданном состоянии нагрузки; l_f — плечо катящейся кривой (см. § 12 первого раздела); ΔD — приращение силы тяжести судна при изменении главных размерений, связанное с изменением массы корпуса, приемом или снятием добавочных грузов и т. п.; z — возвышение ЦТ ΔD над основной линией (величины ΔD и z определяют по расчету нагрузки); $\Delta V = V \left(\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta T}{T}\right)$ — приращение объемного водоизмещения ($V = D/\rho g$ — исходное объемное водоизмещение).

Новое плечо статической остойчивости $l_1 = l + \Delta l$ относится к углу наклонения $\theta_1 = \theta + \Delta\theta$, где $\Delta\theta = \sin\theta \cos\theta \left(\frac{\Delta H}{H} - \frac{\Delta B}{B}\right)$.

На использовании метода аффинных преобразований при $H/T = \text{const}$ основана формула М. А. Белоцерковского для вычисления плеча остойчивости формы

$$l_{\Phi_1} = \frac{\beta'}{\tau'} Y \cos\theta + \frac{\tau'}{\beta'} Z \sin\theta,$$

где $\beta' = B'/B$, $\tau' = T'/T = H'/T$; θ — угол крена прототипа, а для определения величин Y и Z служат формулы

$$Y = \frac{\beta' (l_\Phi \cos\theta + d_\Phi \sin\theta)}{\sqrt{1 - \left[1 - \frac{(\beta')^2}{(\tau')^2}\right] \cos^2\theta}}; \quad Z = \frac{l_\Phi \sin\theta - d_\Phi \cos\theta}{\sqrt{1 - \left[1 - \frac{(\beta')^2}{(\tau')^2}\right] \cos^2\theta}}.$$

Вычисляя исходное значение плеча $d_\Phi = \int\limits_0^\theta l_\Phi d\theta$, можно найти

$$d_{\Phi_1} = \frac{\beta' d_\Phi}{\sqrt{1 - \left[1 - \frac{(\beta')^2}{(\tau')^2}\right] \cos^2\theta}},$$

где l_Φ — исходное значение плеча остойчивости формы.

Плечи статической и динамической остойчивости аффинно преобразованного судна равны

$$l_1(\theta_1) = l_{\Phi_1} - a_1 \sin\theta; \quad d_1(\theta_1) = d_{\Phi_1} - a_1(1 - \cos\theta_1) \qquad \text{(III.42)}$$

и относятся к углу крена θ_1, который устанавливают по формуле

$$\sin\theta_1 = \frac{\sin\theta}{1 - \left[1 - \frac{(\beta')^2}{(\tau')^2}\right] \cos^2\theta}.$$

В формулах (III.42) $a_1 = z_{g_1} - \tau' z_{c_0}$, где z_{g_1} — новое возвышение ЦТ судна.

§ 29. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ОСТОЙЧИВОСТИ. КРЕН СУДНА НА ЦИРКУЛЯЦИИ И ПРИ СКОПЛЕНИИ ПАССАЖИРОВ НА ОДНОМ БОРТУ

Рассматриваемые ниже практические задачи остойчивости охватывают широкий круг вопросов, с которыми приходится сталкиваться при проектировании и эксплуатации судов. В первую очередь сюда относятся способы оценки остойчивости при воздействии специфических кренящих нагрузок (резкая циркуляция, скопление пассажиров на одном борту, рывок буксирного троса, тяга промысловых механизмов), а также практические расчеты остойчивости при постановке судна в док, посадке на камни, при подъеме кормы для ремонта гребного винта. В особую группу выделены вопросы нормирования остойчивости и контроля остойчивости при стоянке в порту (или у стенки завода) — путем проведения опыта кренования — и в условиях эксплуатации — с помощью необходимых информационных материалов.

Часть из рассматриваемых задач решается методами общей теории остойчивости, основанной на обычных соотношениях статики судна, другие (особенно задача о рывке буксирного троса) — путем интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих динамику наклонения судна в рассматриваемой ситуации.

Крен судна на циркуляции. При маневре судна под действием центробежной силы и других сил, обусловленных движением судна по криволинейной траектории, возникает кренящий момент, ухудшающий остойчивость. При простейшем маневре (циркуляции) наибольшее ухудшение остойчивости отмечается во время вхождения судна в стадию установившейся циркуляции. Наклонения в этих условиях носят кратковременный динамический характер. По мере дальнейшего движения судна крен уменьшается и принимает постоянное значение, т. е. становится статическим на установившейся циркуляции. Обычно динамическое наклонение превосходит угол крена на установившейся циркуляции в полтора-два раза.

Кренящий момент и статический угол крена на установившейся циркуляции могут быть вычислены по формулам Г. А. Фирсова, используемым в практике Регистра СССР:

$$M_{кр} = 0{,}233\,\frac{Dv_0^2}{gL}\left(z_g - \frac{T}{2}\right); \quad \theta^\circ = 1{,}4\,\frac{v_0^2}{Lh_0}\left(z_g - \frac{T}{2}\right),$$

где v_0 — скорость судна на прямом курсе при выходе его на циркуляцию, м/с; L — длина судна по грузовой ватерлинии, м; h_0 — начальная метацентрическая высота, м.

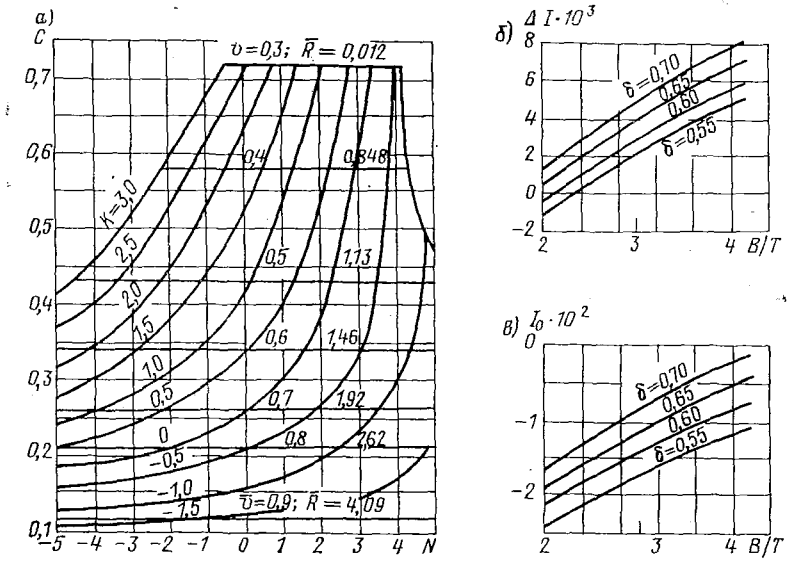


Рис. III.42. Графики для определения коэффициента C (*а*), величин ΔI (*б*) и I_0 (*в*).

Для определения крена на установившейся циркуляции пассажирских и грузовых судов рекомендуется формула В. Я. Скворцова

$$\theta^\circ = \frac{5{,}84 v_0^2 C}{Lh_0}\left(z_g - \frac{T}{2}\right),$$

в которой величину C находят по графику (рис. III.42, *а*) в зависимости от параметров K и N

$$K = \frac{I_0 L}{2\delta\left(z_g - \frac{T}{2}\right)}; \quad N = \frac{57{,}3\,\Delta I v_0^2}{2gh_0\delta}.$$

Значения ΔI и I_0 снимают с графиков на рис. III.42, *б* и *в*. Относительный радиус $\bar{R} = R_0/L$ и безразмерную скорость $\bar{v} = v/v_0$ на циркуляции, при которых возникает максимальный крен, устанавливают по рис. III.43. Значения $\bar{R}$ и $\bar{v}$ указаны на рис. III.42, *а*.

При определении угла статического крена по диаграмме статической остойчивости строят график кренящего момента на установившейся циркуляции и находят точку его пересечения с кривой $M_s = f(\theta)$. Кренящий момент вычисляют по формуле

$$M_{кр} = \frac{Dv_0^2 A}{gL}\left(z_g - \frac{T}{2}\right),$$

где A находят по данным рис. III.43 в зависимости от отношения $b_\theta/a = K + \Delta I L\,\theta^\circ/2\delta\left(z_g - \frac{T}{2}\right)$.

Определяя значения A для принятых углов крена, вычисляют кренящий момент и строят график $M_{кр} = f(\theta)$.

Если минимальный радиус циркуляции R_0 превышает значение, соответствующее максимальному кренящему моменту, то расчетный кренящий момент вычисляют по формуле

$$M_{кр} = \frac{D v_0^2 \bar{v}^2}{g L \bar{R}_0}\left(z_g - \frac{T}{2}\right) + \frac{\rho v_0^2}{2}\frac{\bar{v}_0^2}{\bar{R}_0^2} LBT\,(I_0 + \Delta I \theta^\circ),$$

где величины $\bar{v} = v_ц/v_0$ и $\bar{R} = R_0/L$ связаны между собой соотношениями, полученными К. К. Федяевским;

$$\bar{R}_0^2\left(\frac{1}{\bar{v}^2}\sin\frac{\pi}{2}\bar{v} - 1\right) = 5{,}9;$$

$v_ц$ — скорость судна на установившейся циркуляции;

$$v_ц = v_0 \operatorname{tg} h_0 \frac{R_0}{2{,}45L}.$$

Для пассажирских водоизмещающих судов внутреннего плавания Речного Регистра РСФСР проверка остойчивости ведется в эволюционном периоде циркуляции. Действующий в этих условиях кренящий момент вычисляют по формуле

$$M_{кр} = \frac{C^* v^2 D}{L}(z_g - a_3 T),$$

где C^* — коэффициент, зависящий от судовых движителей и равный для винтовых и водометных судов 0,029 и 0,045 для колесных судов; a_3 — коэффициент, учитывающий смещение центра бокового давления воды по высоте при дрейфе судна и определяемый в зависимости от отношения B/T:

B/T	2,5 и менее	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0 и более
a_3	0,73	0,53	—0,27	—1,27	—2,38	—3,38	—4,45	—5,10	—6,0

Оценка угла наклонения от скопления пассажиров на одном борту. При рассмотрении остойчивости пассажирских судов расчет кренящего момента выполняют в предположении, что пассажиры скопились на верхних, доступных для них палубах, по одну сторону от ДП и возможно ближе к фальшборту. По Правилам Регистра СССР силу тяжести одного пассажира принимают равной 0,75 кН, а плотность размещения — шесть человек на каждый квадратный метр свободной площади палубы. Площадь проходов между диванами и узких проходов между рубкой и фальшбортом или леерным заграждением учитывают с коэффициентом 0,5, ЦТ стоящих людей считают на высоте 1,1 м над палубой, сидящих людей — на высоте 0,3 м над сидением.

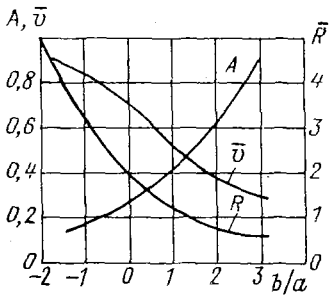


Рис. III.43. График зависимости величин A, $\bar{v}$ и $\bar{R}$ от отношения b/a.

Кренящий момент от скопления пассажиров определяют как

$$M_{кр} \approx 0{,}25PB,$$

а угол крена по метацентрической формуле $\theta = M_{кр}/Dh_0$ (P — общая сила тяжести располагающихся на палубе пассажиров; B — ширина судна).

§ 30. КРЕН СУДНА ПРИ РЫВКЕ БУКСИРНОГО ТРОСА И ТЯГЕ ПРОМЫСЛОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Одной из опасных ситуаций при оценке остойчивости буксирных судов является внезапное натяжение буксирного троса, возникающее при маневрировании или дрейфе. Особенно опасен поперечный рывок, сопровождающийся значительными

динамическими наклонениями и приемом масс воды на палубу и внутрь корпуса через открытые отверстия.

Динамический крен буксира определяют по диаграмме динамической остойчивости как абсциссу точки диаграммы, ордината которой рассчитывается по формуле В. М. Лаврентьева

$$d_{кр} = \frac{v_R}{2g} \frac{b^2 (1 + \lambda_{22})}{(1 + C^2)(1 + C^2 + b^2)}, \qquad (III.43)$$

где v_R — скорость рывка, равная скорости буксируемого состава; $\lambda_{22} = 2T/B$ — коэффициент присоединенной массы воды при поперечном движении судна; g — ускорение свободного падения; $C = 4{,}55x_н/L$ — относительная «динамическая» абсцисса точки подвеса буксирного гака ($x_н$ — расстояние по горизонтали между точкой подвеса буксирного гака и ЦТ судна); $b = \frac{1}{e}\left(\frac{z_н}{B} - a\right)$ — относительная «динамическая» ордината точки подвеса буксирного гака ($z_н$ — возвышение точки подвеса буксирного гака над основной плоскостью).

Величины a и e вычисляют по формулам

$$a = \frac{1}{1 + (2T/B)} \left[0{,}2 + 0{,}3\left(\frac{2T}{B}\right)^2 + \frac{z_g}{B}\right];$$

$$e = 0{,}145 + 0{,}20\frac{z_g}{B} + 0{,}06\frac{B}{2T}.$$

Формула (III.43) получена в предположении, что масса буксируемого состава бесконечно велика по сравнению с массой буксира, буксирный трос невесом и нерастяжим, а сопротивление воды наклонениям судна пренебрежимо мало.

Описанную формулу используют при проверке остойчивости буксирных судов мощностью до 1500 кВт по Правилам Регистра СССР на действие условного рывка буксирного троса. Остойчивость буксира считается достаточной, если выполнено условие

$$K_1 = \frac{v_{опр}}{v_R} = \sqrt{\frac{d_{опр}}{d_{кр}}} \geqslant 1{,}00,$$

где $v_{опр}$ — скорость условного рывка, при которой динамический крен равен углу заливания θ_f (или опрокидывания); v_R — скорость рывка, вычисляемая в зависимости от мощности N_e на валу главных двигателей буксирного судна; $d_{опр}$ — плечо динамической остойчивости, определяемое как ордината диаграммы динамической остойчивости буксирного судна при угле крена, равном углу заливания или опрокидывания (смотря по тому, который из них меньше); $d_{кр}$ — динамическое кренящее плечо, вычисляемое по формуле (III.43) при скорости рывка v_R или соответствующей ей высоте скоростного напора $v_R^2/2g$, принимаемых в зависимости от мощности N_e:

N_e, кВт	0—150	300	450	600	750	900	1050	1200	1350	1500
v_R, м/с	1,30	1,33	1,37	1,43	1,55	1,70	1,88	2,08	2,29	2,50
$v_R^2/2g$, м	0,086	0,090	0,096	0,104	0,122	0,147	0,180	0,220	0,268	0,319

Угол заливания буксиров мощностью до 1500 кВт определяют в предположении, что все двери, ведущие с верхней палубы в машинные и котельные шахты и надстройки, и все сходные люки, ведущие в нижерасположенные помещения буксирного судна, являются открытыми.

При мощности свыше 1500 кВт соответствие остойчивости буксирных судов Правилам Регистра СССР проверяют по формуле Г. А. Алчуджана

$$K = \sqrt{d_{max}/d_{кр}} - \Delta K \geqslant 1{,}00,$$

где d_{max} — ордината диаграммы динамической остойчивости при угле крена, равном углу максимума диаграммы статической остойчивости или углу заливания (в зависимости от того, какой из них меньше); $d_{кр}$ — динамическое кренящее плечо, вычисляемое по формуле (III.43) при значении $v_R^2/2g = 0{,}2$ м.

Величину ΔK, учитывающую влияние бортовой качки на результирующий угол крена, находят по формуле

$$\Delta K = 0{,}03\theta_r \left[\frac{1+C^2}{b} - \frac{1}{e}\left(a - \frac{z_g}{B}\right)\right]\sqrt{\frac{h_0}{1+\frac{2T}{B}}},$$

где θ_r — амплитуда бортовой качки, определяемая по Правилам Регистра СССР; C, a, e — то же, что и в формуле (III.43).

При проверке остойчивости промысловых судов (особенно небольшого водоизмещения) возникает необходимость оценки крена судна, обусловленного тягой промысловых механизмов. Действующий в этих условиях кренящий момент зависит от положения точки схода троса относительно ДП и угла наклона троса. При наиболее неблагоприятном угле наклона троса кренящий момент достигает максимального значения, которое можно определить по формуле Н. Б. Севастьянова

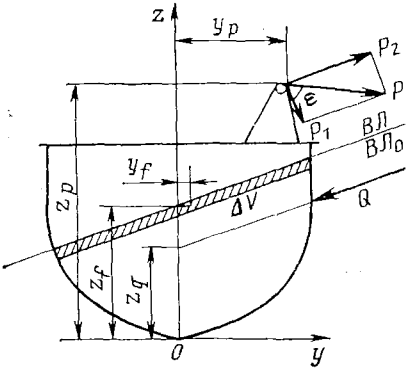


Рис. III.44. Силы, действующие при тяге промысловых механизмов.

$$M_{кр} = \sqrt{[(z_p - z_q)\cos\theta - y_p \sin\theta]^2 + [(z_p - z_f)\sin\theta + (y_p - y_f)\cos\theta]^2},$$

где z_q — аппликата точки приложения силы сопротивления дрейфу, значение которой для обычных морских судов изменяется в пределах $(0{,}5 \div 1{,}0)\ T$; y_p и z_p — координаты точки схода троса (рис. III.44); y_f и z_f — координаты ЦТ добавочного слоя, которые ввиду его малости принимают в ЦТ площади действующей ватерлинии.

Углы крена, возникающие при тяге P промысловых механизмов, обычно не превышают 8—10°. Поэтому принимая $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$, $y_f = 0$ и $z_f = T$ и учитывая, что для килеватых судов с малыми коэффициентами полноты мидель-шпангоута аппликата $z_q \approx T$, получаем

$$M_{кр} \approx P\sqrt{y_p^2 + (z_p - T)^2}; \quad \theta^\circ \approx 57{,}3\frac{P}{D}\sqrt{y_p^2 + (z_p - T)^2}.$$

§ 31. ОСТОЙЧИВОСТЬ СУДНА ПРИ ПОСТАНОВКЕ В ДОК, ПОСАДКЕ НА КАМНИ И ПОДЪЕМЕ КОРМЫ. НАКЛОНЕНИЕ ПЛАВУЧЕГО КРАНА

Рассмотренные ниже практические задачи основаны на использовании метацентрической формулы и связаны с оценкой остойчивости при воздействии необычных усилий (реакции кильблока и камня, натяжение троса при подъеме кормовой оконечности). Помимо этого обсуждаются особенности оценки остойчивости плавучих кранов и доков.

При постановке в док по мере понижения уровня воды судно обычно садится пяткой ахтерштевня на кормовой кильблок. Возникающая при этом сосредоточенная сила Q равносильна снятию низкорасположенного груза, ухудшающему остойчивость. Величину Q определяют по формуле

$$Q = -\frac{Dh_0(\alpha - \psi)}{\frac{L}{2} + x_f + T_м(\alpha - \psi)} \approx \frac{2}{L}Dh_0(\psi - \alpha),$$

где α — уклон линии кильблоков; ψ — угол дифферента; $T_м$ — осадка на миделе.

Изменение начальной метацентрической высоты

$$\Delta h = -\frac{Q}{D-Q}\left(T + \frac{\Delta T}{2} - h_0\right),$$

где $\Delta T = -Q/(\rho g S)$.

Аналогичная ситуация возникает при посадке судна на камни без повреждения днища. Реакцию камней в точке касания принимают равной

$$Q = \rho g S\, \Delta T,$$

где $\Delta T = \frac{1}{2}(\Delta T_н + \Delta T_к) - \Delta\psi x_f$ [$\Delta T_н$ и $\Delta T_к$ — приращения осадок носом и кормой, установленные по данным замеров; $\Delta\psi = -\frac{1}{L}(\Delta T_н - \Delta T_к)$ — изменение угла дифферента].

Величину Δh находят по формуле (III.32).

Координаты точки приложения реакции камней

$$x_Q = x_f + \left(\frac{D}{Q} H_0 + T_м\right)\Delta\psi; \quad y_Q = \left(\frac{D}{Q} h_0 + T_м\right)\Delta\theta,$$

где $\Delta\theta$ — изменение крена.

Подъем кормы на требуемую величину $\Delta T_к$ для ремонта кормовой оконечности (линия вала, гребной винт) осуществляют путем придания судну соответствующего угла дифферента. Если это достигается за счет перемещения груза P с кормы на нос на расстояние x_p, то

$$P = \frac{D H_0\, \Delta T_к}{x_p\left(\frac{L}{2} + x_f\right)}.$$

Если подъем кормы производится путем приема груза в носовую оконечность, то

$$P = \frac{D H_0\, \Delta T_к}{(x_1 - x_f)\left(\frac{L}{2} + x_f\right) - \frac{D H_0}{\rho g S}},$$

где x_1 — абсцисса ЦТ груза. В случае подъема кормы краном

$$P = \frac{D H_0\, \Delta T_к}{\frac{D H_0}{\rho g S} - (x_1 - x_f)\left(\frac{L}{2} + x_f\right)},$$

где x_1 — абсцисса точки приложения усилия P от крана, принимаемая отрицательной в корму от миделя.

Оценка остойчивости при подъеме кормы необходима только в случае приема груза в носовую оконечность, так как при горизонтальном перемещении груза вдоль судна остойчивость практически не изменяется, если $z_p = \text{const}$. Подъем кормы краном равносилен снятию груза в точке подвеса и приводит к улучшению остойчивости.

Изменение метацентрической высоты при приеме груза в носовую оконечность определяют по формулам (III.32).

Из условия равновесия плавучего крана, наклоненного моментом от груза на гаке, можно найти максимальный груз, который может быть поднят краном до входа кромки палубы в воду или выхода скулы из воды:

а) при стреле, расположенной в плоскости шпангоута (поворотный кран)

$$P_{max}\left(z_0 + y_0 \frac{B/2}{F_1 - \frac{P_{max}}{\rho g S}}\right) \approx (D_0 + P_{max})\, h_0;$$

б) при стреле, расположенной в ДП (неповоротный кран),

$$P_{max}\left(z_0 + x_0 \frac{L/2}{F - \frac{P_{max}}{\rho g S}}\right) \approx (D_0 + P_{max})\, H_0,$$

где z_0 — возвышение точки подвеса груза над ватерлинией; x_0 и y_0 — отстояния по горизонтали точки подвеса груза от ЦТ площади S действующей ватерлинии; F_1 — надводный борт; D_0 — исходное водоизмещение; h_0 и H_0 — поперечная и продольная начальная метацентрическая высота.

§ 32. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ОСТОЙЧИВОСТИ СУДОВ. ОПЫТ КРЕНОВАНИЯ

Экспериментальное исследование остойчивости судов ведется либо методами моделирования, либо в натурных условиях. Моделирование (физическое и математическое) используют при изучении остойчивости в сложных ситуациях, когда обычные методы статики не могут дать исчерпывающей картины явления. Типичные направления физического моделирования остойчивости: изучение восстанавливающего момента и процесса динамического наклонения при движении судна с различными курсовыми углами на волнении, систематические испытания по определению влияния скорости судна и параметров формы корпуса на остойчивость, установление предельных значений внешних кренящих нагрузок и др. Математические модели используют для прогнозирования процессов и явлений, трудно поддающихся воспроизведению при физическом моделировании и в натурном эксперименте. Эффективным средством математического моделирования остойчивости является вычислительный эксперимент на ЭВМ, позволяющий изучать динамику судна в различных условиях плавания и разрабатывать обоснованные рекомендации по обеспечению остойчивости судов [15].

Натурный эксперимент состоит в оценке фактической остойчивости судна для принятого состояния нагрузки. Исходя из безопасности судна опыты проводят при малых углах крена. Одним из практически важных экспериментов такого направления является опыт кренования. Он состоит в проверке соответствия результатов расчетов нагрузки и остойчивости судна фактическим данным о водоизмещении и положении ЦТ, установленным на основе натурного эксперимента.

Определение положения ЦТ судна базируется на использовании зависимости между кренящим моментом, создаваемым от поперечного переноса груза, и вызванного этим моментом угла крена $\theta = Pl_p/(Dh_0)$.

Величину P, плечо переноса l_p и угол крена устанавливают в процессе опыта кренования, а водоизмещение определяют по масштабу Бонжана, исходя из замеренных осадок носом и кормой $T_н$ и $T_к$. Тогда $h_0 = Pl_p/(D\theta)$.

Снимая с гидростатических кривых для заданного D значения r_0 и z_{c_0}, находят искомую аппликату ЦТ $z_g = r_0 + z_{c_0} - h_0$.

Если угол дифферента, соответствующий замеренным осадкам $T_н$ и $T_к$, превышает величину $\psi = 0{,}005$, то значения r_0 и z_{c_0} вычисляют с учетом влияния дифферента по формулам § 13 первого раздела. В этом случае $z_g = z_{c_0} + (r_0 - h_0)\cos\psi$.

Одновременно определяют и абсциссу ЦТ $x_g = x_c - \psi(z_g - z_{c_0})$, где величину x_c устанавливают расчетом по масштабу Бонжана для заданной наклонной ватерлинии. В процессе опыта кренования также измеряют плотность забортной воды.

Порядок проведения опыта кренования и обработки полученных данных регламентируется Правилами Регистра СССР и изложен в специальной инструкции, приложенной к нормам остойчивости.

Нагрузку при креновании принимают близкой к состоянию порожнего судна. Масса недостающих грузов не превышает 2 % водоизмещения порожнего судна, а масса излишних грузов, исключая кренбалласт и балласт, — 4 %. Начальная метацентрическая высота в условиях опыта не допускается менее 0,2 м. Для соблюдения этого условия разрешается прием жидкого балласта при полной запрессовке цистерн.

Опыт кренования проводят на глубокой тихой воде при отсутствии ветра и волнения. Все лишние грузы, не поддающиеся точному учету, снимают с судна. Цистерны опорожняют или, наоборот, заполняют доверху, чтобы переливающаяся жидкость не искажала результатов. Грузы, которые из-за громоздкости нельзя убрать с судна, учитывают и записывают в особую ведомость. На малых судах экипаж сходит на берег или размещается по своим штатным рабочим местам. На судне от-

даются швартовы и его отводят на тихую воду, глубина которой должна быть не менее двух осадок.

Углы крена определяют с помощью весков или инклинографов. Весок состоит из нити длиной 4—6 м, верхний конец которой закреплен неподвижно, а на нижнем конце подвешен груз, достаточный для ее натяжения. К грузу прикрепляют две взаимно перпендикулярные пластинки, которые опускаются в бак с машинным маслом или мазутом для демпфирования колебаний веска. У нижнего конца веска перпендикулярно к ДП устанавливают рейку со шкалой возможно ближе к нити веска, но так, чтобы она его не касалась. Зная длину веска λ и снимая отсчет перемещения нити по рейке Δk, находят угол крена $\theta = \Delta k/\lambda$.

При креновании с инклинографом соблюдают те же условия, что и при креновании с весками. Инклинограф устанавливают так, чтобы ось барабана была перпендикулярна к ДП. Углы крена получают путем обработки записи на ленте барабана. Если угол крена нарастает в течение некоторого времени, то это свидетельствует о наличии на судне жидких грузов или каких-либо других причин, препятствующих свободному крену.

Для контроля и повышения точности отсчетов обычно предусматривают два или три веска или прибора в разных местах на судне.

Величину P для опыта кренования устанавливают исходя из того, чтобы получаемый угол крена составлял 4° при плече переноса груза l_p около 3/4 ширины судна, т. е. $P = Dh_0\theta/l_p$, где начальную метацентрическую высоту h_0 принимают по данным проектной нагрузки. Силу P удваивают и делят на четыре приблизительно равные части:

$$2P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4; \quad P_1 \approx P_2 \approx P_3 \approx P_4.$$

Тщательно взвешенные грузы укладывают на верхней палубе так, чтобы их было удобно переносить с борта на борт. Перенос грузов осуществляют параллельно плоскости мидель-шпангоута: сначала грузы P_1 и P_2 перемещают последовательно с левого борта на правый, после чего возвращают в исходное положение, затем грузы P_3 и P_4 — с правого борта на левый и возвращают в исходное положение в соответствии с указанной в инструкции схемой. В результате устанавливают значения действующих кренящих моментов и вызванных ими углов крена.

Во время производства всех замеров швартовы заводят так, чтобы они не мешали судну свободно крениться. При отсчете показаний углов крена по вескам швартовы ослабляют.

Обработку материалов испытаний производят методом наименьших квадратов исходя из того, что в пределах измеренных углов крена сохраняется линейная зависимость $M_s = f(\theta)$. Если полученные экспериментальные данные свидетельствуют о нелинейности начального участка диаграммы статической остойчивости, что устанавливают визуально путем нанесения точек на график, то учитывают поправку Δh_0 на неточность метацентрической формулы

$$\Delta h_0 = -\frac{1}{3}(r_5 - r_0)\left(\frac{\theta^\circ}{5}\right)^2,$$

где r_0 и r_5 — метацентрические радиусы в прямом положении и при крене 5°; θ° — угол крена в градусах во время опыта кренования.

Если поправка Δh_0 не превышает 0,005 м, то ее обычно не принимают во внимание и диаграмму остойчивости считают на начальном участке линейной.

Кренование признается качественным в следующих случаях:

1. Если для каждого наблюдения ошибка $\varepsilon_i = hi - h_0$ не выходит за диапазон 2σ, где $\sigma = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_i^2}{n-1}}$ — среднеквадратичная ошибка; $h_0 = \frac{1}{n}\sum h_i$. Наблюдение, не удовлетворяющее этому условию, исключают из обработки с соответствующим уменьшением общего числа наблюдений n и с вычислением величины h_0.

2. Если вероятная ошибка опыта удовлетворяет условию $\varepsilon_0 \leqslant 0{,}02\,(1 + h_0)$ при $h_0 < 2$ м; $\varepsilon_0 \leqslant 0{,}04h_0$ при $h_0 > 2$ м, где $\varepsilon_0 = t_n\sigma/\sqrt{n}$.

Величину t_n принимают в зависимости от числа наблюдений:

n	8	9	10	11	12	13	14	15	16
t_n	5,4	5,0	4,8	4,6	4,5	4,3	4,2	4,1	4,0

3. Если с учетом значений h и l_m в наихудших по величине расчетных случаях нагрузки удовлетворяется условие $\varepsilon_0 \frac{D}{D_0} < 0{,}05h$ или $0{,}10l_m$ (смотря по тому, что меньше, но не менее 0,04 м), где D и D_0 — значения водоизмещения порожнего судна и при наихудшем по величине h или l_m случае нагрузки; l_m — максимальная ордината диаграммы статической остойчивости.

4. Если общее количество удовлетворительных замеров не менее 8.

При несоблюдении указанных требований допускается по согласованию с Регистром СССР принимать в расчет полученную метацентрическую высоту за вычетом из нее вероятной ошибки опыта

$$h = h_0 + \Delta h_{ж} - \varepsilon_0,$$

где $\Delta h_{ж} = \sum \rho_i i_{x_i}/(\rho V)$ — общая поправка на влияние свободных поверхностей жидких грузов, наличие которых допускается во время проведения опыта кренования.

В процессе эксперимента целесообразно вести оперативный контроль за ходом каждого опыта, выясняя причины отклонения данных от линейной зависимости и наличие выбросов.

Из расчета допускается исключать не более одного замера. При большом количестве выбросов исключение данных производят только в обоснованных случаях, согласованных с Регистром СССР.

У некоторых судов в процессе опыта возникает изгиб корпуса, который устанавливают путем замеров осадок в оконечностях и в средней части судна. Если получающаяся при этом стрелка прогиба $f_m > 0{,}15$ м, то изгиб корпуса учитывают при обработке результатов.

Ординаты упругой линии $f(x)$, изменяющейся по параболическому закону

$$f(x) = \frac{f_m}{4} \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L}\right),$$

следует откладывать от наклонной ватерлинии, проведенной на масштабе Бонжана по замеренным осадкам носом и кормой таким образом, чтобы получить изогнутую ватерлинию, для которой и выполняют все необходимые расчеты по определению V и x_c. Аппликату z_c устанавливают с использованием интегральных кривых $c = \int_0^z yz\,dz$, а момент инерции I_x — по теоретическому чертежу найденной изогнутой ватерлинии. С учетом этих данных аппликата ЦТ в момент опыта кренования будет

$$z_g = z_c + r_0 - h_p + \Delta z_g,$$

где $r_0 = I_x/V$ и $\Delta z_g = 8\eta f_m/k$ — коэффициенты полноты площади кривой изгибающих моментов на тихой воде ($k = D_0L/M$; M — наибольший изгибающий момент на тихой воде).

Величины η и M определяют по данным расчетов прочности судна. Приращение Δz_g всегда положительно независимо от формы изгиба. Полученное в условиях опыта кренования значение аппликаты z_g пересчитывают на один из основных случаев нагрузки. Обычно это нагрузка порожнего судна.

§ 33. НОРМИРОВАНИЕ ОСТОЙЧИВОСТИ

Нормирование остойчивости является одной из эффективных мер по обеспечению безопасности плавания судна. Правилами Регистра СССР сформулированы требования к остойчивости в виде основного критерия (критерий погоды) и ряда дополнительных требований.

В качестве опасной ситуации, учитываемой критерием погоды, рассматривается внезапный налет шквала на судно, находящееся лагом к нерегулярному волнению в условиях интенсивной бортовой качки. Приложение кренящей пары от динамического воздействия шквала возникает в момент, когда судно отклонилось на угол θ_r в сторону наветренного борта. Остойчивость в таких условиях считается достаточ-

ной, если отношение опрокидывающего M_c и кренящего M_v моментов удовлетворяет неравенству $K = (M_c/M_v) \geqslant 1{,}00$, где $M_v = p_v A_v z_p$ (p_v — расчетное давление ветра; A_v — площадь парусности; z_p — отстояние центра парусности от плоскости действующей ватерлинии).

В площадь парусности включают проекции на ДП всех сплошных стенок и поверхностей корпуса, надстроек и рубок, мачт и вентиляторов, палубных механизмов и грузов, шлюпок и т. д. Парусность различных мелких предметов и несплошных поверхностей лееров, рангоута (кроме мачт) и такелажа можно учитывать путем увеличения площади парусности сплошных поверхностей на 5 % и статического момента этой площади на 10 %.

При детальном расчете площади парусности учитывают коэффициенты обтекания k_i для конструкций круглого сечения (трубы, вентиляторы, мачты) и коэффициенты заполнения f_i для несплошных поверхностей. В этом случае величины A_v и z_p вычисляют по формулам

$$A_v = \sum A_{v_i};\ z_p = \frac{\sum f_i k_i A_i (z_i - T)}{\sum f_i k_i A_i}, \qquad \text{(III.44)}$$

где A_i — участки площади парусности; z_i — возвышение ЦТ площади A_i над основной. Коэффициенты f_i и k_i принимают по данным работы [18].

Расчеты парусности выполняют обычно для нескольких вариантов нагрузки. Поэтому основной расчет целесообразно сделать для минимального водоизмещения, соответствующего максимальной площади A_v. Уменьшение парусности ΔA_v при переходе к осадке T_i определяют по формуле $\Delta A_v = L_i (T_i - T)$, где L_i — длина ватерлинии по новую осадку T_i.

Учитывая, что возвышение ЦТ площади ΔA_v над исходной ватерлинией равно $0{,}5 (T_i - T)$, получаем формулы перехода к i-й ватерлинии:

$$A_{v_i} = A_v - \Delta A_v;\quad z_i = \frac{A_v z - A_{v_i} z_i}{A_{v_i}} - \Delta T,$$

где $\Delta T = T_i - T$.

Величину p_v (Па) устанавливают в зависимости от z_p, м и района плавания судна.

z_p, м	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0 и выше
Район плавания:							
неограниченный	706	863	971	1049	1108	1167	1216
ограниченный I (до 200 миль от убежища)	402	490	549	588	628	667	696
ограниченный II (до 50 миль от убежища)	196	235	265	284	304	324	343

Опрокидывающий момент определяют по схеме § 15 первого раздела (см. рис. III.10 и III.11) с учетом угла заливания и амплитуды бортовой качки, расчет которой производят в зависимости от района плавания, элементов судна и наличия скуловых и брускового килей.

Помимо критерия погоды остойчивость судов должна удовлетворять требованиям к элементам диаграммы статической остойчивости. Необходимо, чтобы максимальное плечо диаграммы, рассчитанной с учетом влияния жидких грузов, для судов длиной до 80 м было не менее 0,25 м, а свыше 105 м — 0,20 м при крене не менее 30°. Для промежуточных значений длины максимальное плечо определяют линейной

интерполяцией. Угол максимума диаграммы θ_m должен быть не менее 30°, а угол заката θ_v — не менее 60°.

Остойчивость оценивают для различных состояний нагрузки, устанавливаемых в зависимости от типа судна и условий эксплуатации. Остойчивость судов, плавающих в районах обледенения, проверяют для наихудшего варианта нагрузки.

Начальная метацентрическая высота с учетом влияния свободных поверхностей во всех случаях, за исключением случая порожнего судна, должна сохраняться положительной; для промысловых судов она допускается не менее 0,05 м и в то же время не менее 0,003 ширины судна, а для лесовозов — не менее 0,10 м; для контейнеровозов при вариантах нагрузки с контейнерами без учета обледенения она принимается не менее 0,20 м, а для малых судов длиной до 20 м — не менее 0,50 м.

Имеются специальные требования к буксирным судам, предусматривающие возможность опасного рывка буксирного троса, а также к пассажирским судам, учитывающие крен судна на циркуляции и при скоплении пассажиров на одном борту и др. Для судов смешанного (река—море) плавания остойчивость дополнительно оценивают по критерию ускорения.

Нормами предписывается обеспечение капитана информацией об остойчивости, основанной на определении ЦТ судна по опыту кренования.

Остойчивость плавучих кранов проверяют в рабочем (с грузом и без груза на гаке) и нерабочем состояниях, а также на переходе и при перегоне. Если углы крена и дифферента плавучего крана не превышают угла входа палубы в воду (или угла выхода скулы из воды), то остойчивость оценивают по метацентрическим формулам. При этом углы крена и дифферента определяют с учетом влияния начальных значений θ_0' и φ_0' от асимметрии нагрузки (груза на гаке, противовеса, палубного груза). Кренящий момент от воздействия ветра в рабочем и нерабочем состояниях рассматривают приложенным статически, а на переходе и при перегоне — приложенным динамически. Для плавучих кранов, работающих на волнении, учитывают амплитуду качки.

В отличие от обычных морских судов кренящий момент от давления ветра для плавучих кранов определяют по формуле

$$M_v = k(q)\left[z_v + k(f) f_1 \sqrt{\delta BT}\right] \sum k_i n_i A_{v_i},$$

где $k(q)$ — скоростной напор (кПа), принимаемый в зависимости от условий в которых оценивают остойчивость: $k(q) = 0{,}15$ в рабочем состоянии; $k(q) = 0{,}78$ в нерабочем; $k(q) = 0{,}6$ на переходе; $k(q) = q_1, q_2, q_3$ при перегоне ($q_1 = 1{,}0$ для ограниченного I района плавания, $q_2 = 0{,}8$ для ограниченного II района плавания, $q_3 = 0{,}6$ для ограниченного III района плавания); A_{v_i}, z_v, k_i — величины, имеющие тот же физический смысл, что и в формуле (III.44); $k(f)$ — коэффициент, равный единице в рабочем и 0,5 в нерабочем состоянии, на переходе и перегоне; f_1 — коэффициент, зависящий от отношения $B/\sqrt{\delta BT}$ и угла θ_0; n_i — коэффициент зоны. Рекомендации по определению коэффициентов f_1 и n_i содержатся в работе [18].

Наиболее опасной ситуацией в отношении остойчивости для тяжелых морских плавучих кранов является обрыв груза в условиях ветра и волнения заданной интенсивности. Значения динамического крена и опрокидывающий момент в этом случае определяют по схеме рис. III.45, *а*. Задачу решают с учетом влияния демпфирования (см. § 27 первого раздела) в следующем порядке. Строят диаграмму динамической остойчивости плавучего крана без груза на гаке с учетом угла крена θ_0' от асимметрии нагрузки (случай, аналогичный изображенному на рис. III.8, *г*). От начала координат (точка O) влево откладывают значение угла $\theta_{д_0}$ и фиксируют точку A, из которой проводят секущую AE_1 таким образом, чтобы точка пересечения E_1 с диаграммой, построенной с учетом влияния демпфирования (пунктир), лежала на одной вертикали с точкой E, в которой прямая, параллельная секущей, касается обычной диаграммы (сплошная кривая). Величину $\theta_{д_0}$ вычисляют по формуле

$$\theta_{д_0} = \theta_0 + \theta_r - \theta_s,$$

где θ_0 — угол статического крена при подъеме груза; θ_r — амплитуда качки, определяемая по Правилам Регистра СССР; θ_s — угол статического крена от давления ветра.

Откладывая от точки A параллельно оси абсцисс отрезок AN, равный 1 рад (57,3°) и восстанавливая из полученной точки N перпендикуляр до пересечения с секущей (точка Q), устанавливают значение опрокидывающего момента $M_c = \overline{NQ}$ и сопоставляют его с действующим кренящим моментом от статически приложенного ветра.

В случае пренебрежения влиянием демпфирования опрокидывающий момент при обрыве груза определяют по той же схеме отрезком, измеренным от точки N до точки пересечения с предельной касательной, проведенной из точки A к обычной диаграмме (сплошная кривая).

Динамический угол крена устанавливают в точке пересечения графиков работы кренящего и восстанавливающего моментов. Для этого от точки N (см. рис. III.45, *а*)

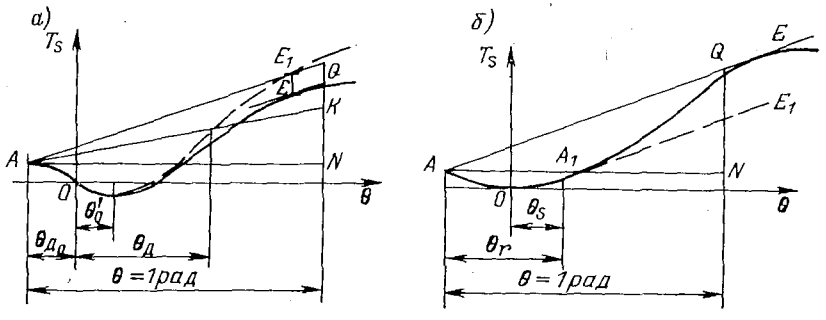


Рис. III.45. Определение опрокидывающего момента плавучего крана при обрыве груза (*а*) и в походном состоянии (*б*).

откладывают отрезок $\overline{NK} = M_v$ и соединяют полученную точку K с точкой A. Точки пересечения линии AK с пунктирной и сплошной диаграммами характеризуют значения $\theta_Д$ с учетом и без учета влияния демпфирования.

Остойчивость при обрыве груза неповоротных плавучих кранов со стрелой, расположенной в ДП, проверяют с учетом возможной асимметрии нагрузки на гаках, если она допускается конструкцией крана.

Оценку остойчивости плавучих кранов в нерабочем состоянии производят путем сопоставления кренящего момента от статического действия ветра с максимальным восстанавливающим моментом, определенным по диаграмме статической остойчивости, построенной с учетом влияния свободных поверхностей жидких грузов, а также начального угла крена, вызванного разворотом стрелы в плоскость шпангоута.

При определении опрокидывающего момента в походном состоянии учитывают качку и установившийся ветер по схеме рис. III.45, *б*. Положения исходных точек A и A_1 подбирают таким образом, чтобы касательные AE и A_1E_1 были параллельными, а разность углов крена, соответствующих точкам A_1 и A, была равна амплитуде качки θ_r в заданных условиях. При этом точку A_1 принимают для угла θ_s от статического действия ветра. Полученное значение опрокидывающего момента (отрезок $\overline{NQ}$) сопоставляют с кренящим моментом от ветра.

Оценку остойчивости плавучих кранов при перегоне выполняют с учетом влияния ветра и волнения на основании специально разработанного проекта перегона, включающего частичный или полный демонтаж стрелы.

Влияние обледенения учитывают при переходе и перегоне плавучих кранов, а также для наихудшего варианта нагрузки в нерабочем состоянии.

Остойчивость плавучих доков проверяют в рабочем состоянии (полностью всплывший док с судном) при максимальной грузоподъемности дока, а также при погружении и всплытии. В большинстве случаев углы крена и дифферента плавучего дока не превышают угла входа стапель-палубы в воду, и оценку остойчивости ведут по метацентрическим формулам

$$\theta_Д^\circ = 57{,}3\,2M_v/(Dh_0); \quad \psi^\circ = -57{,}3M_{диф}/(DH_0).$$

Кренящий момент M_v рассматривают от воздействия шквала, а дифферентующий $M_{диф}$ — от статического действия кранов с максимальным грузом при наиболее неблагоприятном случае их расположения. Если динамический крен превышает угол входа стапель-палубы в воду, то используют диаграммы статической и динамической остойчивости (см. рис. III.9, *а*).

Кренящий момент от давления ветра плавучих доков рассчитывают по той же формуле, что и для обычных судов при $q = 1{,}7$ кПа в рабочем состоянии и $q = 0{,}4$ кПа — при погружении и всплытии.

Остойчивость плавучих буровых установок проверяют применительно к наиболее неблагоприятным осям наклонения. Для этого предварительно рассчитывают плечи остойчивости формы и строят круговые диаграммы остойчивости (рис. III.46),

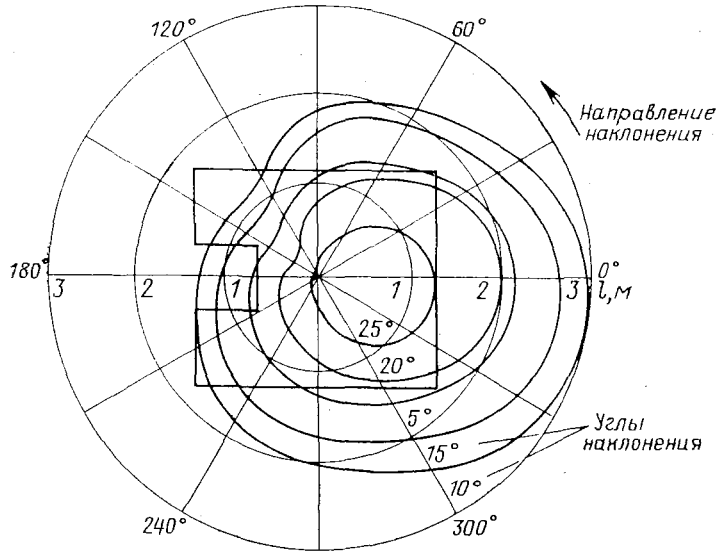


Рис. III.46. Круговая диаграмма остойчивости.

соответствующие различным осям наклонения в пределах 0—360° (обычно с интервалом 30°). Построение диаграмм ведется для всех расчетных случаев нагрузки с учетом влияния свободных поверхностей жидких грузов. При тех же условиях рассчитывают и строят кривые ветрового кренящего момента, действующего перпендикулярно к выбранным осям наклонения. Наихудшую ситуацию характеризует ось наклонения, для которой отмечается минимум отношения работы восстанавливающего и кренящего моментов.

В качестве расчетных случаев нагрузки для самоподъемных установок рассматривают транспортировку сооружения с опорными колоннами, поднятыми максимально вверх и опущенными в воду на 30 % длины. Для полупогруженных установок учитывают рабочее положение, штормовой отстой и переход (перегон), а для погруженных — случаи перехода (перегона), всплытия и погружения. Расчеты выполняют с учетом влияния обледенения.

Критерий погоды плавучих буровых установок описывают соотношением $K = M_c/M_v$, как и для обычных морских судов. Однако в зависимости от типа установки при определении опрокидывающего момента используют различные подходы: для самоподъемных установок величину M_c находят с учетом качки, а для полупогруженных и погруженных — как работу восстанавливающего момента при наклонении сооружения из прямого положения до предельного угла статического крена (угол заливания или угол наклонения, соответствующий второму пересечению диаграммы статической остойчивости с кривой кренящего момента на нисходящей

ветви диаграммы). Величину критерия погоды для самоподъемных установок принимают $K \geqslant 1{,}0$, а для полупогруженных и погруженных $K \geqslant 1{,}3$.

Кренящий момент от давления ветра определяют либо на основании данных эксперимента, либо по формуле

$$M_v = F l_v f,$$

где F — ветровая нагрузка; l_v — плечо кренящего момента; f — коэффициент, учитывающий изменение кренящего момента при наклонении.

Ветровую нагрузку рассчитывают с учетом аэродинамических коэффициентов обтекания k_i и коэффициентов высоты зоны n_i для расчетной скорости ветра, рекомендуемой Правилами [18] в зависимости от условий эксплуатации плавучих буровых установок.

Плечо кренящего момента, представляющее собой расстояние между равнодействующими аэродинамических и гидродинамических сил, определяют как сумму

$$l_v = z_v + z_w,$$

где z_v — возвышение над ватерлинией центра приложения аэродинамических сил; z_w — расстояние от ватерлинии до центра приложения гидродинамических сил. Величины z_v и z_w вычисляют по формулам

$$z_v = \frac{\sum k_i n_i A_{v_i} z_{v_i}}{\sum k_i n_i A_{v_i}}$$ независимо от типа плавучей буровой установки;

$$z_w = \frac{\sum k_i A_{w_i} z_{w_i}}{\sum k_i A_{w_i}}$$ для полупогруженных и погруженных установок;

где A_{v_i}, z_{v_i} и A_{w_i}, z_{w_i} — элементы надводной и подводной частей установки в проекции на плоскость, перпендикулярную к наклонению. Значения коэффициентов k_i и n_i приведены в работе [18].

Коэффициент f для самоподъемных установок принимают равным единице, а для полупогруженных и погруженных — по данным модельных испытаний.

Критерий погоды буровых судов описывают неравенством $K = M_c/M_v \geqslant 1{,}0$ при динамической системе удержания и $K \geqslant 1{,}5$ при якорной системе. Схема расчета опрокидывающего и кренящего моментов в этом случае аналогична используемой для обычных морских судов. Начальная метацентрическая высота всех типов плавучих буровых установок с учетом влияния свободных поверхностей жидких грузов должна быть не менее 0,3 м независимо от оси наклонения и состояния нагрузки.

§ 34. ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОСТОЙЧИВОСТИ. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА НА ЭВМ

Для удобства и безопасности эксплуатации судна составляют **информацию об его остойчивости**. Она представляет собой документ, в котором в систематизированной форме приведены необходимые сведения об остойчивости судна для характерных случаев нагрузки. Информация преследует цель обеспечить капитана четкими и достаточно подробными данными об остойчивости и практическими рекомендациями по предотвращению опрокидывания. Материалы, приведенные в информации, включают вводную часть и четыре раздела.

Во вводной части приведены основные сведения о судне, его главных размерениях, назначении, районе плавания и др.

В первом разделе, посвященном общей характеристике остойчивости и рекомендациям капитану, содержатся данные о степени удовлетворения остойчивости требованиям Регистра СССР, а также предупреждения о необходимости поддержания остойчивости судна в условиях эксплуатации.

Второй раздел, включающий расчетные данные об остойчивости судна при типовых случаях нагрузки, содержит набор бланков информации об остойчивости, на каждом из которых представлены: схема размещения грузов, диаграмма

статической остойчивости и необходимые сведения о нагрузке и характеристиках остойчивости (в табличной форме).

В качестве показателя остойчивости используют значение статического момента составляющих нагрузки относительно основной плоскости, исправленного на влияние жидких грузов (контрольный момент). Если контрольный момент M_z окажется меньше допустимого значения $M_{z\,доп}$, то остойчивость достаточна. В противном случае остойчивость признается недостаточной и требуется прием жидкого балласта. В таблицах указано необходимое количество балласта, место его расположения и производится оценка остойчивости судна с жидким балластом.

Для определения максимального допустимого контрольного момента строят диаграмму моментов, на которой в координатах M_z — D изображают кривые мета-

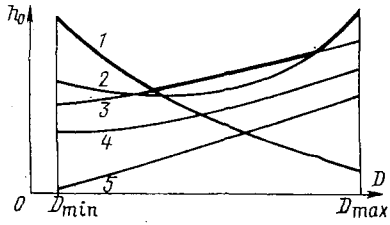


Рис. III.47. Изменение критических значений метацентрической высоты в реальном диапазоне значений водоизмещения.

1 — по критерию метацентрической высоты; 2 — по критерию погоды; 3 — по критерию l_m; 4 — по критерию θ_m; 5 — по критерию θ_v.

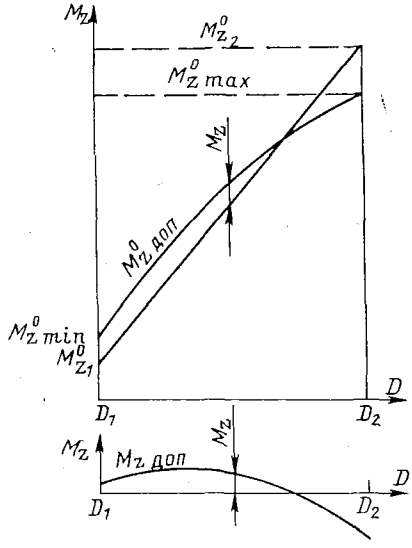


Рис. III.48. Кривая $M^0_{z\,доп}$ при $z_0 = 0$.

центрической высоты $h_0 = \text{const}$. Каждой паре значений D и M_z соответствует изображающая точка, по положению которой можно судить о метацентрической высоте при заданном случае нагрузки без учета влияния дифферента.

Кривые $h_0 = \text{const}$ вычисляют по формуле

$$M_{z\,const} = D\,(z_m - z_0 - h_i), \qquad \text{(III.45)}$$

где z_m и z_0 — возвышение метацентра и условной плоскости отсчета над основной; h_i — принятое значение метацентрической высоты.

Если в формулу (III.45) подставить критическое значение метацентрической высоты, т. е. максимально допустимое значение, удовлетворяющее всей системе критериев, установленных Правилами Регистра СССР, то допустимый момент будет

$$M_{z\,доп} = D\,(z_m - z_0 - h_{кр}).$$

Зная зависимость $h_{кр} = f\,(D)$, можно установить искомую граничную кривую $M_{z\,доп} = f\,(D)$.

Необходимые расчеты выполняют в следующем порядке. Сначала строят вспомогательную диаграмму (рис. III.47), на которой изображают сетку кривых $h_{доп} = f\,(D)$, каждую из которых рассчитывают исходя из удовлетворения без избытка и недостатка конкретному требованию Правил (критерий погоды, требования к элементам l_m, θ_m и θ_v диаграммы статической остойчивости и др.). Огибающая, образуемая отрезками кривых предельных значений $h_{доп}$, характеризует минимальные (критические) значения метацентрической высоты $h_{кр} = f\,(D)$, допустимые в практике эксплуатации. Выше этой кривой расположена область достаточной остойчивости. Принимая со вспомогательной диаграммы величины $h_{кр} = f\,(D)$ и опре-

деляя по гидростатическим кривым соответствующие значения z_m по формуле (III.45) находят $M_{z\,доп}$ и строят диаграмму моментов.

Аппликату z_0 выбирают исходя из удобства и компактности диаграммы моментов. По рекомендации Д. А. Орлова предельную кривую $M_{z\,доп}$ на этой диаграмме целесообразно располагать возможно ближе к прямой, параллельной оси абсцисс. Для этого предварительно строят кривую $M^0_{z\,доп}$ в масштабе моментов, вычисленных относительно основной плоскости, положив в формуле (III.45) $z_0 = 0$. На полученном графике (рис. III.48) проводят наклонную прямую так, чтобы она возможно ближе располагалась к предельной кривой в диапазоне реально возможных водоизмещений D_1 и D_2. По точкам пересечения этой прямой с вертикалями D_1 и D_2 определяют значения $M^0_{z_1}$ и $M^0_{z_2}$.

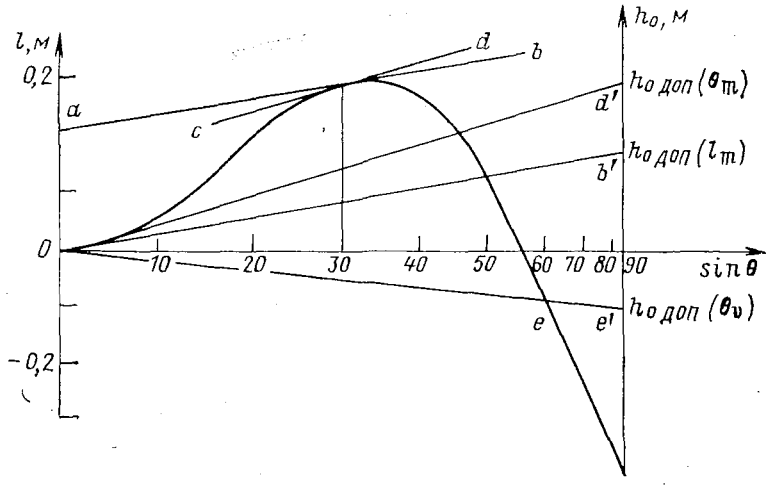


Рис. III.49. Определение допустимых значений метацентрической высоты исходя из обеспечения требований к элементам диаграммы статической остойчивости.

Рекомендуемую величину z_0 устанавливают по формуле

$$z_0 = \frac{M^0_{z_2} - M^0_{z_1}}{D_2 - D_1}.$$

Полученное таким образом значение z_0 приводит к соотношению $M_{z\,доп} \approx \text{const}$, что существенно облегчает подбор балласта. При этом используется только статический момент $\Delta M_{z_б}$ и не учитывается его масса. Величины M_z на диаграмме моментов могут быть как положительными, так и отрицательными. Это требует особого внимания при ее использовании.

Расчет допустимых значений метацентрической высоты исходя из обеспечения требований к элементам диаграммы статической остойчивости производят по той же схеме, что и при использовании понятия о $z_{g_{кр}}$ (см. § 22 первого раздела). Необходимые геометрические построения делаются на универсальной диаграмме применительно к конкретному водоизмещению при $l_m = 0{,}25$ м, $\theta_m = 30°$ и $\theta_v = 60°$ (рис. III.49). Здесь луч ob', проведенный из начала координат параллельно прямой ab, отсекает на шкале значений метацентрической высоты значение $h_{0\,доп}(l_m)$, луч od', проведенный из начала координат параллельно прямой cd — значение $h_{0\,доп}(\theta_m)$, а луч oe — значение $h_{0доп}(\theta_v)$.

Кривую $h_{0\,доп}$ в зависимости от критерия погоды устанавливают по графику (рис. III.50), построенному на основании систематических расчетов величины $K = M_c/M_v$ для различных значений водоизмещения и метацентрической высоты

(4—5 значений D и h_0). Расчеты выполняют с использованием диаграмм динамической остойчивости, построенных для $D = \text{const}$ и разных h_0. Необходимые значения $h_{0\text{доп}}$ снимают с графика при $K = 1$ на соответствующей кривой $D = \text{const}$. Рассмотренная диаграмма моментов представлена на рис. III.51, *а*.

Используют и другой вариант построения диаграммы моментов, при котором сохраняется удобный масштаб и отпадает необходимость введения условной плоскости отсчета. Все статические моменты в этом случае положительны и вычисляются относительно основной плоскости, а величина $M_{z\,\text{доп}}$ оказывается зависящей от водоизмещения. Поэтому при подборе жидкого балласта необходимо учитывать не только его статический момент, но и массу, что и предусматривается информацией об остойчивости. Диаграмма (рис. III.51, *б*) представляет собой семейство наклонных параллельных прямых $M_z = Dz_g = \text{const}$ и кривых $h_0 = \text{const}$, изображенных в координатах $M_z - D$.

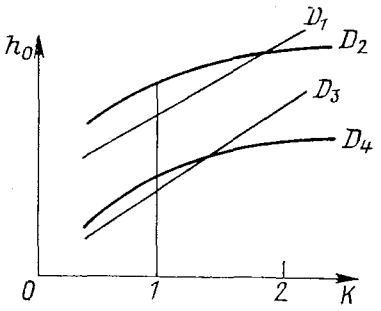


Рис. III.50. Определение допустимого значения метацентрической высоты исходя из обеспечения критерия погоды.

Ординаты прямых относительно условной плоскости отсчета над основной вычисляют по формуле

$$M_z = M'_z - Dz_0.$$

Принимая масштаб абсцисс λ_2 и масштаб ординат λ_1, получаем угол наклона прямых $M'_z = \text{const}$, тангенс которого $\operatorname{tg}\alpha = z_0\lambda_2/\lambda_1$.

Обозначая $D_{\max}$ и $D_{\min}$ — наибольшее и наименьшее реально возможное водоизмещение судна, а $M'_{z\,\max}$ и $M'_{z\,\min}$ — наибольший и наименьший его статический момент, можно установить габариты диаграммы:

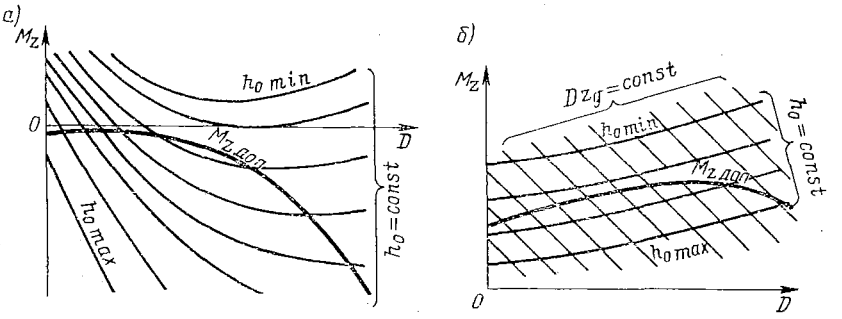


Рис. III.51. Диаграммы моментов: *а* — обычная; *б* — видоизмененный вариант.

по оси абсцисс

$$\frac{1}{\lambda_2}(D_{\max} - D_{\min});$$

по оси ординат

$$\frac{1}{\lambda_1}\left[M'_{z\,\max} - M'_{z\,\min} - (D_{\max} - D_{\min})\,z_0\right].$$

Графики постоянных значений $M'_z = Dz_g = C$ и h_i определяют по формулам

$$M_z = C - Dz_0; \quad M_{z_{h=h_i}} = D\,(z_m - h_i - z_0).$$

Кривая максимально допустимого момента отсекает сверху на диаграмме область недостаточной остойчивости.

Третий раздел информации содержит материалы для самостоятельной расчетной оценки остойчивости при составлении таблиц, аналогичных используемым во втором разделе. В обязательные материалы входят:

диаграмма допускаемых статических моментов, на основании которой составляется таблица допускаемых статических моментов и значений метацентрической высоты (вместо этих данных в промысловом флоте используют кривые $z_{g_{кр}}$);

чертеж размещения грузов, представляющий продольный разрез судна с указанием объемов всех помещений и координат их ЦТ;

таблица данных по судовым цистернам, содержащая массу жидкого груза, поправки на влияние свободной поверхности, координаты ЦТ при различной степени заполнения цистерны.

В четвертом разделе приводят справочные материалы, необходимые для дополнительного анализа и изучения остойчивости в условиях эксплуатации. Среди них: универсальная диаграмма остойчивости; диаграмма Фирсова или Петерсона; шкала зависимости метацентрической высоты от периода бортовой качки для оперативного контроля остойчивости; сводная диаграмма нормативных показателей остойчивости, на которой в зависимости от водоизмещения судна и статического момента относительно основной плоскости приводят кривые всех элементов остойчивости судна, нормируемых Правилами Регистра СССР.

Особенности расчетов остойчивости на ЭВМ. При выполнении расчетов остойчивости на ЭВМ алгоритм вычислительного процесса строят по тому же принципу, что и при оценке плавучести. Различие состоит лишь в том, что элементы подводного объема в данном случае вычисляют для наклонной ватерлинии. Эту информацию используют для построения интерполяционных кривых.

Расчет выполняют в такой последовательности:

1. Выбирают положения исходных ватерлиний и по гидростатическим кривым определяют соответствующие значения водоизмещения, руководствуясь указаниями § 17 первого раздела.

2. Выполняют все необходимые расчеты по определению элементов погруженной части шпангоутов Ω_θ, B_θ, C_θ для каждой из принятых ватерлиний при различных углах крена (обычно до 70—90°).

3. Производят пересчет статических моментов B_θ и C_θ, переходя от системы координат $oxy_\theta z_\theta$ к $oxyz$:

$$B = B_\theta \cos\theta - C_\theta \sin\theta;$$

$$C = C_\theta \cos\theta + B_\theta \sin\theta.$$

4. Вычисляют элементы подводного объема для исследуемого диапазона водоизмещений и углов крена

$$V_\theta = \int_{-L/2}^{L/2} \Omega\, dx; \quad y_{c\theta} = \frac{1}{V_\theta} \int_{-L/2}^{L/2} B\, dx; \quad z_{c\theta} = \frac{1}{V_\theta} \int_{-L/2}^{L/2} C\, dx.$$

5. Вычисляют плечи остойчивости формы и строят интерполяционные кривые.

Построение с помощью ЭВМ диаграмм статической и динамической остойчивости, а также универсальных диаграмм и других практически необходимых материалов для оценки остойчивости при проектировании и эксплуатации судов основано на простых алгоритмах, разработанных на базе приведенных в настоящей главе расчетных формулах.

Особенностью расчетов остойчивости плавучих буровых установок на ЭВМ является необходимость определения оси наклонения, соответствующей минимальным значениям плеч статической остойчивости и зависящей от архитектуры сооружения. Вычисления осуществляют на базе алгоритмов, основанных на математическом описании формы погруженной части совокупности элементов водоизмещающих пространственных конструкций для различных направлений наклонения. В процессе расчета устанавливают плечи статической остойчивости и строят круговые диаграммы. Необходимые для этого данные о координатах ЦВ получают либо путем интегрирования метацентрических радиусов, либо непосредственно через статические моменты погруженного объема.

В связи с большим объемом вычислений при построении круговых диаграмм статической остойчивости с целью увеличения быстродействия принятого алгоритма целесообразно производить предварительный анализ положения отдельных узлов и конструкций (особенно трудноописуемых нестандартных элементов) относительно плоскости действующей ватерлинии и исключать элементы, заведомо не участвующие в создании восстанавливающего момента.

Глава IV

НЕПОТОПЛЯЕМОСТЬ

§ 35. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ. КАТЕГОРИИ ОТСЕКОВ. ДВА СПОСОБА РАСЧЕТА НЕПОТОПЛЯЕМОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Непотопляемость — свойство судна сохранять в достаточной мере мореходные качества при получении повреждения и затоплении одного или нескольких отсеков. Непотопляемость обеспечивается запасом плавучести, использование которого достигается подразделением судна на отсеки.

Рассматривают три категории отсеков. *К первой категории* (рис. IV.1, *а*) принадлежат отсеки, закрытые сверху и не сообщающиеся с забортной водой. Сюда также следует отнести глубоко расположенные и затопленные доверху отсеки, сообщающиеся с забортной водой. Во *вторую категорию* (рис. IV.1, *б*) входят отсеки, заполненные частично (имеющие свободную поверхность) и не сообщающиеся с забортной водой. *Третью категорию* (рис. IV.1, *в*) составляют отсеки, сообщающиеся с забортной водой и открытые сверху. Один и тот же отсек может относиться к различным категориям в зависимости от характера затопления.

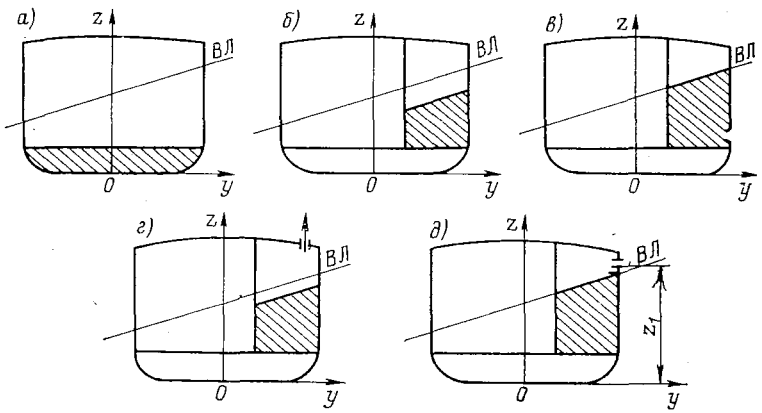


Рис. IV.1. Категории отсеков.

Перечисленные категории отсеков считаются основными. Однако наряду с ними на практике встречаются отсеки, имеющие воздушную подушку (рис. IV.1, *г*), в которых уровень воды не будет совпадать с ватерлинией судна. При этом воздушная подушка может уменьшаться по мере наклонения судна вследствие стравливания воздуха через шпигаты или открытые кингстоны. В результате количество влившейся воды будет возрастать при крене судна. Встречаются также отсеки второй категории, из которых вода сливается за борт по мере наклонения судна (рис. IV.1,*д*). Уровень воды в таких отсеках при наклонении проходит через кромку сливного отверстия.

Отсеки с замкнутой и с уменьшающейся воздушной подушкой предложил ввести в общую классификацию Н. П. Муру, назвав их отсеками *четвертой категории*.

Оценка непотопляемости состоит в определении посадки и остойчивости судна после затопления. Для малых отсеков, затопление которых связано с незначительными изменениями осадки и углов крена и дифферента, непотопляемость рассчитывают по метацентрическим формулам в предположении прямостенности борта в пределах изменения осадки. Для отсеков первой и второй категории влившуюся в отсек воду рассматривают как груз, принятый в ЦТ затопленного объема. При этом для отсеков второй категории учитывают поправку на влияние свободной поверхности. Отсеки третьей категории рассчитывают по специально разработанным способам, позволяющим учесть влияние дополнительно влившейся в поврежденный отсек воды при изменении посадки судна.

Используют два способа оценки непотопляемости при затоплении малого отсека: способ приема груза и способ постоянного водоизмещения (способ исключения). Способ приема груза состоит в последовательном учете изменения массы заполняющей отсек воды, рассматриваемой как принятый жидкий груз. Способ постоянного водоизмещения предполагает, что затопленный отсек исключается из корпуса судна. При этом изменяется форма погруженной части корпуса, а водоизмещение и положение ЦТ судна сохраняются постоянными. Оба эти способа приводят к различным значениям водоизмещения и метацентрической высоты, однако окончательный результат оценки посадки и остойчивости судна совершенно одинаков.

При затоплении больших отсеков возникают значительные изменения осадки, крена и дифферента и расчет по метацентрическим формулам становится неточным. В этом случае используют специально разработанные способы, учитывающие влияние непрямостенности обводов и погрешности метацентрических формул.

Результаты расчетов непотопляемости корректируют путем учета фактически влившейся в отсек воды, объем которой v меньше теоретического v_1 вследствие наличия водонепроницаемых предметов (грузы, механизмы, элементы набора и т. д.). Отношение $\mu = v/v_1$ называют коэффициентом проницаемости. По аналогии с μ рассматривают коэффициент проницаемости поверхности $\mu_s = s/s_т$, представляющий собой отношение свободной поверхности жидкости в затопленном отсеке к теоретической площади $s_т$-сечения отсека действующей ватерлинии, именуемой потерянной площадью ватерлинии.

Правила Регистра СССР регламентируют следующие значения коэффициентов проницаемости:

для помещений, занятых механизмами, электростанциями, а также технологическим оборудованием на промысловых и рыболовных судах и судах специального назначения	0,85
для помещений непассажирских судов, занятых грузами или запасами, а также предназначенных для перевозки жидких грузов или запасов и для помещений пассажирских судов, занятых запасами	0,60
для помещений, обычно не занятых значительным количеством грузов или запасов; для помещений, загруженных порожней колесной техникой или другими грузами, имеющими высокую проницаемость, а также для жилых помещений	0,95
для пустых цистерн и цистерн, предназначенных только для балластировки забортной водой	0,98
для грузовых помещений накатных судов	0,80

Коэффициент проницаемости помещения, предназначенного для перевозки груза на пассажирском судне, принимается в зависимости от осадки T_i перед повреждением

$$\mu_i = 1 - \frac{1{,}2}{T_s}(T_i - T_0) - \frac{0.05}{T_s - T_0}(T_s - T_i),$$

но не более 0,95 и не менее 0,60. В этой формуле T_0 — наименьшая эксплуатационная осадка судна; T_s — осадка, соответствующая ватерлинии деления судна на отсеки (см. § 42 первого раздела).

При выполнении расчетов проницаемости грузовых помещений, включая рефрижераторные, коэффициент проницаемости груза принимается равным 0,60, а коэффициент проницаемости груза в контейнерах, трейлерах, роллтрейлерах и грузовиках — 0,71.

Значения μ, меньшие указанных выше, находят только на основании данных расчетов, одобренных Регистром.

Коэффициенты проницаемости поверхностей, на которые следует умножать потерянные площади ватерлиний, а также их статические моменты и моменты инерции, принимают теми же, что и для объемов.

§ 36. РАСЧЕТ НЕПОТОПЛЯЕМОСТИ ПРИ ЗАТОПЛЕНИИ МАЛОГО ОТСЕКА

Расчет по способу приема груза. Использование этого способа целесообразно в тех случаях, когда рассматривается затопление отсеков первой и второй категорий. Обозначая v — объем влившейся воды; x_v, y_v, z_v — координаты ЦТ этого объема; i_x и i_y — моменты инерции свободной поверхности жидкости относительно продольной и поперечной центральных осей (для отсеков первой категории $i_x = i_y = 0$), можно провести расчет по следующей схеме.

Изменение средней осадки

$$\Delta T = v/S_0.$$

Изменение метацентрических высот

$$\Delta h = \frac{v}{V+v}\left(T + \frac{\Delta T}{2} - h_0 - z_v - \frac{i_x}{v}\right); \qquad \text{(IV.1)}$$

$$\Delta H = \frac{v}{V+v}\left(T + \frac{\Delta T}{2} - H_0 - z_v - \frac{i_y}{v}\right) \approx -\frac{v}{V+v}\left(H_0 + \frac{i_y}{v}\right).$$

Метацентрические высоты

$$h = h_0 + \Delta h; \quad H = H_0 + \Delta H.$$

Углы крена и дифферента

$$\theta = \frac{v y_v}{(V+v)\,h}; \quad \psi = -\frac{v\,(x_v - x_f)}{(V+v)\,H} \approx -\frac{v\,(x_v - x_f)}{VH}.$$

Изменение осадок носом и кормой

$$\Delta T_{\text{н}} = \Delta T + \psi\left(\frac{L}{2} - x_f\right); \quad \Delta T_{\text{к}} = \Delta T - \psi\left(\frac{L}{2} + x_f\right).$$

Осадки носом и кормой

$$T_{\text{н}} = T + \Delta T_{\text{н}}; \quad T_{\text{к}} = T + \Delta T_{\text{к}}.$$

Расчет по способу постоянного водоизмещения. Расчет удобно вести для отсеков третьей категории. Принятые обозначения: s — потерянная площадь ватерлинии, т. е. площадь поверхности жидкости в затопленном отсеке с учетом коэффициента проницаемости; $S_0 - s$ — площадь поврежденной ватерлинии; x_s, y_s — координаты ЦТ этой площади; ΔI_x, ΔI_{yf} — потерянные моменты инерции. Остальные обозначения те же, что и в первом случае.

Изменение средней осадки

$$\Delta T = v/(S_0 - s).$$

Координаты ЦТ поврежденной ватерлинии

$$x_f = x_{f_0} - (x_s - x_{f_0})\frac{s}{S_0 - s};$$

$$y_f = -y_s\frac{s}{S_0 - s}.$$

Потерянные моменты инерции

$$\Delta I_x = i_x + s y_s^2 + (S_0 - s)\,y_f^2;$$

$$\Delta I_{yf} = i_y + s\,(x_s - x_{f_0})^2 + (S_0 - s)\,(x_f - x_{f_0})^2.$$

Изменение метацентрических высот

$$\Delta h = \frac{v}{V}\left(T + \frac{\Delta T}{2} - z_v - \frac{\Delta I_x}{v}\right);$$

$$\Delta H = \frac{v}{V}\left(T + \frac{\Delta T}{2} - z_v - \frac{\Delta I_{yf}}{v}\right) \approx -\frac{\Delta I_{yf}}{V}.$$

Метацентрические высоты

$$h = h_0 + \Delta h; \quad H = H_0 + \Delta H.$$

Углы крена и дифферента

$$\theta = \frac{v(y_v - y_f)}{Vh}; \quad \psi = -\frac{v(x_v - x_f)}{VH}.$$

Изменение осадок носом и кормой

$$\Delta T_н = \Delta T + \psi\left(\frac{L}{2} - x_f\right); \quad \Delta T_к = \Delta T - \psi\left(\frac{L}{2} + x_f\right).$$

Формулы, приведенные для расчета отсеков третьей категории способом постоянного водоизмещения, справедливы и в случае затопления отсеков, имеющих воздушную подушку, с той лишь разницей, что вместо объема v в этом случае следует учитывать значение v/k_1, а вместо площади s — величину s/k_2, где k_1 и k_2 — коэффициенты заполнения отсека и упругости воздушной подушки, определяемые по формулам:

для прямостенного отсека

$$k_1 = 1 + \frac{10s + v}{w}; \quad k_2 = 1 + \frac{k_1[k_1(10s + v) - v]}{k_1 w - v};$$

для непрямостенного отсека

$$k_1 = \frac{v(10 + t)}{tw}; \quad k_2 = 1 + \frac{(10 + t)^2 s_1}{10w}.$$

Здесь v и s — объем и площадь поверхности воды по исходную ватерлинию ВЛ$_0$; w — полный воздушный объем незатопленного отсека; t — отстояние уровня поверхности воды в отсеке от плоскости ватерлинии ВЛ$_0$; s_1 — площадь поверхности воды в отсеке на уровне t.

Таким образом, отсеки, имеющие воздушную подушку, рассматривают как отсеки третьей категории, имеющие объем v/k_1 и площадь свободной поверхности s/k_2.

§ 37. ДИАГРАММА НЕПОТОПЛЯЕМОСТИ С. Н. БЛАГОВЕЩЕНСКОГО

Для оценки непотопляемости при затоплении произвольно расположенного по длине судна малого отсека используют диаграмму непотопляемости С. Н. Благовещенского. Построение диаграммы основано на использовании способа приема груза для симметричных отсеков, простирающихся от борта до борта, при следующих допущениях: судно и отсек прямостенны в пределах изменения осадки; абсцисса ЦТ потерянной площади ватерлинии равна абсциссе ЦТ затопленного объема; коэффициент продольной остойчивости при затоплении отсека уменьшается на 2 %. Предполагается, что затопленный отсек открыт сверху и сообщается с забортной водой.

Диаграмма представляет собой совокупность двух прямых, характеризующих изменение осадок носом и кормой при затоплении условного отсека объемом v_0, и квадратной параболы, описывающей приращение осадки над ЦТ затопленного

отсека (рис. IV.2). Для построения графика достаточно вычислить ординаты $\varepsilon_{нн}$, $\varepsilon_{кк}$ и $\varepsilon_{кн} = \varepsilon_{нк}$:

$$\varepsilon_{нн} = \frac{v_0}{S_0} + \frac{v_0}{0{,}98VH_0}\left(\frac{L}{2} - x_{f_0}\right)^2;$$

$$\varepsilon_{кк} = \frac{v_0}{S_0} + \frac{v_0}{0{,}98VH_0}\left(\frac{L}{2} + x_{f_0}\right)^2;$$

$$\varepsilon_{кн} = \frac{v_0}{S_0} - \frac{v_0}{0{,}98VH_0}\left[\left(\frac{L}{2}\right)^2 - x_{f_0}^2\right].$$

Величину v_0 рекомендуется принимать равной $0{,}1V$, округляя ее до единицы с нулями.

Для расчета посадки судна по диаграмме необходимо отложить по оси абсцисс положение ЦТ затопленного отсека (абсцисса x_v), в полученной точке восстановить перпендикуляр и снять соответствующие значения $\varepsilon_н$, $\varepsilon_к$ и ε_v.

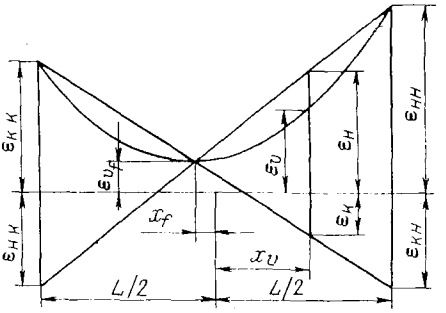


Рис. IV.2. Диаграмма С. Н. Благовещенского.

Тогда изменения осадок носом и кормой будут равны

$$\Delta T_н = \varepsilon_н v_1/v_0; \quad \Delta T_к = \varepsilon_к v_1/v_0,$$

где

$$v_1 = \frac{v}{1 - (s\varepsilon_v/v_0)}.$$

Здесь v представляет собой объем влившейся в отсек воды по исходную ватерлинию. Данный объем определяют приближенно, пользуясь строевой по шпангоутам и заменяя площадь, ограниченную кривой между переборками затопленного отсека, площадью равновеликой *трапеции* таким образом, чтобы наклон секущей был равен среднему наклону кривой. При этом условии искомый объем и абсциссу его ЦТ вычисляют по формулам

$$v = \frac{\mu l^*}{2}(\omega_н + \omega_к) \text{ и } x = x_к + \frac{l^*(2\omega_н + \omega_к)}{3(\omega_н + \omega_к)},$$

где l^* — длина отсека; $\omega_н$ и $\omega_к$ — площади носовой и кормовой переборок; $x_к$ — отстояние кормовой переборки отсека от миделя.

Используя аналогичные соображения при замене ветви исходной ватерлинии на теоретическом чертеже между ординатами $y_н$ и $y_к$, ограничивающими рассматриваемый отсек, можно найти потерянную площадь и ее момент инерции

$$s = \mu l^*(y_н + y_к); \quad i_x = \frac{\mu l^*}{6}(y_н^2 + y_к^2)(y_н + y_к).$$

Начальную остойчивость оценивают по формуле (IV.1).

§ 38. РАСЧЕТ НЕПОТОПЛЯЕМОСТИ ПРИ ЗАТОПЛЕНИИ ГРУППЫ ОТСЕКОВ. ТАБЛИЦЫ НЕПОТОПЛЯЕМОСТИ

Расчет ведется методом постоянного водоизмещения для отсеков всех категорий. При этом суммирование по v_i распространяют на все затопленные отсеки. Для отсеков, сообщающихся с забортной водой и имеющих свободные поверхности, объем принимают по исходную ватерлинию; для отсеков, не сообщающихся с забортной водой, — равным фактически затопленному объему. Суммирование по s_i распространяют только на отсеки, сообщающиеся с забортной водой и имеющие свободную поверхность. Объемы v_i и площади s_i определяют с учетом коэффициента проницаемости.

Координаты ЦТ поврежденной ватерлинии

$$x_f = x_{f_0} - \frac{\sum s_i x_{si} - x_{f_0} \sum s_i}{S_0 - \sum s_i}; \quad y_f = -\frac{\sum s_i y_{si}}{S_0 - \sum s_i}.$$

Изменение метацентрических высот

$$\Delta h = \frac{1}{V}\left[\left(T + \frac{\Delta T}{2}\right)\sum v_i - \sum v_i z_i - \sum i_x - \sum s_i y_{si}^2 - \left(S_0 - \sum s_i\right) y_f^2\right];$$

$$\Delta H = -\frac{1}{V}\left[\sum i_y + \sum s_i (x_{si} - x_{f_0})^2 + \left(S_0 - \sum s_i\right)(x_f - x_{f_0})^2\right],$$

где

$$\Delta T = \frac{\sum v_i}{S_0 - \sum s_i}.$$

Метацентрические высоты

$$h = h_0 + \Delta h; \quad H = H_0 + \Delta H.$$

Углы крена и дифферента

$$\theta = \frac{1}{Vh}\left(\sum v_i y_i - y_f \sum v_i\right); \quad \psi = -\frac{1}{VH}\left(\sum v_i x_i - x_f \sum v_i\right).$$

Изменение осадок носом и кормой

$$\Delta T_н = \Delta T + \psi\left(\frac{L}{2} - x_f\right); \quad \Delta T_к = \Delta T - \psi\left(\frac{L}{2} + x_f\right).$$

Приведенные формулы позволяют рассчитать таблицы непотопляемости А. Н. Крылова. Назначение таблиц непотопляемости — оперативная оценка посадки и остойчивости судна при затоплении различных отсеков и групп отсеков. Кроме того, таблицы непотопляемости позволяют решать задачу выравнивания крена и дифферента с сохранением допустимой остойчивости путем подбора дополнительно затапливаемых отсеков.

Различают справочную, вспомогательную и боевую таблицы. Справочная таблица содержит основные характеристики затопляемых отсеков, необходимые для расчетов посадки и остойчивости судна. Вспомогательная таблица включает все необходимые данные для оценки непотопляемости при затоплении одного или нескольких отсеков. Количество этих таблиц равно числу рассмотренных вариантов группового затопления. Боевая таблица содержит данные об изменении посадки и остойчивости судна, соответствующие затоплению различных групп отсеков. Здесь также приводятся возможные варианты спрямления судна путем затопления рационально подобранных отсеков. Такие отсеки выбирают, исходя из достижения наибольшего результата при минимальном количестве влившейся воды.

Таблицы непотопляемости рассчитывают для одного исходного водоизмещения. Переход к фактическому водоизмещению, имеющемуся в условиях эксплуатации, осуществляют по формулам для изменения посадки и остойчивости судна при приеме и расходовании грузов.

Трудности использования способа спрямления судна с помощью таблиц непотопляемости связаны с отсутствием надежных данных о фактически затопленных отсеках в результате повреждений, количестве поступившей воды, наличии свободных поверхностей и т. д. Кроме того, для подбора группы спрямляющих отсеков требуются дополнительные вычисления, производство которых в аварийной обстановке затруднительно.

В связи с этим В. Г. Власов предложил практический способ спрямления судна не сразу, а в несколько этапов. Сначала выполняют пробное затопление, в результате которого, помимо частичного спрямления, устанавливают фактическую остойчивость судна. На последующих этапах, подбирая низко расположенные отсеки, создающие необходимые кренящие и дифферентующие моменты, постепенно доводят посадку и остойчивость судна до допустимых пределов.

Отсутствие надежной исходной информации о затопленных отсеках и в этом случае может приводить к просчетам при спрямлении судна, особенно если в условиях аварии начальная метацентрическая высота отрицательна. Поэтому на первом этапе В. Г. Власов рекомендовал так подбирать спрямляющие отсеки, чтобы были удовлетворены равенства нулю сумм статических моментов $\sum v_i x_i = 0$ и $\sum v_i y_i = 0$ воды, поступившей в отсеки через пробоину, и для спрямления. В результате кренящий и дифферентующий моменты будут близкими к нулю, и судно окажется спрямленным. Для установления знака начальной остойчивости поврежденного судна строят специальную шкалу потребного балласта, позволяющую также определить количество балласта для восстановления остойчивости.

Одним из эффективных методов борьбы за живучесть судна является внедрение систем автоматического контроля непотопляемости на базе ЭВМ.

§ 39. РАСЧЕТ НЕПОТОПЛЯЕМОСТИ ПРИ ЗАТОПЛЕНИИ БОЛЬШОГО ОТСЕКА

При затоплении большого отсека происходят значительные изменения средней осадки и углов крена и дифферента. В этих условиях допущение о прямостенности бортов и возможности использования метацентрических формул становится неприменимым, и для расчета непотопляемости используют специально разработанные способы. Из известных расчетных схем определения посадки и остойчивости судна при асимметричном затоплении отсека способ последовательных приближений, предложенный В. Г. Власовым, достаточно прост и нагляден. Рассмотрим этот способ применительно к случаю затопления большого отсека, сообщающегося с забортной водой.

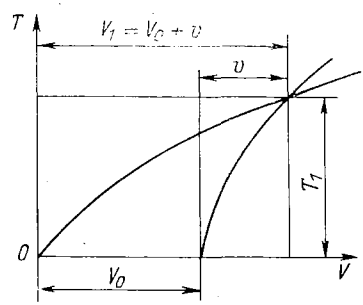


Рис. IV.3. Грузовые размеры судна и затопленного отсека.

Изменение средней осадки устанавливают с помощью грузового размера судна (рис. IV.3), на котором для заданной осадки T, соответствующей исходному водоизмещению V_0 в том же масштабе строят грузовой размер отсека $v(z)$. Точка пересечения кривых $V(z)$ и $v(z)$ фиксирует новую осадку T_1 и водоизмещение $V_1 = V_0 + v$ при затоплении отсека, а разность $T_1 - T = \Delta T$ — приращение осадки.

Определив элементы полученной ватерлинии S_0, x_f, s, x_s, y_s, i_x, i_y при осадке T_1, можно найти коэффициенты остойчивости

$$Vh_1 = Vh_0 + v\left\{T + \frac{\Delta T}{2} - z_v - \frac{1}{v}\left[i_x + sy_y^2\left(1 + \frac{s}{S_0 - s}\right)\right]\right\};$$

$$VH_1 = VH_0 + v\left\{T + \frac{\Delta T}{2} - z_v - \frac{1}{v}\left[i_y + s\,(x_s - x_f)^2\left(1 + \frac{s}{S_0 - s}\right)\right]\right\}$$

и вычислить значения тангенсов углов крена и дифферента

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{vy_v}{Vh_1}\,\frac{K_y + K_T + (K_x + K_T)\,K_\psi\,(1 + K_T)}{K_y\,[1 - K_\psi K_\theta\,(1 + K_T)^2]};$$

$$\operatorname{tg}\psi = -\frac{v\,(x_v - x_f)}{VH_1}\,\frac{K_x + K_T + (K_y + K_T)\,K_\theta\,(1 + K_T)}{K_x\,[1 - K_\psi K_\theta\,(1 + K_T)^2]},$$

где

$$K_x = \frac{x_v - x_f}{x_s - x_f};\quad K_y = \frac{y_v}{y_s};\quad K_T = \frac{s}{S_0 - s};$$

$$K_\theta = \frac{sy_s^2}{Vh_1};\quad K_\psi = \frac{s\,(x_s - x_f)^2}{VH_1}.$$

Осадки носом и кормой

$$T_{\text{н}} = T_1 + \operatorname{tg}\psi\left(\frac{L}{2} - x_f\right); \quad T_{\text{к}} = T_1 - \operatorname{tg}\psi\left(\frac{L}{2} + x_f\right).$$

Параметрами ватерлинии первого приближения являются углы крена и дифферента, а также осадка на миделе

$$T_{\text{м}} = T_1 - x_f \operatorname{tg}\psi - y_f \operatorname{tg}\theta.$$

Полученную ватерлинию проводят на теоретическом чертеже и для нее с помощью интегральных кривых, построенных отдельно для судна и затопленного отсека, выполняют все необходимые расчеты по проверке соответствия данных реальным значениям, отвечающим заданной посадке. Кривые ω, b, c для отсека вычисляют и строят также, как и для судна. При этом число поперечных сечений должно быть сведено к минимуму, а в ряде случаев можно ограничиться одним поперечным сечением или заменить истинные обводы элементарными геометрическими телами.

На основе полученных данных по формулам § 8 первого раздела производят расчет элементов судна и затопленного отсека (водоизмещения V' и его статических моментов M'_{yz}, M'_{xz}, M'_{xy}, объема затопленного отсека V_1 и его статических моментов m_{yz}, m_{xz}, m_{xy}) для ватерлинии первого приближения.

В результате определяют водоизмещение и его статические моменты по ватерлинию первого приближения

$$V = V' - V_1;$$

$$M_{yz} = M'_{yz} - m_{yz}; \quad M_{xz} = M'_{xz} - m_{xz}; \quad M_{xy} = M'_{xy} - m_{xy}.$$

Элементы площади проекции поврежденной ватерлинии на плоскость

$$\left.\begin{aligned}
&S = S' - s_1; \quad x_f = \frac{1}{S}\left(S' x'_f - s_1 x_{s_1}\right); \quad y_f = \frac{1}{S}\left(S' y'_f - s_1 y_{s_1}\right);\\
&I_{xf} = I'_x - i_{x_1} - s_1 y_{s_1}^2 - S y_f^2;\\
&I_{yf} = I'_y - i_{y_1} - s_1 x_{s_1}^2 - S x_f^2;\\
&I_{xfy} = I'_{xy} - i_{xy_1} - s_1 x_{s_1} y_{s_1} - S x_f y_f;\\
&S' = \int_{-L/2}^{L/2} (y + y')\,\mathrm{d}x;\\
&x'_f = \frac{1}{S'}\int_{-L/2}^{L/2} (y + y')\,x\,\mathrm{d}x; \quad y'_f = \frac{1}{2S'}\int_{-L/2}^{L/2} [y^2 - (y')^2]\,\mathrm{d}x;\\
&I'_x = \frac{1}{3}\int_{-L/2}^{L/2} [y^3 + (y')^3]\,\mathrm{d}x; \quad I'_y = \int_{-L/2}^{L/2} (y + y')\,x^2\,\mathrm{d}x;\\
&I'_{xoy} = \frac{1}{2}\int_{-L/2}^{L/2} [y^2 - (y')^2]\,x\,\mathrm{d}x.
\end{aligned}\right\} \quad \text{(IV.2)}$$

Если $\Delta V = \dfrac{D}{\rho g} - V \neq 0$, то ватерлиния первого приближения не является ватерлинией равновесия и для уравновешивания действующих сил необходимо

погрузить судно без изменения крена и дифферента на величину $\Delta T = \Delta V/S$. При этом изменяются статические моменты погруженного объема

$$M_{yz_1} = M_{yz} + \Delta V x_f;$$

$$M_{xz_1} = M_{xz} + \Delta V y_f;$$

$$M_{xy_1} = M_{xy} + \Delta V \left(T_м + x_f \operatorname{tg} \psi + y_f \operatorname{tg} \theta\right).$$

Остается теперь вычислить поправки к тангенсам углов крена и дифферента

$$\frac{\Delta\theta}{\cos^2\theta} = \frac{AF - CR}{AE - BR} \text{ и } \frac{\Delta\psi}{\cos^2\psi} = \frac{CE - BF}{AE - BR}, \qquad \text{(IV.3)}$$

где

$$A = \rho g I_{yf} (1 + \operatorname{tg}^2 \psi) + \rho g I_{xfy} \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \psi + \rho g M_{xy_1} - D z_g;$$

$$B = \rho g I_{xfy} (1 + \operatorname{tg}^2 \psi) + \rho g I_{xf} \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \psi;$$

$$C = -\left[\rho g M_{yz_1} - D x_g + \left(\rho g M_{xy_1} - D z_g\right) \operatorname{tg} \psi\right];$$

$$R = \rho g I_{xfy} (1 + \operatorname{tg}^2 \theta) + \rho g I_{yf} \operatorname{tg} \psi \operatorname{tg} \theta;$$

$$E = \rho g I_{xf} (1 + \operatorname{tg}^2 \theta) + \rho g I_{xfy} \operatorname{tg} \psi \operatorname{tg} \theta + \rho g M_{xy_1} - D z_g;$$

$$F = -\left[\rho g M_{xz_1} - D y_g + \left(\rho g M_{xy_1} - D z_g\right) \operatorname{tg} \theta\right].$$

Тогда параметрами ватерлинии второго приближения будут

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \operatorname{tg} \theta + \frac{\Delta\theta}{\cos^2\theta}; \quad \operatorname{tg} \psi_1 = \operatorname{tg} \psi + \frac{\Delta\psi}{\cos^2\psi}; \qquad \text{(IV.4)}$$

где

$$T_{м1} = T_м + \Delta T_м,$$

$$\Delta T_м = \frac{\Delta V}{S} - x_f \frac{\Delta\psi}{\cos^2\psi} - y_f \frac{\Delta\theta}{\cos^2\theta}.$$

Если поправки к параметрам ватерлинии первого приближения окажутся значительными, то необходимо в том же порядке сделать расчет следующего приближения. Практически бывает достаточно двух приближений.

После нахождения ватерлинии равновесия выполняют оценку начальной остойчивости судна с затопленным отсеком. Для этого вычисляют моменты инерции ватерлинии равновесия $I_{xf\alpha_1}$, $I_{yf\alpha_1}$ и $I_{xfy\alpha_1}$ с использованием значений I_{xf}, I_{yf} и I_{xfy} [см. формулы (IV.2)] и тангенсов углов $\operatorname{tg}\psi_1$ и $\operatorname{tg}\theta_1$ [см. формулы (IV.4)].

Полученные данные позволяют определить главные моменты инерции.

$$I_\xi = I_{xf\alpha_1} - \frac{I^2_{xfy\alpha_1}}{I_{yf\alpha_1} - I_{xf\alpha_1}}; \quad I_\eta = I_{yf\alpha_1} - \frac{I^2_{xfy\alpha_1}}{I_{yf\alpha_1} - I_{xf\alpha_1}},$$

метацентрические радиусы

$$r_1 = I_\xi/V \quad \text{и} \quad R_1 = I_\eta/V$$

и метацентрические высоты

$$h_1 = r_1 - a_1; \quad H_1 = R_1 - a_1,$$

где

$$a_1 = (z_g - z_{c_1}) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi_1 + \operatorname{tg}^2 \theta_1}.$$

Если затопление симметрично относительно ДП, то расчет значительно упрощается и может быть выполнен по масштабу Бонжана. В ходе расчета необходимо определить положение аварийной ватерлинии, при котором удовлетворяются условия равновесия. Для этого сначала устанавливают ватерлинию первого приближения. Строят фрагмент строевой по шпангоутам в районе затопленного отсека и находят его объем, вычисляя площадь строевой между переборками. Новую осадку устанавливают по грузовому размеру, а угол дифферента — по метацентрической формуле. Целесообразно сразу уточнить результат за счет учета дополнительно влившейся воды, вычислив объем v и положение абсциссы его ЦТ x_v.

Погруженный объем и его статический момент относительно мидель-шпангоута для принятой ватерлинии равны

$$V = V' - \mu v; \quad V x_c = V' x_c' - \mu v x_v, \tag{IV.5}$$

где

$$V' = \int_{-L/2}^{L/2} \omega \, dx; \quad V' x_c' = \int_{-L/2}^{L/2} \omega x \, dx.$$

Для равновесия судна необходимо удовлетворить условиям

$$V = D/\rho g \text{ и } x_c = x_g, \tag{IV.6}$$

где D и x_g — водоизмещение и абсцисса ЦТ неповрежденного судна.

Если оба условия равновесия выполняются, расчет на этом заканчивают и выбранная ватерлиния определяет искомую посадку судна. В противном случае расчет повторяют, выбирая новое положение ватерлинии до тех пор, пока не будет обеспечено равенство (IV.6).

Расчет упрощается при наличии диаграммы Фирсова или Петерсена (см. § 7 первого раздела), так как в этом случае отпадает необходимость вычисления интегралов входящих в выражения (IV.5), которые для принятой комбинации осадок носом и кормой легко определить по диаграммам.

Среди других расчетных способов оценки непотопляемости следует отметить способы А. Н. Крылова, В. В. Семенова-Тян-Шанского и Д. В. Дорогостайского [2].

§ 40. РАСЧЕТ ДИАГРАММЫ ОСТОЙЧИВОСТИ ПОВРЕЖДЕННОГО СУДНА. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ОСТОЙЧИВОСТИ

При построении диаграммы статической остойчивости судна с затопленным отсеком наклонения выполняют для асимметричного относительно ДП судна. Наиболее простой способ такого расчета предложен В. Г. Власовым.

Пусть на судне затоплен асимметричный относительно ДП отсек, открытый сверху и сообщающийся с забортной водой. В этом случае в прямом положении судна ЦТ не лежит на одной вертикали с ЦВ. Перенесем систему координат yoz параллельно ДП так, чтобы ось z прошла через ЦВ C_0, соответствующий прямому положению судна с исключенным из объема погруженной части затопленным отсеком (рис. IV.4). Из рисунка следует, что плечо статической остойчивости

$$l = (y_c - y_g) \cos\theta + (z_c - z_g) \sin\theta,$$

или, прибавляя и вычитая для удобства выполнения расчетов слагаемые $z_{c_0} \sin\theta$ и $z_0 \sin\theta$, имеем

$$l = y_c \cos\theta + (z_c - z_{c_0}) \sin\theta - (z_g - z_0) \sin\theta - y_g \cos\theta - (z_0 - z_{c_0}) \sin\theta,$$

где z_0 и z_{c_0} — аппликаты ЦВ неповрежденного и поврежденного судна;

$$y_c = \int_0^\theta r \cos\theta \, d\theta; \quad z_c - z_{c_0} = \int_0^\theta r \sin\theta \, d\theta.$$

Величины y_g и $z_{c_0} - z_0$ находят по формулам

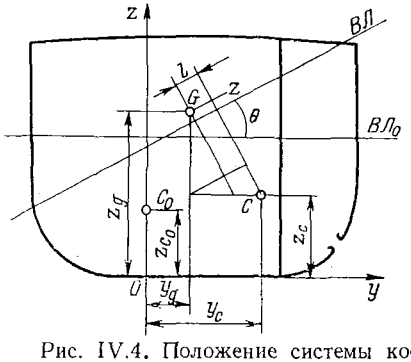
$$\left.\begin{aligned} y_g = -\Delta y_c &= \frac{v}{V}\left(y_v + y_s \frac{s}{S_0 - s}\right); \\ z_{c_0} - z_0 = \Delta z_c &= \frac{v}{V}\left(T + \frac{\Delta T}{2} - z_v\right). \end{aligned}\right\} \tag{IV.7}$$

Далее последовательно производятся равнообъемные наклонения судна относительно осей, проходящих через ЦТ поврежденных ватерлиний по способу Крылова—Дарньи. Первую вспомогательную ватерлинию проводят через точку F,

(рис. IV.5) с ординатой $y_{f_1} = -y_s s/(S_0 - s)$ и осадкой $T + \Delta T$. Для этой ватерлинии снимают входящие и выходящие ординаты с учетом затопленного отсека и вычисляют ординату ЦТ и момент инерции по формулам (табл. IV.1)

$$y_f = M_{x_1}/S_1; \quad I_{x_1} = I_x - i_x - s\,[a_s - (b_s/2)]^2 - S_1 y_f^2,$$

где a_s — входящая ордината в сечении, соответствующем ЦТ затопленного отсека; $M_{x_1} = M_x - m_s$; $S_1 = S_0 - s$.



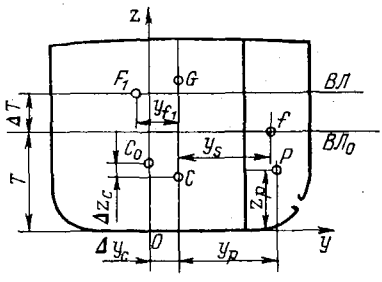


Рис. IV.4. Положение системы координат судна с затопленным отсеком.

Рис. IV.5. Построения, определяющие ЦТ поврежденной ватерлинии.

Наиболее опасным в отношении остойчивости случаям соответствует затопление асимметричных отсеков в районе миделя со свободной поверхностью в виде прямоугольника или близкой к нему. Элементы потерянной площади ватерлинии при этом будут

$$s = l^* b_s; \quad m_s = s\left(a_s - \frac{b_s}{2}\right); \quad i_x = \frac{1}{12}\, l^* b_s^3.$$

Таблица IV.1. **Вычисление элементов ватерлинии аварийного судна**

№ шп.	a_θ	b_θ	a_θ^2	b_θ^2	a_θ^3	b_θ^3
0 1 2 . . . n						
Суммы						
Поправки						
Исправленные суммы	$\Sigma\,(a_\theta + b_\theta)_{\text{исп}}$		$\sum\,(a_\theta^2 - b_\theta^2)_{\text{исп}}$		$\sum\,(a_\theta^3 + b_\theta^3)_{\text{исп}}$	

Примечание. $S_0 = \frac{L}{n}\,\Sigma\,(a_\theta + b_\theta)_{\text{исп}}$; $M_x = \frac{1}{2}\,\frac{L}{n}\,(a_\theta^2 - b_\theta^2)_{\text{исп}}$; $I_x = \frac{1}{3}\,\frac{L}{n}\,\sum\,(a_\theta^3 + b_\theta^3)_{\text{исп}}$; $s = l_s b_s$; $y_s = a_s - \frac{1}{2}\,b_s$; $m_s = s y_s$; $i_x = \frac{1}{12}\,l_s b_s^3$; $S_1 = S_0 - s$; $M_{x_1} = M_x - m_s$; $y_f = M_{x_1}/S_1$; $I_{x_1} = I_x - i_x - s y_s^2 - S_1 y_f^2$.

Толщина поправочного слоя для перехода к равнообъемной ватерлинии $\varepsilon = 0{,}5 y_f \Delta\theta$.

После выполнения необходимых расчетов, связанных с определением моментов инерции для всех равнообъемных наклонений судна, вычисляют восстанавливающий момент (табл. IV.2)

$$M_s = \rho g \cos\theta_i \int_0^{\theta_i} I_{x_1} \cos\theta \, d\theta + \rho g \sin\theta_i \int_0^{\theta_i} I_{x_1} \sin\theta \, d\theta +$$

$$+ D\,[\Delta y_c \cos\theta + (\Delta z_c - a) \sin\theta],$$

где Δy_c и Δz_c находят по формулам (IV.7). По данным расчета строят диаграмму статической остойчивости аварийного судна.

Таблица IV.2. **Вычисление диаграммы статической остойчивости аварийного судна**

θ, град.	cos θ	sin θ	I_{x_1}	(4) (2)	$\sum_{инт}$ (5)	$M_{xz} = \frac{\Delta\theta}{2}$ (6)	(4) (3)	$\sum_{инт}$ (8)	$M_{xy} = \frac{\Delta\theta}{2}$ (9)	(10) (2)	(10) (3)	Vy_g (2)	$V(z_c - z_{c_0} - a)$ (3)	$M_s = \rho g$ [(11)+(12)+(13)−(9)]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0														
Δθ														
2Δθ														
. . .														
kΔθ														

Описанный способ расчета предполагает, что начальный дифферент ψ_0 поврежденного судна отсутствует или пренебрежимо мал. При наличии начального дифферента следует перейти к новой системе координат *oxyz* (рис. IV.6), повернув судно в ДП на угол ψ_0 так, чтобы дифферентующий момент вследствие несовпадения по вертикали ЦТ влившейся воды и ЦТ добавочного слоя стал равным нулю. Все вычисления в этом случае ведут по перестроенному корпусу теоретического чертежа с учетом смещения шпангоутов по вертикали на величину $\Delta z_i = -x_i \operatorname{tg}\psi_0$, где x_i — абсцисса шпангоута. Положительным значениям Δz_i соответствует перемещение шпангоута вверх, $\psi_0 > 0$ при дифференте на корму. Аналогичным образом перестраивают поперечные сечения затопленного отсека. Порядок расчета и приведенные выше формулы остаются без изменений.

Для учета влияния сопутствующего дифферента на остойчивость аварийного судна можно воспользоваться способом В. В. Семенова-Тян-Шанского, описанным в § 20 первого раздела. Следует учесть, что центробежный момент инерции $I_{xfy\theta}$ при $\theta = 0°$ не будет равен нулю и интегральную сумму в табл. III.9 (столбец 4) необходимо вычислять с учетом этой особенности.

В результате затопления может резко ухудшаться остойчивость, крен и дифферент могут достигнуть недопустимо больших значений, а надводный борт станет очень малым. В такой ситуации после выявления фактического состояния судна нужно прежде всего заделать пробоину и откачать воду из затопленных отсеков. Однако при большой пробоине это сделать не удается и необходимо принять меры по восстановлению остойчивости, проведение которых должно осуществляться при минимальном расходовании запаса плавучести.

Восстановление остойчивости зависит от характера затопления поврежденных отсеков. Рассматривают пять типов затопления.

Первый тип. Затопление, симметричное относительно ДП, при котором начальная метацентрическая высота существенно положительна и крен отсутствует

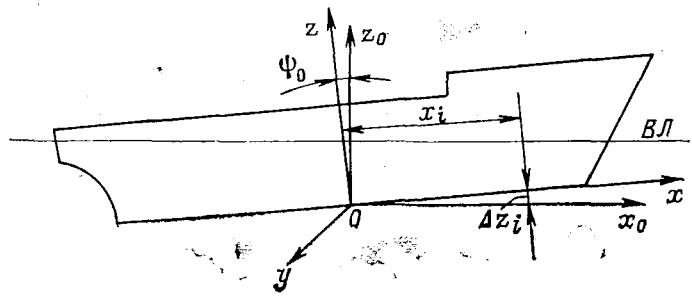


Рис. IV.6. Учет начального дифферента в расчетах аварийной остойчивости.

(рис. IV.7, *а*). В этом случае ограничиваются поддержанием или, если это необходимо, увеличением запаса остойчивости и плавучести путем откачки воды из высокорасположенных отсеков. Уменьшение дифферента достигается за счет перекачки жидких грузов и осушения отсеков в затопленной оконечности.

Второй тип. Затопление, асимметричное относительно ДП, при котором начальная метацентрическая высота сохраняется положительной и судно плавает с креном $\theta_{ст}$ (рис. IV.7, *б*). Для выпрямления судна (см. пунктир на рисунке) прилагают спрямляющий момент, близкий к кренящему и создающийся за счет затопления отсеков противоположного борта и откачкой воды из погруженных отсеков. Возможна также перекачка жидких грузов с борта на борт.

Третий тип. Затопление, симметричное относительно ДП, при котором начальная метацентрическая высота отрицательна и судно плавает с креном θ_1 или θ_2 (рис. IV.7, *в*). В этом случае недопустимо приложение спрямляющего момента, так как при достижении этим моментом значения m_1 судно, наклоняясь на противоположный борт, получит динамический крен $\theta_д$, существенно превышающий угол θ_1 и будет плавать с креном $\theta_{ст} > \theta_1$ (рис. IV.7, *г*). При малом запасе динамической остойчивости (диаграмма показана пунктиром) судно может опрокинуться. Остойчивость в этом случае восстанавливают при обязательном сохранении симметрии затопления за счет: откачки за борт фильтрационной воды из крупных помещений и помещений, расположенных выше ватерлинии; удаления за борт высокорасположенных твердых грузов и откачки жидких грузов; спуска воды в нижележащие помещения и устранения больших многоярусных свободных поверхностей; балластировки судна и др.

Четвертый тип. Затопление, асимметричное относительно ДП, при котором начальная остойчивость отрицательна и судно имеет крен θ_1 (рис. IV.7, *д*). Восстановление остойчивости в этом случае обеспечивают теми же мероприятиями, что и в третьем случае, после проведения которых приложением спрямляющего момента ликвидируют остаточный крен (рис. IV.7, *е*).

Пятый тип. Затопление, асимметричное относительно ДП, при котором начальная метацентрическая высота отрицательна и судно плавает с креном, обусловленным не только асимметрией затопления, но и отрицательной начальной остойчивостью (рис. IV.7, *ж*). В отличие от предыдущего случая здесь крен на правый борт уменьшен моментом от асимметричного затопления, действующим в про-

тивоположную сторону. Восстановление остойчивости в рассматриваемой ситуации без приложения каких-либо спрямляющих моментов может привести к перевалиению судна на левый борт, а иногда и к опрокидыванию. При постепенном вос-

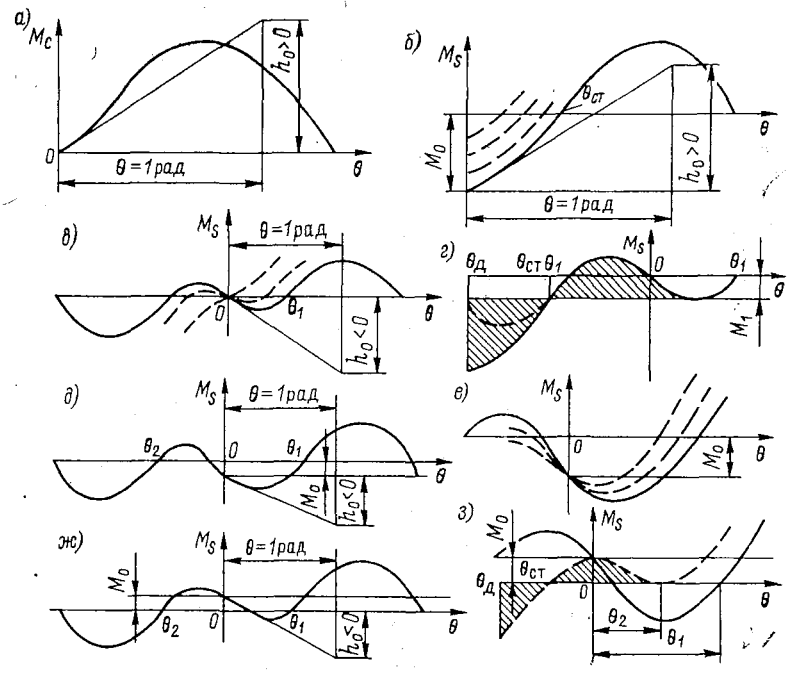


Рис. IV.7. Диаграммы (*а—з*) статической остойчивости при различном характере затопления (сплошные кривые) и их изменение при спрямлении судна (пунктир).

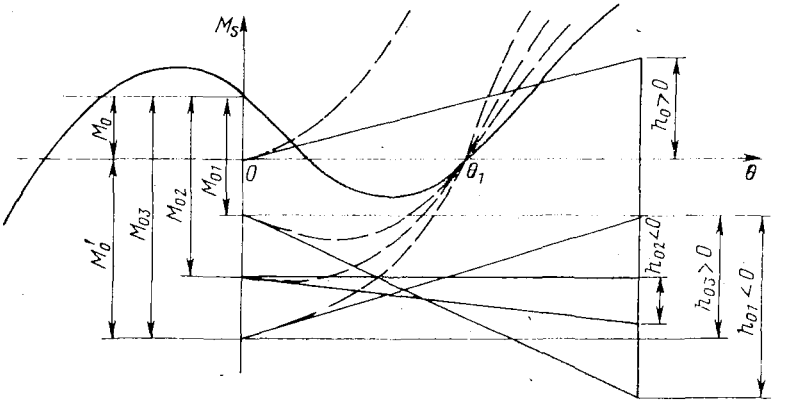


Рис. IV.8. Восстановление остойчивости при асимметричном затоплении судна с отрицательной начальной остойчивостью.

становлении остойчивости диаграмма приобретает вид, изображенный пунктирной кривой на рис. IV.7, *з*. Эта диаграмма имеет неустойчивую точку равновесия при угле крена θ_2, и судно может перевалиться на другой борт, наклоняясь динамически на угол $\theta_д$, а затем плавать с креном $\theta_{ст}$. При таком затоплении (рис. IV.8)

остойчивость улучшается за счет удаления фильтрационной воды или балластировки судна при обязательном поддержании полученного в результате аварии крена с отклонениями не более, чем на 1—2°. Одновременно с этим затапливают отсеки на вошедшем в воду борту. Спрямления судна можно достичь также путем осушения погруженных в воду отсеков.

Рассмотренные виды затопления позволяют установить тип аварийных диаграмм статической остойчивости, представленных на рис. IV.7 и IV.8, в зависимости от знаков кренящего момента и начальной метацентрической высоты (соответственно первый и второй знак в круглых скобках): 1-й тип (0, +); 2-й тип (+, +); 3-й тип (0, —); 4-й тип (+, —); 5-й тип (—, —). Способ определения знака начальной остойчивости был описан в § 38 первого раздела.

§ 41. КРИВАЯ ПРЕДЕЛЬНОЙ ДЛИНЫ ОТСЕКОВ

Для правильной расстановки водонепроницаемых переборок используют кривую предельной длины отсеков. Построение этой кривой основано на требовании, чтобы аварийная ватерлиния после затопления любого отсека на судне не пересекала предельную линию погружения, образуемую палубой водонепроницаемых переборок на борту судна.

Расчеты удобно вести по масштабу Бонжана. Для этого проводят ряд касательных к предельной линии погружения таким образом, чтобы углы между касательными были приблизительно одинаковы (рис. IV.9). Одну из касательных принимают параллельной основной плоскости. Если палуба горизонтальная, то вместо касательных проводят наклонные ватерлинии под различными углами из крайних точек, определяемых длиной L_s деления судна на отсеки, т. е. наибольшей длиной части судна, расположенной ниже предельной линии погружения.

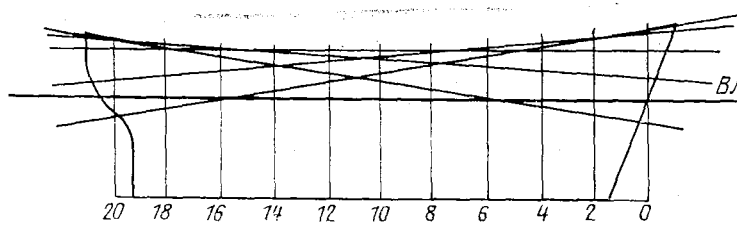


Рис. IV.9. Касательные к предельной линии погружения.

Объемы V_i и их статические моменты M_i относительно плоскости мидель-шпангоута для принятых ватерлиний ВЛ$_i$ вычисляют по формулам

$$V_i = \int_{-L/2}^{L/2} \omega \, dx; \quad M_i = \int_{-L/2}^{L/2} \omega x \, dx.$$

Объем v_i и абсциссу его ЦТx_i между касательными ватерлиниями ВЛ$_i$ исходной грузовой ватерлинией, соответствующей ватерлинии деления судна на отсеки с осадкой T_s, определяют как

$$v_i = V_i - V;$$

$$x_i = \frac{M_i - M_{yz}}{v_i},$$

где $M_{yz} = Vx_c$. При этом x_i может принимать положительные и отрицательные значения в зависимости от расположения ЦТ объема v_i в нос и в корму от миделя. В отдельных случаях x_i оказывается больше половины длины судна. Это указывает на то, что для рассматриваемой ватерлинии расчет не имеет физического смысла и такие данные следует исключать.

Откладывая при абсциссах x_i соответствующие значения объемов v_i, строят кривую предельных объемов (рис. IV.10). На этом же чертеже наносят строевую по шпангоутам по предельную линию погружения и интегральную кривую, ординаты которой

$$V_x = \int_{L/2}^{x} \omega_п \, dx,$$

где $\omega_п$— площадь погруженной части шпангоута до предельной линии нагружения. Масштабы интегральной кривой и кривой предельных объемов должны быть одинаковыми.

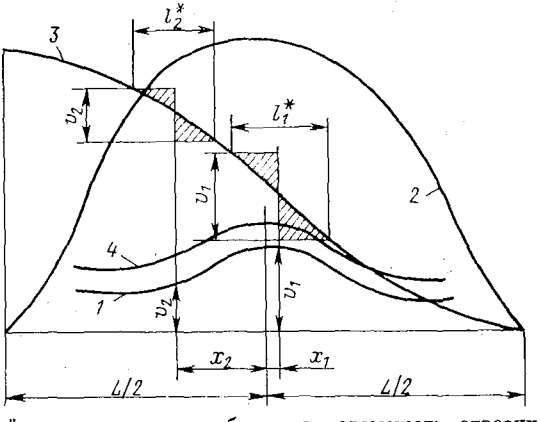


Рис. IV.10. Определение предельной длины отсека.

1 — кривая предельных объемов; 2 — строевая по шпангоутам по предельную линию погружения; 3 — интегральная кривая; 4 — кривая предельной длины отсеков.

Для определения предельной длины отсека необходимо перемещать отрезки, равные v_i, по вертикали относительно интегральной кривой так, чтобы заштрихованные площади были равны (см. рис. IV.10). Расстояние между точками пересечения горизонтальных линий с интегральной кривой определяет длину отсека объ-

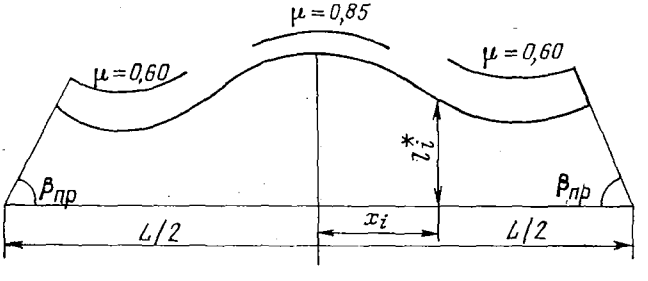


Рис. IV.11. Кривая предельной длины отсеков с учетом коэффициентов проницаемости.

емом v_i. Выполняя аналогичные построения для ряда значений v_i при абсциссах x_i, получают соответствующие значения длины отсеков l_i^* и строят кривую предельной длины отсеков. В оконечностях эта кривая ограничена наклонными прямыми, проведенными под углом $\beta_{пр}$ к горизонтали, тангенс которого равен двум, поскольку в оконечностях половина длины отсека не может быть более расстояния от середины отсека до штевня.

Кривая предельной длины отсеков корректируется с учетом коэффициентов проницаемости путем деления полученной длины на соответствующий коэффициент. В результате получают участки кривых предельной длины отсеков для различных помещений (рис. IV.11).

При оценке непотопляемости по Правилам Регистра СССР используют понятие предельной длины затопления l_f^*, т. е. наибольшей длины условного отсека с серединой его в рассматриваемой точке длины судна, после затопления которого с коэффициентом проницаемости $\mu = 0{,}8$ и при осадке по грузовую ватерлинию делению судна на отсеки и отсутствии исходного дифферента аварийная ватерлиния касается предельной линии погружения. Для построения этой кривой необходимо ординаты исходной кривой предельной длины отсеков, построенной для исходной грузовой ватерлинии деления судна на отсеки при $\mu = 0$, умножить на 1,25.

В оконечностях предельную длину затопления принимают равной предельной длине затопления концевого отсека (см. рис. IV.12, *б*).

§ 42. НОРМИРОВАНИЕ НЕПОТОПЛЯЕМОСТИ. ИНФОРМАЦИЯ О НЕПОТОПЛЯЕМОСТИ

Нормирование непотопляемости основано на вероятностном подходе [7, 8]. Исходными данными для такой оценки являются: L_s длина деления судна на отсеки, т. е. наибольшая длина части судна, расположенной ниже предельной линии погружения; L_1 — длина судна, составляющая 96 % длины по ватерлинии, проходящей на высоте, равной 85 % наименьшей теоретической высоты борта, или длина от передней кромки форштевня до оси баллера руля по той же ватерлинии, если

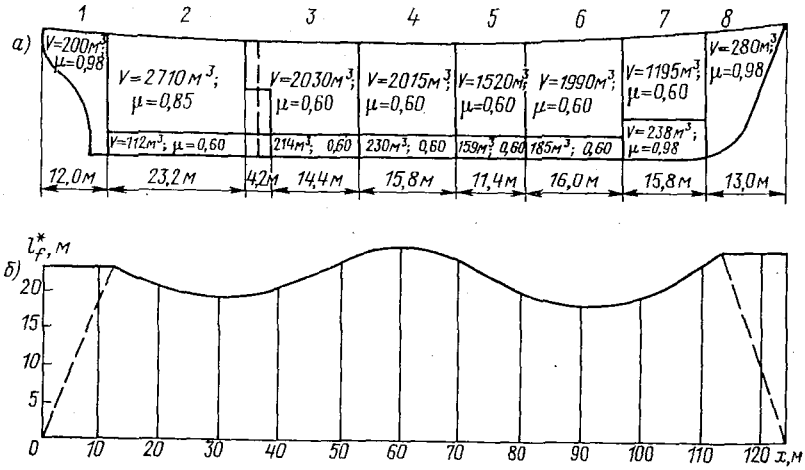


Рис. IV.12. Расположение переборок (*а*) и кривая предельной длины затопления (*б*).

эта длина больше; B_1 — наибольшая ширина судна, измеренная на середине его длины на уровне или ниже самой высокой грузовой ватерлинии деления судна на отсеки; B_2 — то же, что и B_1, но на уровне палубы переборок; T_s^* — осадка, соответствующая самой высокой грузовой ватерлинии деления судна на отсеки; T_0^1 — наименьшая эксплуатационная осадка; H — высота борта; D — водоизмещение; DW — дедвейт; $DW_{\text{в. р}}$ — спецификационный дедвейт при выходе в рейс, в состав которого не включается масса жидкого балласта (задается только для приемно-транспортных судов); F_1 — расчетный надводный борт (для пассажирских судов); l^* — длина отсека или группы смежных отсеков; l_s^* — то же, что и l^*, но с учетом уступов или выступов поперечных переборок, при наличии которых величину l_s^* принимают равной расстоянию между соответствующими эквивалентными плоскими переборками (рис. IV.12, *а*), v_s — скорость судна, уз.

Задаются также кривая l_f^* предельной длины затопления (рис. IV.12, *б*) и схема расстановки водонепроницаемых переборок с учетом требований Регистра СССР к их минимальному числу и размещению фор- и ахтерпиковой переборок.

Коэффициенты проницаемости принимают по данным § 35, первого раздела, за исключением специально оговоренных случаев, относящихся к расчетам аварийной остойчивости.

Деление на отсеки считается удовлетворительным, если фактический индекс деления A не меньше требуемого индекса R и если выполняются необходимые условия аварийной остойчивости и посадки.

Требуемый индекс деления на отсеки R — определяют в зависимости от длины L_s и количества перевозимых людей N по формуле

$$R = 1 - \frac{C_1}{L_s + \frac{N}{4} + C_2}; \quad R \geqslant C_3,$$

в которой величины C_1, C_2 и C_3 принимают следующие значения:

для пассажирских судов $C_1 = 250$, $C_2 = 375$, C_3 — ограничений нет;

для грузовых судов $C_1 = 55$, $C_2 = 215$, $C_3 \geqslant 0{,}80$;

для сухогрузных и накатных судов $C_1 = 110$, $C_2 = 215$, $C_3 \geqslant 0{,}60$;

для наливных судов $C_1 = 30$, $C_2 = 20$, $C_3 \geqslant 0{,}67$;

для буксиров, спасательных судов и плавучих маяков $C_1 = 82$, $C_2 = 124$, $C_3 \geqslant 0{,}50$;

для ледоколов $C_1 = 70$, $C_2 = 200$, C_3 — ограничения нет;

для промысловых, рыболовных и приемно-транспортных судов промыслового флота индекс R определяют как

$$R = \left(1 - \frac{C_1}{L_s + \frac{N}{4} + C_2}\right)^{2/3},$$

где $C_1 = 58$, $C_2 = 30$, $C_3 \geqslant 0{,}51$.

Величину N для пассажирских судов вычисляют как сумму $N = N_1 + 2N_2$, где N_1 — количество людей, обеспеченных спасательными шлюпками; N_2 — количество людей (включая экипаж), которых разрешено перевозить на судне в превышение числа N_1. Минимально допустимое значение $N = N_1 + N_2$.

Для непассажирских судов число N включает общее количество людей с учетом экипажа, которое разрешено перевозить на судне.

Для накатных судов, перевозящих колесную технику с сопровождающим персоналом более 12 чел. и приравниваемых к пассажирским судам, число пассажиров рассчитывают по формуле $12 + 0{,}04\sum S$, где ΣS — суммарная площадь (в м^2) палуб грузовых пространств, доступных для установки колесной техники и имеющих высоту не менее 4 м.

Фактический индекс деления на отсеки A определяют суммированием по номерам всех отсеков и групп смежных отсеков вероятностей $a_p p$ затопления отсека, умноженных на вероятности $c_p s_p$ сохранения судна при повреждении

$$A = \Sigma\, a_p p c_p s_p.$$

Величину a_p, характеризующую влияние положения отсека по длине судна с учетом закона распределения абсцисс середины пробоины, вычисляют по формуле

$$a_p = 0{,}4\,(1 + \xi_1 + \xi_2 + \xi_{12}),$$

где $\xi_1 = x_1/L_s$, если $x_1 \leqslant 0{,}5L_s$; $\xi_2 = x_2/L_s$, если $x_2 \leqslant 0{,}5L_s$; $\xi_1 = 0{,}5$, если $x_1 > 0{,}5L_s$; $\xi_2 = 0{,}5$, если $x_2 > 0{,}5L_s$; $\xi_{12} = (x_1 + x_2)/L_s$, если $x_1 + x_2 \leqslant L_s$; $\xi_{12} = 1{,}0$, если $x_1 + x_2 > L_s$; x_1 — расстояние от крайней кормовой точки корпуса судна на уровне или ниже палубы переборок до кормовой переборки рассматриваемого отсека (группы отсеков); x_2 — расстояние от крайней кормовой точки корпуса до носовой переборки рассматриваемого отсека (группы отсеков).

Величину p, характеризующую влияние протяженности отсека с учетом закона распределения длины пробоины, для всех судов, кроме промысловых, рыболовных и приемно-транспортных, вычисляют по формулам

$$p = k_v C_4 \left[C_5 \left(\frac{l^*}{k_v L_s}\right)^2 - C_6 \left(\frac{l^*}{k_v L_s}\right)^3\right], \qquad \text{(IV.8)}$$

если $\frac{1}{k_v L_s} \leqslant 0{,}24$ при $L_s \leqslant 200$ м; или $\frac{1}{k_v} \leqslant 48$ при $L_s > 200$ м;

$$p = k_v C_4 \left[C_7 \frac{l^*}{k_v L_s} - C_8 - \frac{1 - k_v}{C_9} \left(\frac{l^*}{k_v L_s} - C_{10} \right) \right], \qquad \text{(IV.9)}$$

если $\frac{1}{k_v L_s} > 0{,}24$ при $L_s \leqslant 200$ м или $\frac{1}{k_v} > 48$ при $L_s > 200$ м; $C_4 = 1$ при $L_s \leqslant 200$ м; $C_4 = 184/(L_s - 16)$ при $L_s > 200$ м; $C_5 = 4{,}46$; $C_6 = 6{,}20$; $C_7 = 1{,}072$; $C_8 = 0{,}086$; $C_9 = 13$; $C_{10} = 0{,}24$; $k_v = 0{,}4\,(1 + v_s/14)$ при $v_s \leqslant 21$ уз; $k_v = 1{,}0$ при $v_s > 21$ уз. При $L_s > 200$ м величину $l^*/(k_v L_s)$ принимают равной $l^*/200k_v$.

Для промысловых, рыболовных и приемно-транспортных судов формулы (IV.8) и (IV.9) имеют вид

$$p = k_v C_{11} \left[C_{12} \frac{1}{k_v k_L} + C_{13} \left(\frac{1}{k_v k_L} \right)^2 - C_{14} \left(\frac{1}{k_v k_L} \right)^3 - C_{15} \right], \qquad \text{(IV.10)}$$

где $C_{11} = k_L/L_s$; $k_L = (L_s/160) + 0{,}5$; $C_{12} = C_{15} = 0$; $C_{13} = 1/6{,}21$; $C_{14} = 1/95{,}53$, если $1/(k_v k_L) \leqslant 4{,}7$; $C_{12} = 1/1{,}5$; $C_{13} = 1/53{,}8$; $C_{14} = 1/3100$; $C_{15} = 1{,}04$, если $4{,}7 < 1/(k_v k_L) < 19{,}2$; $C_{12} = 1{,}024$; $C_{13} = C_{14} = 0$; $C_{15} = 3{,}33$, если $1/(k_v k_L) \geqslant 19{,}2$.

При затоплении группы отсеков (двух, трех и четырех смежных отсеков) величину p рассчитывают по формулам

$$p = p_{ij} - p_i - p_j; \quad p = p_{ijk} - p_{ij} - p_{jk} + p_j; \quad p = p_{ijkm} - p_{ijk} - p_{ikm} + p_{jk},$$

где значения p_i, p_j, ..., p_{ijkm} определяют по выражениям (IV.8)—(IV.10) применительно к длине отсеков l_i^*, l_j^*, ..., l_{ijkm}^*.

Величину c_p, учитывающую влияние аварийной остойчивости, для всех судов, кроме пассажирских и наливных, принимают равной 1,0 для отсеков (групп отсеков), при затоплении которых выполняются требования к аварийной остойчивости, и равной 0,7, если эти требования не выполняются. Для пассажирских и наливных судов $c_p = 1{,}0$.

Величину s_p, учитывающую закон распределения осадки, совместный закон распределения осадки и коэффициента проницаемости грузовых трюмов для каждого отсека (группы смежных отсеков), вычисляют по формулам:

для пассажирских судов

$$s_p = 0{,}45 s_1 + 0{,}33 s_2 + 0{,}22 s_3;$$

для сухогрузных, промысловых, рыболовных и приемно-транспортных судов

$$s_p = S_c \frac{e}{0{,}85} + S_m \left(1 - \frac{e}{0{,}85} \right), \qquad \text{(IV.11)}$$

где s_1, s_2, s_3 определяют при исходных осадках до затопления T_i (T_1, T_2, T_3) по формуле $s_i = 4{,}9 \left[\left(\frac{F_1}{B_2} - \frac{\operatorname{tg}\theta}{2} \right) h_{ab} \right]^{1/2}$, в которой F_1, θ, h_{ab} находятся применительно к исходной осадке T_i для конечной стадии затопления; s_i принимают не больше 1,0, а при отрицательном значении любого из сомножителей подкоренного выражения, равной нулю; величину s_i принимают также равной нулю для любого случая затопления, вследствие которого: для промежуточных стадий затопления или перед спрямлением угол крена $\theta > 20°$ или какие-либо отверстия входят в воду; если в конечной стадии затопления палуба переборок, за исключением затопленного отсека, входит в воду или $\theta > 12°$ или $h_{ab} < 0{,}05$ м; e — отношение теоретического объема грузовых помещений в рассматриваемом отсеке к объему всего отсека ниже палубы переборок; S_c и S_m — величины, определяемые по формулам, приведенным в табл. IV.3, где обозначено $DW/D = C_{16}$; $H/T_s^* = C_{17}$ и $\mu l_s^*/0{,}8 l_f^* = C_{18}$; если s_p, S_c, S_m больше 1,0, то их следует принимать равными 1,0; если s_p, S_c, S_m окажутся меньше нуля, то их следует принимать равными 0.

Таблица IV.3. **Формулы для расчета величин S_c и S_m**

Типы судов	Значение S_c при $e > 0$	Значение S_m при $e < 0{,}85$
Сухогрузные	$(0{,}6 + C_{16})\left[1 + \frac{(0{,}8 - C_{18})(C_{17} - 1{,}05)}{(1{,}68C_{17} - 0{,}478C_{17}^2 - 1{,}02)(0{,}7C_{16} + 0{,}18)}\right.$	$1 + \frac{(1 - C_{18})(C_{17} - 1)}{0{,}6C_{16}}$
Добывающие с рефрижераторными трюмами	$\frac{C_{16} - 0{,}4}{(C_{17} - 0{,}1)^4} + \left(1{,}12 + \frac{L_s}{266}\right) \times$ $\times \left\{1 + \frac{(0{,}5 - C_{18})[(26{,}8L_s - 0{,}192L_s^2 - 401)C_{17} + (0{,}358L_s^2 - 44{,}5L_s + 0995)]}{4{,}75L_s + 48}\right.$	$\left[\left(\frac{L_s - 6}{50}\right)^{1/2} + 0{,}3C_{16} - 0{,}1\right] \times$ $\times \left[1 + \frac{(1 - C_{18})(C_{17} - 1)\frac{125}{L_s + 30}}{(0{,}003L_s + 0{,}375)C_{16}}\right]$
Добывающие с нерефрижераторными трюмами	$(11{,}75C_{17} - 4{,}38C_{17}^2 - 6{,}0)\left[1 + \frac{(0{,}56 - C_{18})(C_{17} - 1{,}0)}{(0{,}43C_{17} - 0{,}255)C_{16}^{1/2}}\right]$	$1{,}32\left[1 + \frac{(1 - C_{18})(C_{17} - 0{,}98)}{0{,}6C_{16}}\right]$
Плавбазы	$[C_{17}^2(2{,}07 - 2{,}91C_{16}) + C_{17}(9{,}23C_{16} - 7{,}14) - 6{,}63C_{16} + 6{,}87] \times$ $\times \left[1 + \frac{(0{,}8 - C_{18})(C_{17} - 1{,}0)}{(0{,}55C_{17} - 0{,}255)C_{16}}\right]$	$1{,}13\left[1 + \frac{(1 - C_{18})(C_{17} - 1)}{0{,}45C_{16}}\right]$
Производственные рефрижераторы	$(C_{16} + 0{,}65)(2{,}16C_{17}^2 - 7{,}97C_{17} + 8{,}55) \times$ $\times \left[1 + \frac{(0{,}7 - C_{18})(0{,}467C_{17} - 0{,}158)}{0{,}728C_{16}^{1/2}}\right.$	$1{,}4\left[1 + \frac{(1 - C_{18})(C_{17} - 1{,}03)}{0{,}75C_{16}}\right]$
Приемно-транспортные суда	$(1{,}02C_{17}^2 - 3{,}73C_{17} + 3{,}71) \times$ $\times [1 + (k - 0{,}25)(2{,}56C_{17}^2 - 9{,}68C_{17} + 9{,}29)]^3 (2{,}6 - C_{18})^2$ при $C_{18} < 2{,}6$ $S_c = 0$ ори $C_{18} \geqslant 2{,}6$	$0{,}89\left[1 + \frac{(1 - C_{18})(C_{17} - 1)}{(1{,}85 - 0{,}375C_{17})k}\right]$ $k = \frac{DW - DW_{\text{в. р}}}{D}$

Осадки T_i определяют по формулам

$$T_1 = T_s - \frac{2}{3}(T_s^* - T_0'); \quad T_2 = T_s^* - \frac{1}{3}(T_s^* - T_0'); \quad T_3 = T_s^* - \frac{1}{6}(T_s^* - T_0').$$

Для буксиров, ледоколов, спасательных судов, плавучих маяков и накатных судов величину s_p рассчитывают по формуле

$$s_p = \frac{1}{0{,}8C_{16}}\left[0{,}8C_{16} + \left(1 - \frac{\mu l_s^*}{0{,}8 l_f^*}\right)\left(\frac{H}{T_s^*} - 1\right)\right];$$

где $C_{16} = P_3/D$ для накатных судов и $C_{16} = DW/D$ для остальных типов судов; P_3 — спецификационная масса запасов (топливо, вода, масло); если $s_p > 1$, то ее следует принимать 1,0; если $s_p < 0$, то равной нулю.

Для наливных судов величина $s_p = 1$, если выполняются требования к аварийной остойчивости; $s_p = 0{,}5$, если они выполняются частично (судно с полным грузом или с балластом); $s_p = 0$, если эти требования не выполняются.

Приведенная схема расчета индекса A применима для случаев, когда поперечные переборки расположены от борта до борта. При делении на отсеки совместно поперечными и продольными переборками к расчету индекса A предъявляются специальные требования, оговоренные в п. 2.6 части V Правил [18].

Оценку остойчивости и посадки аварийного судна производят для заданного числа затопленных отсеков и определенных размеров пробоины. Требования предъявляются к начальной метацентрической высоте, углу крена и диаграмме статической остойчивости в конечной стадии затопления, а также к аварийной ватерлинии до и после спрямления судна.

Необходимо, чтобы метацентрическая высота аварийного судна h_{ab}, определенная способом постоянного водоизмещения для всех судов, кроме пассажирских, была не менее 0,05 м, а для пассажирских не менее каждой из трех величин: 0,05 м, $0{,}015B_2/F_1$ или $0{,}003\ (B_2^2/DF_1)\ (N_1 + N_2)$, где D — водоизмещение судна до затопления.

Допустимый крен при асимметричном затоплении не должен превышать 15° для пассажирских судов, 20° для непассажирских судов за исключением газовозов, нефтеналивных и химовозов при затоплении двух или более отсеков и 25° (или 30° в случае, когда палуба переборок не входит в воду) — для нефтеналивных судов, химовозов и газовозов с двумя и более затопленными отсеками. После спрямления судна угол крена пассажирских судов не должен превышать 7° при затоплении одного отсека и 12° при затоплении двух и более смежных отсеков; для непассажирских судов эта величина составляет не более 12°, а для нефтеналивных судов, химовозов и газовозов — не менее 17°.

Максимальное плечо диаграммы статической остойчивости допускается не менее 0,1 м, а протяженность положительной ветви (с учетом угла заливания) — не менее 30° при симметричном и 20° при асимметричном затоплении.

Аварийная ватерлиния после спрямления или после затопления не должна пересекать палубу переборок вне района затопления. Вход в воду палубы переборок и даже открытой палубы допускается только для непассажирских судов при условии удовлетворения требований к аварийной посадке и диаграмме статической остойчивости. Плоскость аварийной ватерлинии до и после спрямления должна проходить на расстояния не менее 0,3 или $0{,}1 + (1/150)\ (L_s - 10)$ м (в зависимости от того, что меньше) ниже отверстий в переборках, палубах и бортах, через которые возможно дальнейшее распространение воды по судну. К их числу относятся отверстия воздушных и вентиляционных труб, а также вырезы, закрываемые дверями и крышками.

Размеры повреждения, принимаемые при оценке аварийной остойчивости, характеризуются протяженностью по длине и глубине повреждения. Размер по вертикали условно считается от основной плоскости неограниченно вверх. Длину повреждения для всех судов, кроме пассажирских, совершающих международные рейсы, а также нефтеналивных, химовозов и газовозов, принимают из условия $3 + 0{,}03L_s$ или 11 м, или $0{,}1L$ (в зависимости от того, что меньше); для пассажирских судов, совершающих междугородние рейсы, длину пробоины принимают равной $3 + 0{,}03L_s$, а для нефтеналивных судов, химовозов и газовозов — равной

$L_s/3$ или 14,5 м (в зависимости от того, что меньше). Глубину повреждения у пассажирских судов считают до диаметральной плоскости, а у остальных судов — равной $0{,}2B_1$. Исключение составляют нефтеналивные суда, химовозы и газовозы, для которых в качестве глубины пробоины принимается меньшее из значений $0{,}2\ B_1$ или 11,5 м.

Коэффициенты проницаемости, используемые в расчетах аварийной остойчивости, принимаются по данным § 35 первого раздела с учетом следующих отклонений. Для помещений, предназначенных для жидких грузов (кроме нефтеналивных судов, химовозов и газовозов) или жидкого балласта, коэффициент равен 0,98; при этом считается, что груз или балласт в данном помещении отсутствует. Для пустых нерефрижераторных трюмов $\mu = 0{,}98$, для рефрижераторных — $\mu = 0{,}93$. Для помещений, занятых лесным грузом, $\mu = 0{,}35$, а для помещений с рудой на неспециализированных судах $\mu = 0{,}80$. Для специализированных судов, осуществляющих регулярную перевозку руды, значения μ устанавливают с учетом удельной погрузочной кубатуры груза, а также свободных объемов трюмов. На нефтеналивных судах, химовозах и газовозах для помещений, предназначенных для расходуемых жидких грузов, величину μ принимают равной нулю или 0,98 в зависимости от того, что соответствует более жестким требованиям, и от 0 до 0,98 для помещений, предназначенных для прочих жидких грузов с учетом возможного вылива из поврежденных танков, а также возможности частичного их заполнения. Коэффициенты проницаемости поверхностей, используемые при определении площадей, статических моментов и моментов инерции потерянной площади ватерлинии, принимают равными условным коэффициентам проницаемости, приведенным в § 35.

Число затапливаемых отсеков назначают в зависимости от длины судна L или L_1, а для пассажирских судов — в зависимости от числа перевозимых людей N. Остойчивость при затоплении одного любого отсека должна быть обеспечена у грузовых транспортных судов ледовой категории УЛА длиной до 100 м и категории УЛ длиной более 90 м при плавании в районах Арктики и Антарктики; у промысловых и рыболовных судов длиной от 100 до 160 м; у буксиров, спасательных судов и плавучих маяков длиной 40 м и более; у судов специального назначения до 160 м; у накатных судов длиной более 170 м и земснарядов длиной 40 м и более; у ледоколов длиной от 50 до 75 м в районах, где есть двойной борт, у газовозов, имеющих в символе класса словесные характеристики «ПР» (при $L_1 > 150$ м) и «Газовоз III» (для последних возможность затопления машинного отделения при длине менее 125 м является предметом специального рассмотрения Регистром). Затопление двух смежных отсеков должны выдерживать грузовые транспортные суда категории УЛА длиной 100 м и более при автономном ледовом плавании, промысловые суда длиной 160 м и более, ледоколы длиной 75 м и более, а также ледоколы длиной от 50 до 75 м — в районах, где отсутствует двойной борт; суда, предназначенные для перевозки радиоактивных материалов; химовозы, имеющие в символе класса словесную характеристику «Химовоз I», «Химовоз II» (последний при $L_1 > 150$ м) и «Химовоз III» (при $L_1 > 225$ м). Необходимость обеспечения аварийной остойчивости при затоплении трех отсеков определяется судовладельцем.

Для пассажирских судов затопление одного любого отсека регламентируется при $N < 600$, а двух смежных отсеков — при $N \geqslant 1200$. В промежутке между этими значениями необходимо выдерживать затопление двух смежных отсеков при расположении разделяющей их переборки на расстоянии $[(N/600) - 1]\ L_s$ от крайней носовой точки L_s и при затоплении одного любого отсека на части длины судна, где ограничивающие отсеки переборки расположены на расстоянии более $[(N/600) - 1)]\ L_s$.

Для нефтеналивных судов длиной $L_1 \leqslant 150$ м аварийная остойчивость должна быть обеспечена при затоплении одного любого отсека за исключением машинного отделения, а при $L_1 > 225$ м — при затоплении двух любых смежных отсеков. Для промежуточных значений длины 150 м $< L_1 \leqslant 225$ м при наличии в символе класса нефтеналивного судна словесной характеристики «Химовоз II» (длиной $L_1 \leqslant 150$ м) «Газовоз II» (длиной $L_1 \leqslant 150$ м), «Химовоз III» (длиной $L_1 \leqslant 225$ м) требования к аварийной остойчивости выполняются при затоплении любых двух смежных отсеков, включая машинное отделение. Если машинное отделение расположено в корме, то такой случай специально рассматривается Регистром, особенно для «Химовоза III» при $L_1 < 125$ м.

Информацию о непотопляемости составляют по данным расчетов непотопляемости для учета при эксплуатации требований, связанных с делением на отсеки, и оценки состояния аварийного судна.

Информация содержит необходимые сведения о судне, продольный разрез, планы палуб и двойного дна, характерные поперечные сечения с указанием всех водонепроницаемых переборок и выгородок, об отверстиях в них и характере их закрытия, а также о системах, используемых в борьбе за живучесть судна.

В число обязательных материалов включают результаты расчетов симметричного и асимметричного затопления различных отсеков и групп отсеков с указанием аварийной посадки, крена, дифферента и метацентрической высоты как до, так и после проведения мероприятий по спрямлению судна для улучшения остойчивости, рекомендации по их организации и необходимое время.

Прочие сведения содержат указания по использованию устройств для перетока воды и аварийных средств, а также вытекающие из особенностей данного судна возможные последствия затопления, рекомендуемые и запрещенные действия экипажа при эксплуатации и авариях судна, связанных с затоплением.

Пример. Определяется значение вероятностного индекса A сухогрузного судна, имеющего $L = 118$ м, $L_s = 125{,}8$ м, $H = 9{,}5$ м, $T_s = 7{,}5$ м, $B_1 = 16{,}8$ м, $D = 102\,500$ кН, $v_s = 16$ уз.

Схема расположения переборок и кривая предельных значений длины затопления показаны на рис. IV.12.

Расчет вспомогательных величин в формуле (IV.11):

$$k_v = 0{,}4\left(1 + \frac{v_s}{14}\right) = 0{,}857\,1; \quad k_v L_s = 107{,}82; \quad 0{,}24\,\frac{1 - k_v}{13} = 0{,}002\,64;$$

$$0{,}086 - \frac{1 - k_v}{13} = 0{,}083\,36; \quad C_{17} = \frac{H}{T_s} = 1{,}266\,7; \quad C_{18} = \frac{\mu l_s^*}{0{,}8 l_f^*};$$

$$S_c = (0{,}6 + C_{16})\left[1 + \frac{(0{,}80 - C_{18})(C_{17} - 1{,}05)}{(1{,}68C_{17} - 0{,}478C_{17}^2 - 1{,}02)(0{,}70C_{16} + 0{,}18)}\right] =$$

$$= 2{,}259 - 1{,}246\,\frac{\mu l_s^*}{0{,}8 l_f^*};$$

$$S_m = 1 + \frac{(1 - C_{18})(C_{17} - 1)}{0{,}6C_{16}} = 1{,}672 - 0{,}672\,\frac{\mu l_s^*}{0{,}8 l_f^*}.$$

Дальнейший расчет сведен в табл. IV.4.

Вероятностная схема оценки непотопляемости не распространяется на плавучие буровые установки, буровые суда и другие плавучие технические средства (плавкраны, доки и т. д.), для которых руководствуются специальными требованиями Правил [18] и методиками, одобренными Регистром СССР.

Проверку непотопляемости плавучих буровых установок производят при затоплении одного любого отсека в специально оговоренных условиях (размеры и зона повреждений, требования к конструкции переборок, палуб и платформ). Расчеты выполняют для случая транспортировки всех типов установок и в рабочем положении на плаву — для полупогруженных установок. Деление на отсеки считается удовлетворительным, если аварийная начальная метацентрическая высота h_{ab} составляет не менее 0,3 м, а диаграмма статической остойчивости имеет достаточную протяженность в области положительных значений плеч (не менее 5° с учетом угла заливания) при $l_{max} \geqslant 0{,}5$ м. Аварийная ватерлиния должна проходить ниже палубы переборок вне района затопления, а угол наклонения в конечной стадии затопления до принятия мер по спрямлению не должен превышать 10°.

Требования к непотопляемости буровых судов предъявляются при затоплении одного отсека и сводятся к нормированию аварийной начальной метацентрической высоты $h_{ab} \geqslant 0{,}55$ м, угла крена в конечной стадии асимметричного затопления $\theta \leqslant 20°$ и элементов диаграммы статической остойчивости: протяженности диаграммы с положительными плечами и $l_{max} \geqslant 0{,}10$ м. Необходимо, чтобы в конечной стадии затопления и после спрямления с учетом угла заливания положительная область диаграммы занимала не менее 30° при симметричном и 20°

Таблица IV.4. **Расчет достижимого индекса деления судна на отсеки**

Случай затопления	Номер отсека (см. рис. IV.12)	Длина отсека l^*	$\frac{l^*}{k_v L s}$	(3)²	(3)³	4,46 (4)	6,2 (5)	1,072 (3)	$\frac{1-k_v}{13}$ (3)	(6)—(7), если (3) = 0,24 (8)—(9)—0,086+ + 0,24× × $\left(\frac{1-k_v}{13}\right)$, если (3) > 0.24	$p = k_v$ (10)	p для смежных отсеков 2 и 3
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Отдельные отсеки	1	12,0	0,111 30	0,012 39	0,001 39	0,055 30	0,008 62	—	—	0,046 68	0,040 0	—
	2	23,2	0,215 22	0,046 32	0,009 97	0,206 60	0,061 81	—	—	0,144 80	0,124 1	—
	3	14,4	0,133 56	0,017 84	0,002 38	0,079 57	0,014 76	—	—	0,064 81	0,055 5	—
	4	15,8	0,146 54	0,021 47	0,003 15	0,099 76	0,019 53	—	—	0,076 23	0,065 3	—
	5	11,4	0,105 73	0,011 18	0,001 18	0,049 86	0,007 32	—	—	0,042 54	0,036 5	—
	6	16,0	0,148 40	0,022 02	0,003 27	0,098 21	0,020 27	—	—	0,077 94	0,066 8	—
	7	15,8	0,146 50	0,021 46	0,003 14	0,095 71	0,019 47	—	—	0,076 24	0,065 3	—
	8	13,0	0,120 60	0,014 54	0,001 75	0,064 85	0,010 85	—	—	0,054 00	0,046 3	—
	Суммы	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
По два смежных отсека	1+2	35,2	0,032 65	—	—	—	—	0,350 0	0,003 59	0,263 0	0,225 4	0,061 3
	2+3	41,8	0,387 7	—	—	—	—	0,415 6	0,004 26	0,328 0	0,281 1	0,101 5
	3+4	30,2	0,280 1	—	—	—	—	0,300 3	0,003 08	0,213 9	0,183 3	0,062 5
	4+5	27,2	0,252 3	—	—	—	—	0,270 5	0,002 77	0,184 4	0,158 0	0,056 2
	5+6	27,4	0,254 1	—	—	—	—	0,272 4	0,002 79	0,186 3	0,159 7	0,056 4
	6+7	31,8	0,294 9	—	—	—	—	0,316 1	0,003 24	0,229 5	0,196 7	0,064 6
	7+8	28,8	0,267 1	—	—	—	—	0,286 3	0,002 94	0,200 0	0,171 4	0,059 8
	Суммы	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
По три смежных отсека	1+2+3	53,8	0,499 0	—	—	—	—	0,534 9	0,005 48	0,446 1	0,382 4	0
	2+3+4	57,6	0,534 2	—	—	—	—	0,572 7	0,005 87	0,483 5	0,414 4	0,005 5
	3+4+5	41,6	0,385 8	—	—	—	—	0,413 6	0,004 24	0,326 0	0,279 4	0,003 4
	4+5+6	43,2	0,400 7	—	—	—	—	0,429 6	0,004 40	0,341 8	0,293 0	0,011 8
	5+6+7	43,2	0,400 7	—	—	—	—	0,429 6	0,004 40	0,341 8	0,293 0	0,003 4
	6+7+8	44,8	0,415 5	—	—	—	—	0,445 4	0,004 57	0,357 5	0,306 4	0,003 6
	Суммы	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Случай затопления	$S_c = 2,2587-(25)$ $0 \leqslant S_c \leqslant 1$	0,6716 (24)	$S_m = 1,6716-(27)$ $0 \leqslant S_m \leqslant 1$	Объем грузовых помещений в отсеке	Общий объем отсека	$e = \frac{(29)}{(30)}$ но не более 0,85	$\frac{(31)}{0,85}$	1—(32)	(26) (32)	$S_m = (28)(33)$	$S_p = (34)(35)$	c_p	$a_p p^c p^s_p = (20)(36)(37)$
	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
Отдельные отсеки	1,0	0,431 8	1,0	0	200	0	0	1,0	0	1,0	1,0	1,0	0,019 06
	0,592 9	0,897 9	0,773 7	0	2822	0	0	1,0	0	0,773 7	0,773 7	1,0	0,067 23
	1,0	0,379 2	1,0	2030	2244	0,850 0	1,0	0	1,0	0	1,0	1,0	0,055 01
	1,0	0,304 8	1,0	2015	2245	0,850 0	1,0	0	1,0	0	1,0	1,0	0,075 97
	1,0	0,261 9	1,0	1520	1679	0,850 0	1,0	0	1,0	0	1,0	1,0	0,043 80
	1,0	0,448 5	1,0	1990	2175	0,850 0	1,0	0	1,0	0	1,0	1,0	0,080 16
	1,0	0,424 0	1,0	1195	1433	0,833 9	0,981 0	0,019 0	0,981 0	0,019 0	1,0	1,0	0,078 36
	1,0	0,426 1	1,0	0	280	0	0	1,0	0	1,0	1,0	1,0	0,055 56
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,475 2
По два смежных отсека	0,083 1	1,172 7	0,498 9	0	3022	0	0	1,0	0	0,498 9	0,498 9	0,7	0,013 35
	0	1,375 2	0,296 4	2030	5066	0,400 7	0,471 4	0,528 6	0	0,156 7	0,156 7	0,7	0,009 11
	1,0	0,649 0	1,0	4045	4489	0,850 0	1,0	0	1,0	0	1,0	0,7	0,046 89
	1,0	0,550 2	1,0	3535	3924	0,850 0	1,0	0	1,0	0	1,0	0,7	0,046 07
	0,922 4	0,720 3	0,951 3	3510	3854	0,850 0	1,0	0	0,922 4	0	0,922 4	0,7	0,043 70
	0,513 8	0,940 5	0,731 1	3185	3608	0,850 0	1,0	0	0,513 8	0	0,513 8	0,7	0,027 88
	0,980 9	0,688 7	0,982 9	1195	1713	0,697 6	0,820 7	0,179 3	0,805 0	0,176 2	0,981 2	1,0	0,070 41
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,257 4
По три смежных отсека	0	1,728 9	0	2030	5266	0,385 5	0,453 5	0,546 5	0	0	0	0,7	0
	0	1,645 9	0,025 4	4055	7311	0,553 3	0,650 9	0,349 1	0	0,009 0	0,009 0	0,7	0
	0,694 6	0,843 1	0,828 5	5565	6168	0,850 0	1,0	0	0,694 6	0	0,694 6	0,7	0,011 83
	0,414 5	0,994 0	0,677 6	5525	6099	0,850 0	1,0	0	0,414 5	0	0,414 5	0,7	0,004 01
	0	1,263 5	0,408 1	4705	5287	0,850 0	1,0	0	0	0	0	0,7	0
	0	1,218 7	0,452 9	3185	3888	0,819 2	0,963 8	0,036 2	0	0,016 4	0,016 4	0,7	0
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,005 8

$A = 0,738\ 4$

Продолжение табл. IV.4

Случай затопления	x_1	x_2	$\frac{x_1}{L_s}$, но не более 0,5	$\frac{x_2}{L_s}$, но не более 0,5	$\frac{x_1+x_2}{L_s}$, но не более 1,0	1+(15)+(16)+(17)	$a_p = 0,4$ (18)	$a_p p$ = (11) (19) для отдельных отсеков и (12) (19) для смежных отсеков 2 и 3	μ	l_s^*	l_f^*	$\frac{\mu l_s^*}{0,8 l_f^*}$	1,246 (24)
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Отдельные отсеки	0	12,0	0	0,095 39	0,095 39	1,190 8	0,476 3	0,019 06	0,980	12,0	22,86	0,643 0	0,801 2
	12,0	35,0	0,095 39	0,279 81	0,375 20	1,750 4	0,700 2	0,086 89	0,840	25,3	19,87	1,336 9	1,665 8
	39,4	53,8	0,313 19	0,427 66	0,740 85	2,481 7	0,992 7	0,055 01	0,600	16,5	21,92	0,564 6	0,703 5
	53,8	69,6	0,427 66	0,5	0,980 92	2,908 6	1,163 4	0,075 97	0,600	15,8	26,11	0,453 8	0,565 4
	69,6	81,0	0,5	0,5	1,0	3,0	1,2	0,043 80	0,600	11,4	21,93	0,389 9	0,485 8
	81,0	97,0	0,5	0,5	1,0	3,0	1,2	0,080 16	0,600	16,0	17,97	0,667 8	0,832 1
	97,0	112,8	0,5	0,5	1,0	3,0	1,2	0,078 36	0,663	15,8	20,74	0,631 4	0,786 7
	112,8	125,8	0,5	0,5	1,0	3,0	1,2	0,055 56	0,980	13,0	25,10	0,634 5	0,790 6
	—	—	—	—	—	—	—	0,4949	—	—	—	—	—
По два смежных отсека	0	35,2	0	0,279 81	0,279 81	1,559 6	0,623 8	0,038 23	0,849	37,3	22,67	1,746 1	0,083 1
	12,0	53,8	0,095 39	0,427 66	0,523 05	2,046 1	0,818 4	0,083 07	0,734	41,8	18,73	2,047 6	0
	39,4	69,6	0,313 19	0,5	0,866 45	2,679 6	1,071 8	0,066 99	0,600	32,3	25,07	0,966 3	1,0
	53,8	81,0	0,427 66	0,5	1,0	2,927 7	1,171 1	0,065 82	0,600	27,2	24,90	0,819 3	1,0
	69,6	97,0	0,5	0,5	1,0	3,0	1,2	0,067 68	0,600	27,4	19,16	1,072 5	0,922 4
	81,0	112,8	0,5	0,5	1,0	3,0	1,2	0,077 52	0,625	31,8	17,74	1,400 4	0,513 8
	97,0	125,8	0,5	0,5	1,0	3,0	1,2	0,071 76	0,715	28,8	25,10	1,025 5	0,980 9
	—	—	—	—	—	—	—	0,4711	—	—	—	—	—
По три смежных отсека	0	53,8	0	0,427 66	0,427 66	1,855 3	0,742 1	0	0,743	53,8	19,41	2,574 3	0
	12,0	69,6	0,095 39	0,5	0,648 65	2,244 0	0,897 6	0,004 94	0,693	57,6	20,36	2,450 7	0
	39,4	81,0	0,313 19	0,5	0,957 07	2,770 3	1,108 1	0,003 77	0,600	43,7	26,11	1,255 3	0,694 6
	53,8	97,0	0,427 66	0,5	1,0	2,927 7	1,171 1	0,013 82	0,600	43,2	21,89	1,480 1	0,414 5
	69,6	112,8	0,5	0,5	1,0	3,0	1,2	0,004 08	0,617	43,2	17,71	1,881 3	0
	81,0	125,8	0,5	0,5	1,0	3,0	1,2	0,004 32	0,651	44,8	20,09	1,814 6	0
	—	—	—	—	—	—	—	0,030 9	—	—	—	—	—

при асимметричном затоплении. Аварийная ватерлиния до и после спрямления должна проходить на 0,3 м или $0{,}1 + (L_з - 10)/150$ м (в зависимости от того, что меньше) ниже отверстий, через которые возможно распространение воды по корпусу судна.

§ 43. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА НЕПОТОПЛЯЕМОСТИ НА ЭВМ

В расчетах непотопляемости, помимо информации о форме корпуса, используют данные, описывающие геометрию затопленных отсеков, и коэффициенты проницаемости. Одним из рациональных путей представления информации о форме отсеков является формирование объема отсека как общей части пространства, ограниченного корпусом судна и дополнительно заданной пирамидой или призмой, в основании которых лежат носовое и кормовое сечения отсека (рис. IV.13, *а*).

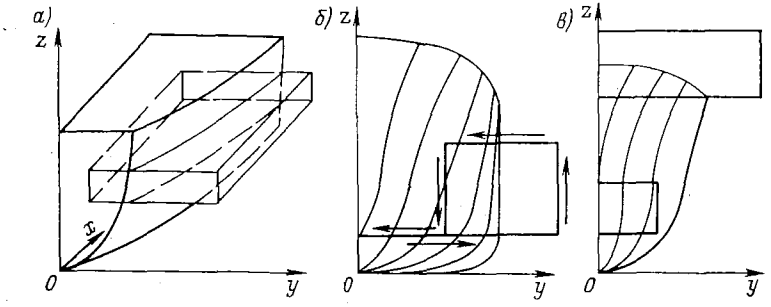


Рис. IV.13. Представление исходной информации о затопленных отсеках на ЭВМ.

Отсеки в районе мидель-шпангоута обычно имеют цилиндрическую форму. В этом случае достаточно задать абсциссы носовой $x_н$ и кормовой $x_к$ переборок и одно сечение с координатами z и y по правилам, приведенным в § 4 первого раздела. Точки, задающие внешнюю по отношению к корпусу часть отсека, должны иметь ординаты y, которые больше максимальной ширины судна. Это гарантирует от возможных ошибок, приводящих к пересечению внешней плоскости призмы с поверхностью корпуса (рис. IV.13, *б*). Программа расчетов должна предусматривать вычисление элементов только той части объема призмы, которая находится внутри корпуса. Такое же правило применяют к аппликатам точек z, формирующим отсек, прилегающий к верхней водонепроницаемой палубе (рис. IV 13, *в*).

Отсек в форме пирамиды фиксируют двумя сечениями при $x_н$ и $x_к$. В случае более сложной формы, а также при наличии уступов на ограничивающих плоскостях, отсеки разбивают на ряд условных отсеков (призматических элементов) в зависимости от кривизны ограничивающих их поверхностей.

Массивы координат x, y, z записывают по тем же правилам, что и данные о корпусе судна. В исходную информацию включают также данные о коэффициентах проницаемости каждого отсека, об уровне жидкости в нем, признаках симметричности (или несимметричности) затопления и т. п. При описании отсеков, исходя из общей точности расчетов по статике судна, следует также иметь в виду, что при длине $l^* = \Delta L/2$ отсек рассчитывают по одному среднему сечению, при $\Delta L/2 < l^* < \Delta L$ — по двум, при $l^* > \Delta L$ — по такому числу сечений, расстояние между которыми не превосходит теоретическую шпацию ΔL.

В практике расчетов на ЭВМ используют различные подходы к вычислению элементов подводного объема и действующей ватерлинии поврежденного судна. Рассмотрим один из наиболее распространенных способов, структура расчетных формул в котором сохраняется той же, что и для неповрежденного судна.

Положение свободной поверхности жидкости в затопленных помещениях определяют параметрами z_θ, θ, ψ_θ. В основу расчета закладывают координаты точек на сечениях затопленного отсека, абсциссы этих сечений, коэффициенты Δx формул приближенного интегрирования по длине отсека и длину отсека l^*.

Элементы подводного объема отсеков третьей категории, для которых $z_\theta = T_\theta$, вычисляют по формулам

$$\left.\begin{aligned} v &= \sum_i \Delta x_i \sum_j f_{1j}; \quad v x_{v\theta} = \sum_i x_i \Delta x_i \sum_j f_{1j}; \\ v y_{v\theta} &= \sum_i \Delta x_i \sum_j f_{2j}; \quad v z_{v\theta} = \sum_i \Delta x_i \sum_j f_{3j}, \end{aligned}\right\} \qquad (IV.12)$$

где

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= \frac{\mu}{2}(y_{\theta,\, j+1} + y_{\theta j})(z_{\theta,\, j+1} - z_{\theta j}); \\ f_2 &= \frac{\mu}{6}\left(y^2_{\theta,\, j+1} + y_{\theta,\, j+1} y_{\theta j} + y^2_{\theta j}\right)\left(z_{\theta,\, j+1} - z_{\theta j}\right); \\ f_3 &= \frac{\mu}{6}(2y_{\theta,\, j+1} z_{\theta,\, j+1} + y_{\theta,\, j+1} z_{\theta j} + \\ &\quad + y_{\theta j} z_{\theta,\, j+1} + 2y_{\theta j} z_{\theta j})(z_{\theta,\, j+1} - z_{\theta j}). \end{aligned}\right\} \qquad (IV.13)$$

Суммирование по i распространяется на все сечения данного отсека, а по j — на все точки, находящиеся под заданной ватерлинией, а также на точки пересечения каждого сечения с ватерлинией. Ординаты точек пересечения контура отсека с ватерлинией определяются так же, как и для всего шпангоута по формуле (I.13).

Элементы свободной поверхности жидкости в затопленном отсеке определяют соотношения

$$\left.\begin{aligned} s_\theta &= \mu \sum \Delta x_i \sum y_{\theta j} \operatorname{sign}\left(z_{\theta,\, j+1} - z_{\theta j}\right); \\ s_\theta x_{s\theta} &= \frac{\mu}{2} \sum \Delta x_i \sum y^2_{\theta j} \operatorname{sign}\left(z_{\theta,\, j+1} - z_{\theta j}\right); \\ s_\theta y_{s\theta} &= \mu \sum x_i \Delta x_i \sum y_{\theta j} \operatorname{sign}\left(z_{\theta,\, j+1} - z_{\theta j}\right); \\ i_{x\theta} &= \frac{\mu}{3} \sum \Delta x_i \sum y^3_{\theta j} \operatorname{sign}\left(z_{\theta,\, j+1} - z_{\theta j}\right); \\ i_{y\theta} &= \mu \sum x_i^2 \Delta x_i \sum y_{\theta j} \operatorname{sign}\left(z_{\theta,\, j+1} - z_{\theta j}\right); \\ i_{xy\theta} &= \frac{\mu}{2} \sum x_i \Delta x_i \sum y^2_{\theta j} \operatorname{sign}\left(z_{\theta,\, j+1} - z_{\theta j}\right), \end{aligned}\right\} \qquad (IV.14)$$

где ордината $y_{\theta j}$ вычисляется по формуле (I.13).

Приведенные формулы пригодны и для отсеков первой категории, так как при прохождении ватерлинии выше затопленного отсека расчет по формулам (IV.12) автоматически дает элементы полного его объема, а по формулам (IV.13) получим нули, что будет свидетельствовать об отсутствии смоченной поверхности в затопленном отсеке.

При расчете отсека второй категории задают параметры ватерлинии θ и ψ, а также абсолютное количество воды в отсеке (или ее относительное количество v/w в долях от полного объема отсека) и вычисляют параметр z_θ, статические моменты объема и элементы свободной поверхности. Расчет ведется способом последовательных приближений. Вначале по известному v задают $z_{\theta 1}$ и по формулам (IV.12)—(IV.14) определяют соответствующее значение v_1 и площадь $s_{\theta 1}$. Тогда $\Delta z_{\theta 1} = (v - v_1)/s_{\theta 1}$ и $z_{\theta 2} = z_{\theta 1} + \Delta z_{\theta 1}$.

Приближения заканчивают, если $|\Delta z_{\theta п}| < \Delta_{доп}$, полагая $\Delta_{доп} \approx 0{,}01$ м. После этого по заданным $z_\theta = z_{\theta п}$, θ и ψ с использованием формул (IV.12)—(IV.14) вычисляют элементы затопленного объема и свободной поверхности отсека третьей категории. Для перехода к отсеку второй категории следует положить

$$s_\theta = s_\theta x_{f\theta} = s_\theta y_{f\theta} = 0;$$

$$i_{x\theta} = \left[i_{x\theta} - \frac{(s_\theta y_{f\theta})^2}{s_\theta}\right]_3;$$

$$i_{y\theta} = \left[i_{y\theta} - \frac{(s_\theta x_{f\theta})^2}{s_0} \right]_3 ;$$

$$i_{xy\theta} = \left[i_{xy\theta} - \frac{s_\theta^2 x_{f\theta} y_{f\theta}}{s_\theta} \right]_3 ,$$

где индекс 3 указывает на то, что стоящие в квадратных скобках величины вычислены для отсека третьей категории.

Полученные формулы характеризуют потерянные элементы площади ватерлинии поврежденного судна.

Вычисляя элементы погруженного объема и действующей ватерлинии по формулам, аналогичным (IV.12)—(IV.14), и используя полученные данные для затопленного отсека, находят элементы поврежденной ватерлинии S_θ, $I_{xf\theta}$, $I_{yf\theta}$, $I_{xfy\theta}$ и пересчитывают их в системе координат

$$S = S_\theta \cos\theta; \quad I_{xf} = I_{xf\theta} \cos^2\theta; \quad I_{yf} = I_{yf\theta} \cos\theta; \quad I_{xfy} = I_{xfy\theta} \cos^2\theta.$$

Алгоритмы решения задач непотопляемости основаны на расчетных формулах, приведенных в § 36—40. Рассмотренные выше вспомогательные расчеты выполняют либо на каждом этапе анализа того или иного вопроса, либо в процессе предварительных вычислений.

Одной из наиболее важных задач в расчетах непотопляемости является определение положения равновесия поврежденного судна. Применяемые алгоритмы решения этой задачи основаны на использовании способа последовательных приближений, описанного в § 39 [см. формулы (IV.3) и (IV.4)] и пригодны для поиска ватерлинии равновесия как поврежденного так и неповрежденного судна.

Для улучшения сходимости итерационного процесса в качестве наибольших по модулю допустимых значений приращений принимают

$$|\Delta\theta|_{\max} = 0{,}20; \quad |\Delta\psi|_{\max} = 0{,}02; \quad |\Delta T|_{\max} = 0{,}10\,\Delta L,$$

а результаты двух последовательных приближений сравнивают с использованием следующих приемов.

Если $|\Delta\theta_{n+1}| \geqslant |\Delta\theta_n|$; $\operatorname{sign}\Delta\theta_{n+1} \neq \operatorname{sign}\Delta\theta_n$, то необходимо принять $\Delta\theta_{n+1} = -0{,}5\,\Delta\theta_n$.

Аналогично, если $|\Delta\psi_{n+1}| \geqslant |\Delta\psi_n|$; $\operatorname{sign}\Delta\psi_{n+1} \neq \operatorname{sign}\Delta\psi_n$, то принимают $\Delta\psi_{n+1} = -0{,}5\,\Delta\psi_n$.

Наконец, если $|\Delta T_{n+1}| \geqslant |\Delta T_n|$; $\operatorname{sign}\Delta T_{n+1} \neq \operatorname{sign}\Delta T_n$, то $\Delta T_{n+1} = -0{,}5\,\Delta T_n$.

Отмеченные правила используют в таком порядке: сначала уточняют приращение $\Delta\theta$, затем $\Delta\psi$ с учетом откорректированного $\Delta\theta$ и только после этого ΔT.

Итерационный процесс начинают со значений $\theta_1 = \psi_{\theta_1} = 0$, $T_{\theta_1} = \Delta L$ и заканчивают при одновременном выполнении следующих неравенств $|\Delta\psi_n| < 0{,}0005$; $|\Delta\theta_n| < 0{,}005$; $|\Delta T_n| < 0{,}1$ м; параметры посадки ψ_{n+1}, θ_{n+1}, T_{n+1} считают соответствующими ватерлинии равновесия.

Расчет непотопляемости плавучих буровых установок на ЭВМ ведется способом постоянного водоизмещения на основе математического описания затапливаемых отсеков как элементов водоизмещающих пространственных конструкций. В связи с изменением направления оси наклонения, соответствующим минимальным значениям плеч статической остойчивости при затоплении различных отсеков число рассматриваемых вариантов затопления увеличивается по сравнению с обычными судами.

Глава V

СПУСК СУДНА НА ВОДУ

§ 44. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ. ПРОДОЛЬНЫЙ СПУСК

Спуск, представляет собой перемещение судна со стапеля на воду. Используют неуправляемый и управляемый спуск. При неуправляемом спуске судно свободно движется по стапелю, а при управляемом процесс спуска контролируется и управляется вплоть до остановки судна. В этой главе рассмотрен неуправляемый

спуск — продольный и поперечный. При продольном спуске движение происходит параллельно ДП, при поперечном — параллельно плоскости мидель-шпангоута.

Продольный спуск может производиться вперед кормой или вперед носом. При движении вперед кормой вследствие большей полноты кормовой оконечности все явления спуска наступают раньше. Скорость движения спущенного судна в этом случае затухает быстрее, поэтому такой спуск наиболее распространен.

Поперечный (боковой) спуск менее распространен, хотя и обладает рядом преимуществ перед продольным; требует меньшей акватории у стапеля, технологически более прост и представляет меньше опасности для судна.

Спуск судна — явление динамическое, однако задача о продольном спуске обычно сводится к гидростатическому расчету, значительно схематизирующему взаимодействие движущегося судна с жидкостью. Вместе с тем, такое упрощение позволяет получить необходимые практические данные для оценки возникающих сил и моментов. Особенно сложной в теоретическом отношении оказывается задача о поперечном спуске, решение которой возможно только методами динамики. Поэтому важное значение приобретают экспериментальные методы исследования спуска, позволяющие на моделях судов изучить особенности динамики и сопутствующие явления в широком диапазоне возможных скоростей входа судна в воду. Как показывает практика моделирования спуска, экспериментальные данные, несмотря на сложность строгого соблюдения критериев подобия, оказываются достаточно близкими к результатам натурных измерений.

Продольный спуск. Элементы спускового устройства, действующие силы и периоды спуска. Спусковое устройство состоит из подвижной части (салазок), связанной с судном, и неподвижной части (фундамента), по которой перемещается судно вместе с салазками. Основные элементы спускового устройства при продольном спуске показаны на рис. V.1.

Характеристиками движущейся части спускового устройства являются: α_c — угол наклона киля по отношению к горизонту; c — возвышение киля над линией спусковых дорожек в плоскости yoz; L_1 — длина передней части полозьев в плоскости xoz; L_2 — длина задней части полозьев в плоскости xoz; сумма $L_0 = L_1 + L_2$ обычно составляет около 0,8 длины судна между перпендикулярами; s_c — путь, пройденный судном при поступательном движении; b_c — суммарная ширина всех полозьев; n — число полозьев.

Характеристиками неподвижной части спускового устройства служат: β_c — угол наклона спусковых дорожек к горизонту; λ_c — длина подводной части спусковых дорожек; T_0^* — глубина воды на пороге.

Угол β_c может быть постоянным, непрерывно возрастающим и непрерывно убывающим. Наибольшее распространение получили стапели с постоянным уклоном, тангенс которого обычно колеблется в диапазоне 1/12—1/15 для малых судов, 1/15—1/19 для средних и 1/19—1/24 для больших. Переменный уклон образуется по дуге круга большого радиуса в пределах от 5000 до 15 000 м.

Изменение тангенса угла наклона киля α_c происходит в тех же пределах, чаще всего $\alpha_c = \beta_c$. При различных углах расхождение между тангенсами не превышает $\pm 0{,}02$.

С учетом малости углов α_c и β_c в расчетах принимают, что

$$\sin\alpha_c \approx \operatorname{tg}\alpha_c \approx \alpha_c; \quad \cos\alpha_c \approx 1; \quad \sin\beta_c \approx \operatorname{tg}\beta_c \approx \beta_c; \quad \cos\beta_c \approx 1.$$

Элементы неподвижной части спускового устройства при постоянном угле уклона связаны между собой зависимостью $T_0^*/\lambda_c = \sin\beta_c \approx \beta_c$. Количество полозьев принимают от одного до четырех.

Продольный спуск делят на четыре периода.

Первый период считают от момента начала движения до входа в воду переднего конца полоза. Границей первого периода является появление силы плавучести. В этих условиях судно движется параллельно поверхности спусковых дорожек под действием сил тяжести и реакции фундамента.

Второй период считают от входа в воду переднего конца полоза до момента начала всплытия. Судно совершает движение параллельно поверхности спусковых дорожек. При этом появляются дополнительно действующие силы — сила плавучести и сопротивление воды. Границей второго периода служит начало

вращения вокруг поперечной оси, проходящей через задние концы полозьев или шарнир. Во втором периоде может произойти явление опрокидывания при спуске.

Третий период считают от начала всплытия до момента отделения полозьев от спусковых дорожек. В конце третьего периода прекращается действие реакции фундамента. В третьем периоде судно скользит задними концами полозьев по спусковым дорожкам и одновременно поворачивается вокруг поперечной оси, т. е. происходит постепенное всплытие. Движение совершается под действием сил тяжести, реакции фундамента и гидродинамических сил.

Четвертый период считают от момента отделения полозьев от спусковых дорожек до полной остановки судна. В четвертом периоде судно совершает движение по инерции под действием сил тяжести и гидродинамических сил, обычно сопровождающееся килевой и вертикальной качкой. При недостаточной глубине воды на пороге в начале четвертого периода может произойти соскакивание судна со стапеля.

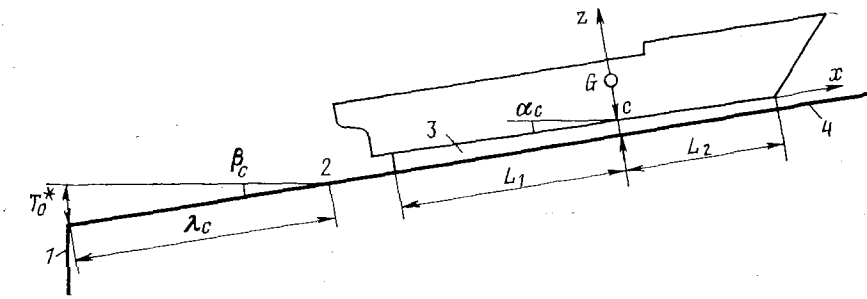


Рис. V.1. Элементы спускового устройства при продольном спуске.
1 — порог; *2* — урез воды; *3* — спусковые полозья; *4* — спусковые дорожки.

Силы, действующие на судно при спуске, делят на две категории: силы, не зависящие от скорости и ускорения судна, и силы, зависящие от них. Силами первой категории являются сила тяжести и сила плавучести. Сюда также могут быть отнесены вертикальная составляющая реакции фундамента и сила трения. Ко второй категории относят силу сопротивления воды и силы инерции массы судна и присоединенной массы воды.

Силу тяжести определяют как сумму

$$D_c = D + \Delta D,$$

где D — сила тяжести спускаемого судна; ΔD — сила тяжести движущейся части спускового устройства, обычно составляющая 7—15 % D. Величину D_c и точку ее приложения рассчитывают по данным о нагрузке судна и по рабочим чертежам спускового устройства.

Реакция фундамента, представляющая собой равнодействующую элементарных сил, распределенных по поверхности соприкосновения полозьев со спусковыми дорожками, может быть разложена на две составляющие: силу трения F и нормальную реакцию P. Силы F и P связаны зависимостью $F = fP$, где f — коэффициенты трения. Различают коэффициент статического трения f_s и коэффициент динамического трения f_d. По практическим данным $f_s \approx 0{,}03 \div 0{,}07$ и $f_d \approx 0{,}015 \div 0{,}040$. Во время опрокидывания и всплытия f_d может достигать 0,15.

Коэффициент трения, особенно динамического, зависит от многих факторов: удельного давления, состава насалки спусковых дорожек, состояния и тщательности сборки спускового устройства, температуры воздуха, пройденного пути и скорости движения.

Для оценки величин f_s и f_d можно использовать формулы

$$f_s = 0{,}0319/\sqrt{p}; \quad f_d = a/p,$$

где $a = 0{,}044 \div 0{,}060$; $p = P/(b_c L_0)$ — удельное давление, допускаемое значение которого колеблется в пределах 150—300 кПа.

Равнодействующую сил давления воды приближенно считают состоящей из двух слагаемых: силы плавучести погруженной части судна и спускового устройства и силы сопротивления воды.

Сила плавучести во втором периоде спуска из-за плотности прилегания полозьев к спусковым дорожкам будет меньше произведения объема погруженных частей на плотность воды и ускорение силы тяжести. Это уменьшение называют потерянной силой плавучести или силой присасывания. Потерянная сила плавучести определяется объемом призмы, непрерывно изменяющейся при движении судна, и обычно достигает наибольшего или близкого к нему значения в наиболее ответственные моменты спуска — опрокидывание и всплытие. В момент всплытия потерянная сила плавучести восстанавливается, так как вода проникает под полозья.

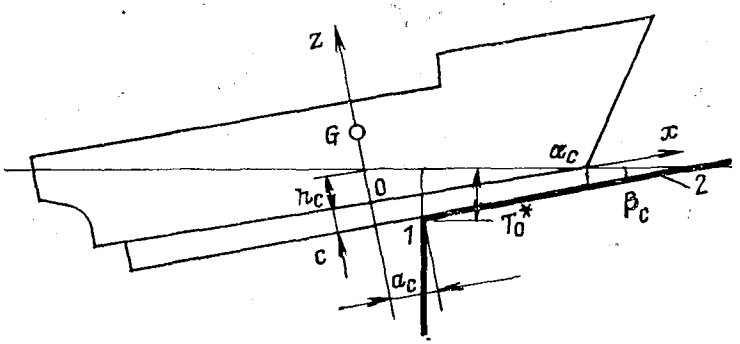


Рис. V.2. Параметры, определяющие положение судна на продольном спуске.
1 — порог; *2* — спусковые дорожки.

Полную силу плавучести считают состоящей из трех слагаемых

$$\rho g W = \rho g \left(V + v_1 - v_1'\right),$$

где $\rho g V$ — сила плавучести от погруженной части судна; $\rho g v_1$ — сила плавучести от погруженной части спускового устройства; $\rho g v_1'$ — потерянная сила плавучести, причем $\rho g v'_{max} = 0{,}5 \rho g b_c \lambda_c^2 \beta_c$.

Отстояние точки приложения полной силы плавучести от поперечной плоскости, проходящей через общий ЦТ судна и спускового устройства:

$$x_c = (1/W)\left(M_V + m_v - m_v'\right),$$

где M_V, m_v и m_v' — статические моменты объемов V, v и v' относительно той же плоскости.

Максимальный момент потерянной силы плавучести

$$\rho g m'_{v\,\max} = \rho g \left(\frac{\lambda_c}{3} - a_c\right) v',$$

где a_c — отстояние от порога линии действия силы D_c вдоль спусковых дорожек.

Величины V и M_V определяют по масштабу Бонжана, а v_1 и m_v — по рабочим чертежам спускового устройства.

Параметры, определяющие положение судна и условия осуществления продольного спуска. При исследовании спуска используют обычно применяемую в статике судна прямоугольную систему координат xyz, ось oz которой располагают не в плоскости мидель-шпангоута, а совмещают с перпендикуляром, проведенным из ЦТ к линии спусковых дорожек (рис. V.2). За неподвижную плоскость принят порог стапеля.

В первом и втором периодах спуска положение судна в любой момент времени определяют одним параметром — расстоянием a_c от начала координат, измеренным по линии спусковых дорожек. Величину a_c считают положительной, если начало координат не перешло за порог. Положение уровня воды относительно судна определяют отстоянием h_c от начала координат до уровня поверхности воды вдоль

оси, проходящей через точку G. Параметры a_c и h_c связаны между собой зависимостью

$$h_c = T_0^* - a_c\beta_c - c.$$

В третьем периоде спуска положение судна в любой момент времени характеризуют двумя параметрами: расстоянием $a_c + L_2$ от порога до задних концов полозьев и углом φ_c поворота судна относительно фундамента. Положение уровня воды относительно судна определяют расстоянием h_c и углом ψ_c, считающимся положительным при дифференте на корму. Связь между указанными параметрами выражают формулами

$$h_c = T_0^* - a_c\beta_c - c - \psi_c L_2; \quad \psi_c = \varphi_c - \alpha_c.$$

В четвертом периоде спуска в случае пренебрежения влиянием течения положение судна в любой момент времени определяют тремя параметрами: расстоянием $a_c + L_2$ от порога до задних концов полозьев, осадкой T_2 задними концами полозьев и углом φ_c. Положение уровня воды относительно судна характеризуют значениями h_c и ψ_c. Связь между указанными параметрами записывают в виде

$$h_c = T_2 - c - L_2\psi_c; \quad \psi_c = \varphi_c - \alpha_c.$$

Для проведения спуска типичны начало движения, опрокидывание, начало всплытия и соскакивания.

Начало движения судна в первом периоде спуска характеризуют условием $\operatorname{tg}\beta_c > f_s$ или $\beta_c > f_s$, при невыполнении которого для начала движения необходимо приложить к судну с помощью толкачей силу R, удовлетворяющую соотношению

$$R \geqslant D_c\,(f_s\cos\beta_c - \sin\beta_c) \approx D_c\,(f_s - \beta_c).$$

Опрокидывание происходит в том случае, если момент сил тяжести относительно порога M'_D в какой-либо момент окажется больше момента сил плавучести M'_W, т. е. $|M'_D| > |M_W|$. Это условие возможно только тогда, когда точка приложения равнодействующей всех сил перейдет за порог.

Обозначая расстояние от точки пересечения линии действия равнодействующей $N = D_c - \rho g W$ с линией спусковых дорожек до порога через r_c и считая его положительным, когда N не дошла до порога, можно получить условие опрокидывания в виде $r_c < 0$.

Реакция фундамента при опрокидывании сосредоточена на пороге и достигает 50 % силы тяжести D_c. Сила реакции может представлять опасность для корпуса и спускового устройства.

Всплытие наступает тогда, когда момент силы тяжести относительно задних концов полозьев M_D окажется меньше момента силы плавучести M_W, т. е. если $|M_D| < |M_W|$. Иначе говоря, условием начала всплытия будет момент, при котором линия действия равнодействующей N силы тяжести D_c и силы плавучести $\rho g W$ достигнет заднего конца полозьев. Обозначая через l_N расстояние от точки пересечения линии равнодействующей N с плоскостью спусковых дорожек до поперечной плоскости, проходящей через ЦТ судна и спускового устройства, можно записать условие начала всплытия как $l_N > L_2$.

Равнодействующую в момент начала всплытия $N_B = D_c - \rho g W$ называют **баксовым давлением**. Оно может достигать 30 % и более силы тяжести при спуске. Во время всплытия постоянно сохраняется равенство моментов $|M_D| = |M_W|$, поэтому равнодействующая N всегда проходит через задние концы полозьев.

Условие соскакивания определяется соотношением глубины воды на пороге T_0^* и осадки T_2 задних концов полозьев спущенного судна. Если $T_0^* < T_2$, то произойдет соскакивание, в противном случае судно плавно отделится от фундамента.

При малой скорости поступательного движения в условиях соскакивания судно может удариться кормовой оконечностью о порог или задними концами полозьев о грунт за порогом. Этот удар представляет опасность для корпуса судна, поэтому соскакивание, как явление динамическое, подлежит тщательному изучению.

§ 45. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОДОЛЬНОГО СПУСКА

Наибольшее распространение при изучении продольного спуска получили статические методы, на основе которых разработаны практические расчетные схемы. Используя приемы статики судна, можно исследовать ряд важных теоретических вопросов и явлений, возникающих в процессе продольного спуска, и упростить схему анализа. Приведем расчетные формулы, позволяющие выяснить характерные явления продольного спуска.

Критическое положение. Для обеспечения нормального спуска необходимо в процессе предварительных расчетов проверить опасность критического положения и правильно спроектировать спуск, предотвратив возможность опрокидывания.

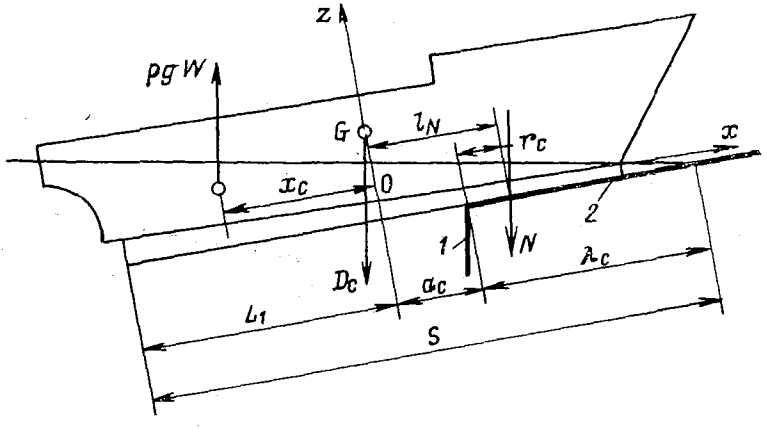


Рис. V.3. Силы и моменты, действующие на судно во втором периоде спуска.
1 — порог; *2* — спусковые дорожки.

Момент равнодействующей N относительно порога (рис. V.3)

$$M'_N = M'_D + M'_W,$$

где

$$M'_N = N(a_c + l_N); \quad M'_D = D_c a_c; \quad M'_W = -\rho g W(a_c + x_c).$$

Величина M'_N при движении судна во втором периоде сначала уменьшается и, достигнув некоторого минимального значения $(M'_N)_к$ (критическое положение), начинает возрастать. Для критического положения $d(M'_N)/da_c = 0$. Вычислив эту производную, можно установить зависимость $N = -\rho g S(a_c + x_f)\beta_c$, предложенную В. В. Семеновым-Тян-Шанским и называемую критическим уравнением по моменту; здесь S — площадь ватерлинии, x_f — абсцисса ЦТ площади S.

Обозначая через $a_к$ расстояние от порога до плоскости yoz в критическом положении, запишем

$$(M'_N)_к = -\rho g S(a_к + x_f)a_к\beta_c - \rho g W x_c,$$

где величины S, x_f, W, x_c относятся к критическому положению. Условием отсутствия опрокидывания является неравенство $(M'_N)_к > 0$. Чем больше величина $(M'_N)_к$, тем безопаснее спуск. Отношение $(M'_N)_к/(D_c L_0)$ характеризует возможность опрокидывания и запас против опрокидывания.

Рассматривают также критическое положение по равнодействующей

$$r_c = a_c + l_N,$$

где $l_N = -\frac{1}{N}\rho g W x_c$.

Если в критическом положении $r_c < 0$, то происходит опрокидывание. Вычислив производную dr_c/dh_c, можно получить зависимость $N = \rho g S (l_N - x_f)\beta_c$, предложенную В. Г. Власовым, и называемую критическим уравнением по равнодействующей.

Величину $r_к$, соответствующую критическому положению, называют критическим расстоянием:

$$r_к = a_к - \frac{\rho g W x_c}{D_c - \rho g W},$$

где величины W и x_c принимают для критического положения.

Критические положения по моменту $(M'_N)_к$ и по равнодействующей $r_к$ близки, но не совпадают. Условием отсутствия опрокидывания является неравенство $r_к > 0$. Чем больше величина $r_к$, тем безопаснее спуск.

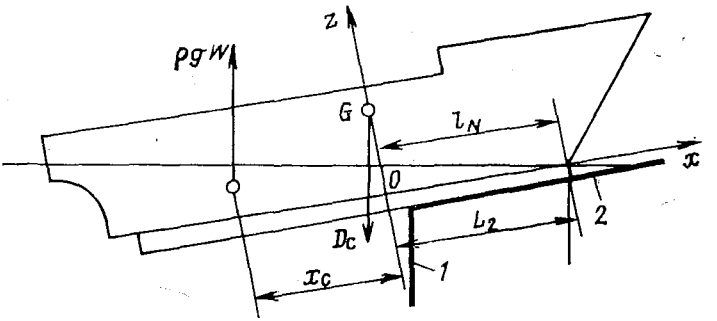


Рис. V.4. Положение судна в момент начала всплытия.
1 — порог; *2* — спусковые дорожки

Всплытие. Момент равнодействующей N относительно задних концов полозьев (рис. V.4)

$$M_N = M_D + M_W,$$

где

$$M_N = -N(L_2 - l_N); \quad M_D = -D_c L_2; \quad M_W = \rho g W (L_2 - x_c).$$

При $M_N = 0$ начнется всплытие, поэтому

$$D_c L_2 - \rho g W (L_2 - x_c) = 0. \qquad (V.1)$$

Зависимость (V.1), предложенную В. Г. Власовым, называют уравнением всплытия.

Баксовое давление $N_B = D_c - \rho g W$ вычисляют по приближенной формуле

$$N_B = \frac{D_c H_0 (\alpha_c + \psi_c)}{L_2 - x_f + T_м (\alpha_c + \psi_c)}, \qquad (V.2)$$

где H_0 — продольная метацентрическая высота; ψ_c — угол дифферента спущенного судна; H_0 и ψ_c берутся для водоизмещения D_c.

В третьем периоде спуска в момент начала вращения судна вокруг задних полозьев восстанавливается потерянная сила плавучести ($\rho g v' = 0$) и при дальнейшем движении судна

$$\rho g W = \rho g (V + v).$$

Для соблюдения уравнения равновесия в этих условиях [см. формулу (V.1)] судно повернется на угол

$$\Delta\varphi_0 = (1/I_a)(v' L_2 - m'_v),$$

где $I_a = I_{yf} + S(l_2 - x_f)^2$; I_{yf} — момент инерции площади ватерлинии всплытия относительно центральной поперечной оси.

В процессе развития третьего периода спуска судно перемещается и поворачивается так, что все время будет соблюдаться равенство нулю суммы моментов всех сил относительно задних концов полозьев. Этому условию отвечает соотношение

$$\Delta\varphi = -(S/I_a)(L_2 - x_f)\beta_c \Delta a_c,$$

справедливое при постоянстве величин S, x_f, I_a.

Задавая малые перемещения заднего конца полоза Δa_c и вычисляя по теоретическому чертежу величины S, x_f и I_a, можно получить соответствующие значения $\Delta\varphi$ и представить картину движения судна в третьем периоде в виде последовательных его положений с учетом поступательного и вращательного движений.

Соскакивание. Высоту прыжка при соскакивании определяют как разность

$$\Delta T = T_2 - T_0^*,$$

где T_2 — осадка задними концами полозьев; T_0^* — глубина воды на пороге.

Во время прыжка судно по инерции проходит положение равновесия, и задние концы полозьев опустятся глубже осадки T_2. Учитывая динамику прыжка и пренебрегая влиянием сопротивления воды, можно установить минимальное погружение задних концов полозьев $\Delta T_{max} = 2T_2 - T_0^*$ и принимать глубину воды на пороге не менее ΔT_{max}.

§ 46. ДИАГРАММЫ СПУСКА

Статический расчет второго периода продольного спуска выполняют графоаналитическим методом по масштабу Бонжана. Результаты расчета представляют в виде диаграмм спуска, позволяющих оценить возможность опрокидывания и баксовое давление в момент начала всплытия, а также глубину акватории для обеспечения условия соскакивания судна при сходе со стапеля. Используют диаграмму спуска в неподвижных координатах, диаграмму Балтийского завода, английскую и французскую диаграммы. На диаграмме спуска в неподвижных координатах рассматривают перемещение судна по неподвижному стапелю. Диаграмму спуска Балтийского завода и французскую диаграмму строят в предположении, что стапель вместе с прилегающей акваторией движутся относительно судна. Все зависимости на английской диаграмме спуска изображают в функции от пути, пройденного во втором периоде передним концом полоза.

Диаграмма спуска в неподвижных координатах, предложенная Н. Ф. Воеводиным (рис. V.5), отличается большой наглядностью. Для ее построения необходимо на исправленном масштабе Бонжана провести 5—6 наклонных ватерлиний, расположенных под углом так, чтобы в процессе расчета был перекрыт диапазон осадок между ватерлинией всплытия и критической ватерлинией. Одну из ватерлиний целесообразно провести через точку, соответствующую середине наибольшей осадки в рассмотренном диапазоне. Для каждой из наклонных ватерлиний по масштабу Бонжана и теоретическому чертежу вычисляют значения W, x_c, S, x_f.

Полученные данные позволяют определить равнодействующую N и ее плечо l_N, осадку заднего конца полоза $T_к$ и путь s_c, пройденный судном:

$$N = D_c - \rho g W; \quad T_к = L_1\beta_c + h_c + c; \quad s_c = T_к/\beta_c.$$

Построение диаграммы выполняют в следующем порядке. По горизонтали в принятом масштабе откладывают длину спускового полоза $L_0 = L_1 + L_2$ и длину подводной части стапеля λ_c (см. рис. V.5). Проводят вертикальные прямые, соответствующие линии порога и линии уреза воды. Линии миделя, носового и кормового концов полоза располагают наклонно под углом β_c, отложив этот угол по тангенсу с учетом различных масштабов по длине и высоте. По параметру h_c проводят все принятые ватерлинии и для каждой из них откладывают точки, соответствующие полученным значениям $\rho g W$ и l_N.

Для построения кривой $\rho g W$ в правом углу диаграммы фиксируют отрезок, равный силе тяжести при спуске D_c, и в некотором масштабе проводят вертикальную прямую, от которой откладывают величины $\rho g W$. Соединяя концы отрезков плавной кривой, получают кривую силы поддержания. Отрезки, дополняющие эту кривую до D_c, дают равнодействующую для данной ватерлинии. Откладывая

от линии миделя на ватерлиниях отрезки l_N и проводя через них огибающую, получают кривую l_N, минимум которой относительно порога характеризует критическую ватерлинию, а точка пересечения с линией заднего конца полоза — ватерлинию всплытия. Одновременно определяют значение и точку приложения баксового давления.

Отрезок, отсекаемый кормовым концом полоза на линии порога, равен в масштабе осадок глубине воды на пороге, а расстояние от точки O до точки 1 приложения баксового давления характеризует путь, пройденный судном во втором периоде.

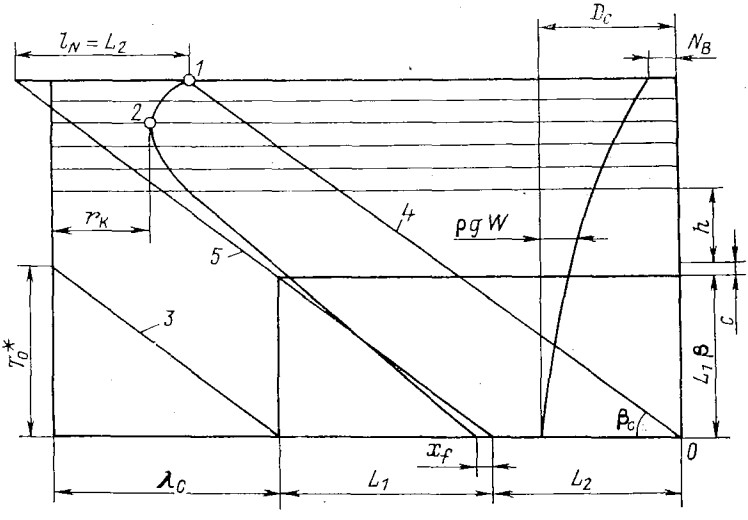


Рис. V.5. Диаграмма спуска в неподвижных координатах.

1 — ватерлиния всплытия; *2* — критическая ватерлиния; *3* — линия переднего конца полоза; *4* — линия заднего конца полоза; *5* — линия миделя.

После построения диаграммы спуска делается проверка соответствия полученного значения критического отстояния равнодействующей от порога допустимой величине $r_к$. Это отстояние должно быть равно не менее одной теоретической шпации. Если это условие не выполняется, надо увеличить длину подводной части стапеля таким образом, чтобы $r_к > L/20$.

На диаграмме спуска Балтийского завода и французской диаграмме в отличие от описанной рассматривается обращенное движение, т. е. перемещение уровня воды вместе с порогом и линией спусковых дорожек относительно неподвижного судна. По внешнему виду эти диаграммы мало различаются, поэтому остановимся на описании французской диаграммы, получившей большее практическое применение (рис. V.6).

Величины, представляемые на французской диаграмме, рассчитывают в той же последовательности, что и для диаграммы спуска в неподвижных координатах. Все зависимости строят в функции от текущего погружения переднего конца полоза T_1^*.

Построение диаграммы начинают с нанесения в принятом масштабе отрезков L_1 и L_2 и проведения под углом β_c (с учетом разных масштабов по длине и высоте) спусковой линии фундамента и положения порога стапеля. Расстояние по горизонтали между этими двумя наклонными прямыми равно λ_c, а по вертикали T_0^*.

В концах отрезков L_1 и L_2 восстанавливают перпендикуляры, характеризующие линию переднего конца полоза, линию ЦТ и линию заднего конца полоза. Величины $\rho g W$ откладывают на соответствующих ватерлиниях влево от линии ЦТ, а плечи l_N — вправо от нее. Приняв за ось отсчета вертикальную прямую, проходящую слева на расстоянии D_c от линии ЦТ, можно выражать равнодействующую N как длины отрезков между прямой и кривой $\rho g W$.

Точка C пересечения кривой l_N с линией заднего конца полоза определяет всплытие. Минимальное расстояние между кривой l_N и линией, характеризующей положение порога стапеля, определяет критическую ватерлинию. Путь, пройденный судном, связан с осадкой передним концом полоза зависимостью $s_c = T_1^*/\beta_c$. Французская диаграмма может быть легко приспособлена для изображения всех необходимых кривых в случае спуска судна со стапеля с прогрессивно возрастающим уклоном. В этих условиях спусковую линию фундамента изображают в виде кривой, в каждой точке которой тангенс угла наклона строят с учетом различия вертикального и горизонтального масштабов. Ватерлинии не будут параллельны и составляют некоторый постоянный угол β_c с касательной к кривой спускового фундамента в точке ее пересечения с соответствующей ватерлинией. Отмеченный угол β_c будет углом наклона спускового фундамента у уреза воды. Все вычисления и построения кривых следует производить для таких ватерлиний, поскольку вертикальным масштабом в этом случае пользоваться нельзя.

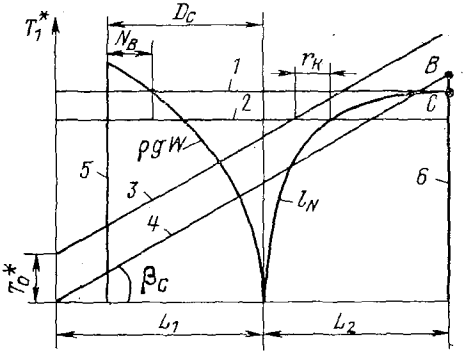


Рис. V.6. Французская диаграмма спуска.

1 — ватерлиния всплытия; *2* — критическая ватерлиния; *3* — положение порога стапеля; *4* — спусковая линия фундамента; *5* — линия переднего конца полоза; *6* — линия заднего конца полоза.

Английская диаграмма спуска (рис. V.7) получила широкое распространение. Она строится в зависимости от пути, пройденного судном во втором периоде передним концом полоза, и содержит зависимости для действующих сил и моментов: силы тяжести D_c и ее моментов относительно заднего конца полоза $M_D = -D_c L_1$ и относительно порога $M'_D = -D_c(s_c - \lambda_c - L_1)$; силы поддержания $\rho gW = \rho g(V + v - v')$ и ее моментов относительно заднего конца полоза $M_W = \rho gW(L_2 - x_c)$ и относительно порога $M'_W = \rho gW(s_c - \lambda_c - L_1 - x_c)$.

Сила плавучести и ее моменты описываются нелинейными функциями, остальные величины изменяются линейно: две из них (D_c и M_D) представляют собой горизонтальные прямые и одна BQ (момент M'_D) — наклонную.

Все вычисления для построения кривых ρgW, M_W и M'_W производят с помощью исправленного масштаба Бонжана для пяти-шести наклонных ватерлиний, как это было описано ранее. Каждой из этих ватерлиний будет соответствовать путь $s_i = L_1 + \frac{1}{\beta_c}(h_c + c)$.

В точке A на диаграмме имеем равенство моментов $M_D = M_W$, характеризующее начало всплытия. Абсцисса s_B этой точки представляет собой путь, пройденный судном до начала всплытия. Разность ординат D_c и ρgW при абсциссе s_B дает баксовое давление $N_B = D_c - \rho gW$.

В точке B момент $M'_D = 0$ и ЦТ находится над порогом. При переходе силы D_c через порог возможно опрокидывание, о котором можно судить по взаимному расположению зависимостей M'_D и M'_W и наличии точки их пересечения. Критическое положение соответствует минимальному расстоянию между M'_D и M'_W, а абсцисса соответствующей точки K — пути s_K.

Левее точки A диаграмма не имеет физического смысла, так как здесь наступает третий период спуска, в котором судно вращается вокруг задних концов полозьев и предположение, что полозья не отрываются от спусковых дорожек, теряет смысл.

Для решения вопросов, связанных с всплытием и опрокидыванием, достаточно иметь участок диаграммы между точками A и B. Абсцисса точки B может быть вычислена сразу по формуле $s_B = L_1 + \lambda_c$, а параметр соответствующей ватерлинии равен $h_c = T_0^* - c$. Абсциссу точки A определяют приближенно, используя формулу для баксового давления (V.2).

Полагая $\rho g V \approx \rho g W = D_c - N_B$, по гидростатическим кривым устанавливают осадку T и абсциссу ЦТ площади ватерлинии x_f, тогда $h_c = T + x_f \alpha_c$. С некоторым запасом можно считать $s_A \approx L_1 + \frac{1}{\beta_c}(1{,}2h_c + c)$.

Схемы вычислений всех необходимых величин для построения диаграммы спуска приведены в табл. V.1—V.3.

При проектировании спуска используют возможности рассмотренных диаграмм и выбирают ту из них, которая в большей степени отвечает поставленной задаче. В практических ситуациях часто приходится вносить различные изменения в исход-

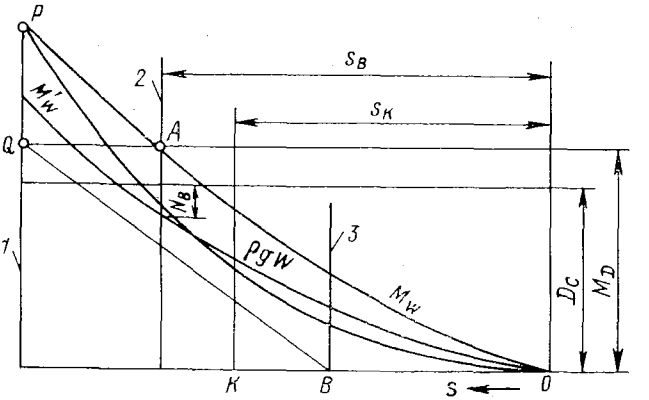


Рис. V.7. Английская диаграмма спуска.

1 — носовой конец полоза проходит над порогом; *2* — всплытие; *3* — точка приложения силы тяжести при спуске проходит над порогом.

ные данные (элементы нагрузки, глубину воды на пороге и др.). В этих условиях проще перестроить диаграмму в неподвижных координатах и французскую диаграмму. Достоинством английской диаграммы является большая ее наглядность.

Таблица V.1. **Вычисление водоизмещения и его момента относительно плоскости *yoz***

№ шп.	Площади шпангоутов		Произведения (1) [(2)—(3)]
	носовых	кормовых	
1	2	3	4
0	ω_0		0
1 2 ... $n/2$			
Суммы			
Поправки			
Исправленные суммы	$\sum_{\text{исп}_1}$		$\sum_{\text{исп}_2}$

Таблица V.2. **Вычисление полной силы плавучести и абсциссы точки ее приложения**

№ ВЛ	$h_c + c$	$s = L_1 + \frac{(2)}{\beta_c}$	$V + v_1$	$\rho g W = \rho g\,[(4) - v']$	$m'_v = v\left[\frac{(2)}{\beta_c} - \frac{2}{3}\lambda_c\right]$	$M_V + m_v$	$\rho g M_{Wyz} = \rho g\,[(7) - (6)]$	$x_c = (8) : (5)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1								
2								
3								
. . .								
m								

Таблица V.3. **Вычисление моментов M'_W и M_W, равнодействующей N и плеча ее приложения l_N**

№ ВЛ	s	x_c	$\rho g W$	$L_2 - (3)$	$M_W = (4)\,(5)$	$L_1 + \lambda_c - (2) + (3)$	$M'_W = (4)\,(7)$	T_1	$V + v_1$	$\rho g\,[(10) - v'_1]$	$m'_v = v\left[\frac{(9)}{\beta_c} - L_1 - \frac{2}{3}\lambda_c\right]$	$M_V + m_v$	$\rho g M_{Wyz} = \rho g\,[(13) - (12)]$	$N = D_c - (11)$	$l_N = (14) : (15)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1															
2															
3															
. . .															
m															

§ 47. РАСЧЕТ ПРОДОЛЬНОГО СПУСКА СПОСОБОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Для исследования критической ватерлинии и ватерлинии всплытия можно не строить диаграммы спуска, а применять способ последовательных приближений В. Г. Власова, переходя от некоторых произвольно назначенных ватерлиний к искомым до тех пор, пока не получим необходимый результат с заданной точностью.

Рассмотрим сначала всплытие. За исходную в этом случае принимают ватерлинию, соответствующую баксовому давлению N'_B, вычисленному по формуле (V.2). Для этого находят разность $\rho g W = D_c - N'_B$ и по грузовому размеру устанавливают параметр исходной ватерлинии $h'_c = T - x_f \alpha_c$, где $x_f = \pm (x'_f + x_g)$ [x'_f — абсцисса ЦТ площади ватерлинии; x_g — отстояние ЦТ спускаемого судна от миделя ($x_g > 0$, если ЦТ расположен в корму от миделя); знак «+» ставится перед скобкой при спуске кормой вперед и знак «—» — при спуске носом].

Полученную осадку h'_c откладывают на исправленном масштабе Бонжана и под углом α_c проводят исходную ватерлинию, для которой снимают площади ω. Аналогичные построения выполняют на теоретическом чертеже для определения ординат y наклонной ватерлинии. В результате по обычным формулам вычисляют площадь наклонной ватерлинии S и координату ξ, потерянную силу плавучести $\rho g v'_1$ и абсциссу x_c.

Тогда параметр ватерлинии всплытия

$$\Delta h_в = \frac{D_c L_2 - \rho g W (L_2 - x_c)}{\rho g S (L_2 - x_f)}. \qquad (V.3)$$

Если полученная величина $\Delta h_в$ окажется меньше $0{,}05 T_{ср}$—средней осадки спущенного судна, то можно ограничиться первым приближением. При $\Delta h_в > 0{,}05 T_{ср}$ следует выполнить второе приближение, приняв за исходную осадку параметр $h_в$. Обычно бывает достаточно одного приближения.

Для найденной ватерлинии всплытия определяют величину $a_в$, характеризующую положение судна на стапеле, баксовое давление N_B и погружение переднего конца полоза $T_в$ в момент начала всплытия:

$$a_в = \frac{1}{\beta_c}(T_0 - h_в - c); \quad N_B = D_c - \rho g W - \rho g S \Delta h_в; \quad T_в = h_в + c + \beta_c L_1. \qquad (V.4)$$

Ватерлинию всплытия принимают в качестве исходной для критического положения. Тогда $h_к = h_в + \Delta h_к$, где величина, соответствующая минимальному отстоянию $r_к$ равнодействующей от порога, будет

$$\Delta h_к = \frac{N_B}{\rho g S} - \sqrt{\frac{N_B}{\rho g S}(L_2 - x_f)\beta_c}. \qquad (V.5)$$

Если $\Delta h_к < 0{,}05 T_к$, то можно ограничиться первым приближением.

Для установленной таким образом критической ватерлинии находят величину $a_к$, равнодействующую $N_к$ и критическое расстояние $r_к$:

$$\left.\begin{aligned} a_к &= \frac{1}{\beta_c}(T_0 - T_к - c); \\ N_к = N_B - \rho g S \Delta T_к; \quad r_к &= \lambda_c + l_к - \frac{1}{\beta_c}(T_к + c), \end{aligned}\right\} \qquad (V.6)$$

где

$$l_к = x_f + \frac{1}{\beta_c}\sqrt{\frac{N_B}{\rho g S}(L_2 - x_f)\beta_c}.$$

Если расчет критического положения ведется по минимальному моменту M'_N равнодействующей относительно порога, то для определения $\Delta h_к$ можно воспользоваться формулой Семенова-Тян-Шанского

$$\Delta h_к = \frac{1}{2}\left[\frac{N_B}{\rho g S} + (a_в + x_f)\beta_c\right].$$

Условие наступления критической ватерлинии в этом случае принимают по тем же соображениям, что и в предыдущем случае. Момент равнодействующей и коэффициент опрокидывания вычисляют по формулам

$$(M'_N)_к = -\rho g S (a_к + x_f) a_к \beta_c + N_B L_2 - \rho g S x_f \Delta h_к; \qquad (V.7)$$

$$k = \frac{(M_N)_к}{D_c L_1},$$

а для параметра $a_к$ и величины $N_к$ используют те же соотношения, что и в предыдущем случае.

Приведенные выше расчетные формулы справедливы при постоянном уклоне $\beta_с$ спускового фундамента. При $\beta_с \neq const$ расчет значительно осложняется.

Пример. Производится расчет спуска способом последовательных приближений для ледокола, имеющего следующие характеристики: $L = 106{,}6$ м, $B = 23{,}1$ м, $H = 12{,}6$ м, $D = 35\,100$ кН, $x_g = -0{,}5$ м, $z_g = 7{,}35$ м, $\rho g = 10$ кН/м^3.

Элементы спускового устройства: $\Delta D = 3350$ кН, $x_{\Delta D} = 14{,}3$ м, $L_н = 43{,}25$ м, $L_к = 30{,}75$ м, $b = 3{,}0$ м, $c = 1{,}0$ м, $\alpha_с = \beta_с = 1/16 = 0{,}062\,5$, $T_0^* = 2{,}2$ м, $\lambda_с = T_0^*/\beta_с = 2{,}2 \cdot 16 = 35{,}2$.

Сила тяжести при спуске и абсцисса точки ее приложения $D_с = D + \Delta D = 35\,100 + 3350 = 38\,450$ кН;

$$x_g' = \frac{Dx_g + \Delta D x_{\Delta D}}{D_с} = \frac{-35\,100 \cdot 0{,}5 + 3350 \cdot 14{,}3}{38\,450} = 0{,}79 \text{ м}.$$

Длина передней и задней части полоза $L_1^* = L_к + x_g' = 30{,}75 + 0{,}79 = 31{,}54$ м; $L_2 = L_н - x_g' = 43{,}25 - 0{,}79 = 42{,}46$ м.

По гидростатическим кривым в предположении, что объем и сила тяжести спускового устройства взаимно уравновешиваются, для $V = D/(\rho g) = 3510$ м^3 устанавливают $T = 3{,}86$ м, $x_c = -2{,}41$ м, $z_c = 2{,}12$ м, $x_f' = -1{,}74$ м, $z_м = 110$ м.

Продольная метацентрическая высота, угол дифферента и осадки задним концом полоза спущенного судна

$$H_с = z_м - z_g \approx 110 \text{ м}; \quad \psi_с = -\frac{x_g - x_c}{H_c} = -\frac{-0{,}5 - (-2{,}41)}{102{,}7} = 0{,}0186;$$

$$T_2 = T + c + \psi_с (L_н - x_f') = 3{,}86 + 1{,}0 + 0{,}0186\,(43{,}25 + 1{,}74) = 5{,}70 \text{ м}.$$

Приближенное значение баксового давления

$$N_B = \frac{DH_с(\alpha_с + \psi_с)}{L_2 - x_f + T_м(\alpha_с + \psi_с)} = \frac{35\,100 \cdot 102{,}7\,(0{,}0625 + 0{,}0186)}{42{,}46 + 2{,}53 + 3{,}86\,(0{,}0625 + 0{,}0186)} = 6454 \text{ кН},$$

где $x_f = x_f' - x_g' = -1{,}74 - 0{,}79 = -2{,}53$ м.

Объемное водоизмещение, средняя осадка и параметр ватерлинии, соответствующие найденному баксовому давлению:

$$T = 3{,}19 \text{ м}; \quad V = \frac{1}{\rho g}(D - N_B) = 2860 \text{ м}^3;$$

$$h = T + x_f \alpha_с = 3{,}19 - 2{,}53 \cdot 0{,}0625 = 3{,}03 \text{ м}.$$

Для найденного значения h и угла $\beta_с$ по теоретическому чертежу и исправленному масштабу Бонжана определяют площадь ватерлинии, абсциссу ЦТ этой площади, объемное водоизмещение и абсциссу центра величины:

$$S = 1052 \text{ м}^2; \quad x_f = x_f' - x_g' = 7{,}00 - 0{,}79 = 6{,}21 \text{ м},$$

$$V = 3270 \text{ м}^3, \quad x_{c_1} = x_c' + x_g' = 7{,}61 + 0{,}79 = 8{,}40 \text{ м}.$$

Потерянная сила плавучести и ее момент относительно плоскости *yoz*

$$\rho g v' = \frac{1}{2}\rho g b \lambda_с^2 \beta_с = \frac{10 \cdot 3{,}0 \cdot 35{,}2^2}{2 \cdot 16} = 1162 \text{ кН};$$

$$\rho g m' = \rho g v' \left(\frac{h + c}{\beta_с} - \frac{2}{3}\lambda_c\right) = 1162\,(3{,}03 + 1{,}00)\,16 - \frac{2}{3} \cdot 35{,}2 = 47\,600 \text{ кН}.$$

Полная сила плавучести и абсцисса точки ее приложения

$$W = \rho g\,(V + v - v') = 32\,700 - 1162 = 31\,538 \text{ кН};$$

$$x_с = \frac{(V + v)\,x_{c_1} - m_v'}{W} = \frac{-32\,700 \cdot 8{,}40 - 47\,600}{31\,538} = -10{,}17 \text{ м}.$$

Параметр ватерлинии всплытия

$$\Delta h_{\text{в}} = \frac{D_c L_2 - \rho g W (L_2 - x_c)}{\rho g S (L_2 - x_f)} = \frac{38\,450 \cdot 42{,}46 - 31\,540\,(42{,}46 + 10{,}17)}{10 \cdot 1052\,(42{,}46 + 6{,}21)} = -0{,}06 \text{ м}.$$

Так как $\left|\frac{\Delta h_{\text{в}}}{T}\right| 100 = \frac{0{,}06}{3{,}76} \cdot 100 = 1{,}55\%$, расчет можно ограничить первым приближением и считать $h_{\text{в}} = h + \Delta h_{\text{в}} = 3{,}03 - 0{,}06 = 2{,}97$ м.

Баксовое давление, положение судна в момент начала всплытия и наибольшее погружение переднего конца полоза

$$N_B = D_c - \rho g W - \rho g S\, \Delta h_{\text{в}} = 38\,450 - 31\,540 - 10 \cdot 1052 \cdot 0{,}06 = 6279 \text{ кН};$$

$$a_{\text{в}} = \frac{1}{\beta_c}(T_0^* - c - h_{\text{в}}) = 16\,(2{,}2 - 1{,}0 - 2{,}97) = -28{,}3 \text{ м};$$

$$T_1 = (\lambda_c - a_{\text{в}} + L_1)\,\beta_c = (1/16)\,(35{,}2 + 28{,}3 + 31{,}5) = 5{,}93 \text{ м}.$$

Параметр критической ватерлинии

$$\Delta h_{\text{к}} = \frac{1}{2}\left[\frac{N_B}{\rho g S} + (a_{\text{в}} + x_f)\,\beta_c\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{6279}{10\,500} - (28{,}30 + 6{,}21)\,\frac{1}{16}\right] = -0{,}78 \text{ м};$$

$$h_{\text{к}} = h_{\text{в}} + \Delta h_{\text{к}} = 2{,}97 - 0{,}78 = 2{,}19 \text{ м}.$$

Положение судна относительно порога в критическом состоянии

$$a_{\text{к}} = \frac{1}{\beta_c}(T_0^* - c - h_{\text{к}}) = 16\,(2{,}20 - 1{,}00 - 2{,}19) = -15{,}80 \text{ м}.$$

Момент равнодействующей относительно порога (вычисляется с учетом момента слоя водоизмещения между ватерлиниями с параметрами h и $h_{\text{к}}$, т. е. $h - h_{\text{к}} = (\Delta h_{\text{в}} + \Delta h_{\text{к}})$ $M_N = -\rho g S\,(a_{\text{к}} + x_f)$ $a_{\text{к}}\beta_c - \rho g W x_c - \rho g S$ $(\Delta h_{\text{в}} + \Delta h_{\text{к}})\,x_f = -10 \cdot 1052\,(15{,}80 + 6{,}21) \cdot 16{,}8\,\frac{1}{16} + 31\,540 \cdot 10{,}17 - 10 \cdot 1052\,(0{,}06 + 0{,}78)\,6{,}21 = 22\,763$ кН. Так как $M_N > 0$, опрокидывания не происходит.

§ 48. ВЛИЯНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ СПУСКОВОГО УСТРОЙСТВА И СПУСКОВОЙ НАГРУЗКИ НА КРИТИЧЕСКОЕ ПОЛОЖЕНИЕ И ВСПЛЫТИЕ. СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СПУСКЕ

Изучение процесса спуска сводится к анализу экстремальных ситуаций — критического положения и всплытия. Приращение параметра ватерлинии всплытия определяют по формулам Власова, а параметра критической ватерлинии — по формулам Семенова-Тян-Шанского.

Уклон киля. Изменяя уклон киля на величину $\Delta\alpha_c$, можно влиять на всплытие и критическое положение.

Новое положение ватерлинии всплытия, характеризуемое параметром $h_{\text{в}} = h + \Delta h_{\text{в}}$, устанавливают, используя формулу для приращения

$$\Delta h_{\text{в}} = \left[x_f - \frac{I_{yf}}{S\,(L_2 - x_f)}\right]\Delta\alpha_c,$$

в которой величины S, x_f, I_{yf} относятся к исходной ватерлинии всплытия.

Значения $a_{\text{в}}$, $N_{\text{в}}$, $T_{\text{в}}$ для новой ватерлинии всплытия вычисляют по формулам (V.4), принимая за исходные соответствующие величины для первоначального положения всплытия.

Новое положение критической ватерлинии, характеризуемое параметром $h_{\text{к}} = h + \Delta h_{\text{к}}$, устанавливают, используя формулу для приращения

$$\Delta h_{\text{к}} = \frac{1}{2}\,x_f\,\Delta\alpha_c.$$

Момент равнодействующей

$$(M'_N)_к = M'_N + \Delta M'_N,$$

где $\Delta M'_N = [\rho g S x_f (a_c + x_f) + \rho g I_{yf}] \Delta\alpha_c$.

Значения $a_к$, $N_к$, k для новой ватерлинии с учетом $\Delta\alpha_c$ вычисляют по формулам (V.6) и (V.7), принимая за исходные соответствующие величины для первоначального критического положения.

Спусковая нагрузка. Изменяя спусковую нагрузку на величину ΔD с плечом x, можно влиять на всплытие и критическое положение.

Приращение параметра ватерлинии всплытия

$$\Delta h_в = \frac{\Delta D (L_2 - x)}{\rho g S (L_2 - x_f)},$$

где величины S и x_f относятся к исходной ватерлинии.

Значения $a_в$, N_B и $T_в$, относящиеся к новой ватерлинии с $h_в = h + \Delta h_в$, вычисляют по формулам (V.4), принимая за исходные соответствующие значения для первоначального положения всплытия. Приращение параметра критической ватерлинии момента равнодействующей

$$\Delta h_к = \frac{\Delta D}{2\rho g S}; \quad (\Delta M'_N)_к = (a_c + x)\Delta D.$$

Величины S и a_c относятся к исходной критической ватерлинии, а $a_к$, $N_к$ и k определяют по формулам (V.6) и (V.7).

Длина заднего конца полоза. Изменяя длину L_2 на величину ΔL, можно влиять на всплытие. Положение критической ватерлинии при этом остается неизменным. Приращение параметра ватерлинии всплытия

$$\Delta h_в = \frac{N_в \Delta L}{\rho g S (L_2 - x_f)},$$

где величины $N_в$, S и x_f относятся к исходной ватерлинии. Дальнейшие вычисления производят по формулам (V.4), принимая за исходные данные первоначальной ватерлинии всплытия.

Высота спускового устройства. Изменение высоты спускового устройства не влияет на параметры ватерлинии всплытия, на величину Δc и баксовое давление. Изменится только положение судна относительно порога в момент начала всплытия $a_в$ и погружение переднего конца полоза $T_в$:

$$a_в = a_c - (\Delta c/\beta_c); \quad T_в = T + \Delta c,$$

где a_c и T — значения, относящиеся к исходной ватерлинии всплытия.

Приращения параметра критической ватерлинии и момента равнодействующей в этом случае будут

$$\Delta h_к = -\frac{\Delta c}{2}; \quad \Delta M_N = -\frac{1}{\beta_c} N \Delta c.$$

Значения $a_к$, $N_к$ и k определяют по формулам (V.6) и (V.7), используя соответствующие величины исходного критического положения.

Влияние присоединения к судну поплавков. Этот случай рассматривают как снятие с судна груза ΔD, равного водоизмещению поплавков $\rho g \Delta v$, в точке, соответствующей ЦВ поплавков, т. е.

$$\Delta D = -\rho g \Delta v.$$

Скорость движения судна в первом периоде спуска определяют в зависимости от характера уклона стапеля. При постоянном уклоне и нулевой начальной скорости

$$v_c = \sqrt{2 g s_c (\beta_c - f_d)},$$

где s_c — путь, пройденный судном (в конце первого периода $s_c = s_1$ и $v_c = v_1$).

Для прогрессивно изменяющегося уклона спусковых дорожек, образованных по дуге окружности радиуса R, скорость движения судна находят по формуле И. Г. Бубнова

$$v_c = \sqrt{2gs_c(\beta_c - f_d)\left[1 \pm \frac{s_c}{R(\beta_c - f_d)}\right]},$$

где знак «+» соответствует прогрессивно возрастающему уклону стапеля, а знак «—» — прогрессивно убывающему; β_c — угол уклона спусковых дорожек в районе шпангоута, совпадающего с ЦТ судна, т. е. с началом координат в момент возникновения движения судна в первом периоде.

Расчет скорости судна во втором и третьем периодах удобно вести по формулам Семенова-Тян-Шанского

$$v_2 = \sqrt{e^{-n}\left[2g(\beta_c - f_d)\left(1 - \frac{q}{3}s_c^2\right)s_c + v_1^2\right]}; \qquad (V.8)$$

$$v_3 = \sqrt{e^{-n}\left[2g(\beta_c - f_d)\frac{N_B}{D_c}\left(1 - \frac{s_c}{2s_3}\right)s_c + v_2^2\right]}, \qquad (V.9)$$

где s_c — путь, проходимый судном (в начале каждого периода $n = 0$ и $s_c = 0$); s_3 — то же, но при отсутствии соскакивания; N_B — баксовое давление; v_1 и v_2 — значения скорости в конце первого и второго периодов.

Для определения величин n, q и s_3 служат формулы

$$\left.\begin{aligned} n &= \frac{C_s}{2}\left(1 - \frac{N_B}{D_c}\right)^{2/3}\frac{s_c}{\sqrt[3]{D_c/(\rho g)}}; \\ q &= \frac{1}{s_B^2}\left(1 - \frac{N_B}{D_c}e^{n_B}\right); \\ s_3 &= \frac{T_2}{\beta_c} + L_1 + L_2 - s_B, \end{aligned}\right\} \qquad (V.10)$$

где C_s — коэффициент гидродинамического сопротивления, определяемый по данным модельных испытаний, ориентировочное значение которого составляет 0,35; T_2 — осадка задними концами полозьев.

В момент начала всплытия и при соскакивании судна со стапеля формулы (V.8) и (V.9) принимают вид

$$v_в = \sqrt{e^{-n_в}\left[\frac{2}{3}g(\beta_c - f_d)\left(2 + \frac{N_B}{D_c}e^{n_в}\right) + v_1^2\right]};$$

$$v_c = \sqrt{e^{-n_c}\left[2g(\beta_c - f_d)\frac{N_B}{D_c}\left(1 - \frac{s_c^*}{2s_3}\right)s_c^* + v_2^2\right]}.$$

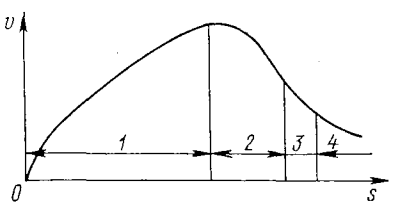


Рис. V.8. Изменение скорости движения судна при спуске.
1—4 — периоды спуска.

В этих формулах $s_c^* = \lambda + L_1 + L_2 + s_1$ — путь, пройденный судном в третьем периоде от всплытия до соскакивания, а величины $n_в$ и n_c находят по первой из формул (V.10) после подстановки значений пути до начала всплытия $s_в$ во втором периоде и начала соскакивания s_c в третьем.

Вследствие малости величин $n_в$ и n_c обычно принимают

$$e^{-n_в} \approx 1 - n_в; \quad e^{n_в} \approx 1 + n_в;$$

$$e^{-n_c} \approx 1 - n_c; \quad e^{n_c} \approx 1 - n_c.$$

Скорость судна в четвертом периоде спуска выражается соотношением

$$v_4 = v_c e^{-p_c s_c},$$

где v_c — скорость перед соскакиванием; $p_c = C_s/2\,(1 + k_s)\sqrt[3]{W}$; W — погруженный объем спущенного судна; $C_s \approx 0{,}12$; $1 + k_s \approx 1{,}05$.

Изменение скорости движения судна при спуске показано на рис. V.8.

§ 49. РАСЧЕТ ЗАДЕРЖНИКОВ

Для торможения спущенного судна с целью ограничения пути в четвертом периоде используют различные способы (цепные и канатные задержники, драги, щиты и др.). Строгий расчет этих устройств довольно трудоемок, поэтому ограничимся приближенными способами, нашедшими применение в практике спуска.

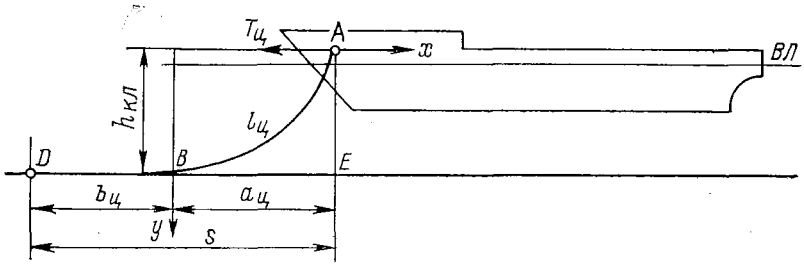


Рис. V.9. Торможение судна с помощью цепных задержников.

Цепные задержники. Расчет торможения судна с помощью цепных задержников проводят по схеме, разработанной Ю. А. Шиманским. В соответствии с этой схемой путь, проходимый судном в четвертом периоде s, разбивают на участки Δs и, последовательно переходя от участка к участку, вычисляют значения скорости движения судна. Эти значения наносят на диаграмму $v = f(s)$. Кривая скорости будет постепенно убывать, и в точке ее пересечения с осью абсцисс фиксируют путь, пройденный судном к моменту остановки судна (см. рис. V.8).

Заданными величинами являются $P_ц$ — сила тяжести 1 м цепи; $T_{цо}$ — разрывное сопротивление цепи задержника; $T_ц$ — натяжение цепи задержника. Известны также D_c — сила тяжести при спуске; v_3^* — скорость судна в конце третьего периода с момента схода с фундамента; ω и ω' — площади проекции на поперечную плоскость мидель-шпангоута и спускового устройства вместе со щитами; s_0 — расстояние от порога, на котором якоря легли на грунт; Δl — расстояние между задержниками; $l_ц$ — длина вытравленной цепи AB (рис. V.9); $l'_ц$ — длина части цепи, провисающей по цепной линии AB; $b_ц$ — длина части цепи BD, лежащей на грунте; s — путь DE, пройденный судном, если начало его считать от места сбрасывания якоря; $h_{кл}$ — возвышение клюза над грунтом AE; $a_ц$ — горизонтальное расстояние от клюза до точки касания цепи грунта BE.

Из рис. V.9 следует, что $l_ц = l'_ц + b_ц$; $s = a_ц + b_ц$; $l_ц - s = l'_ц - a_ц$.

Скорость движения судна на участке Δs определяют по формуле

$$v_{i+1} = \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{g}{D_c} K_0 \Delta s\right) v_i^2 - 2\frac{g}{D_c} R}{1 + \frac{g}{D_c} K_0\, \Delta s}}, \qquad (V.11)$$

где R — работа, затраченная на преодоление сопротивления задержников на рассматриваемом участке; $K_0 = 0{,}001/(6{,}5\omega + 60\omega')$.

Расчеты первого приближения выполняют в предположении, что $R = 0$, и начинают со значения $v_1 = v_3^*$, вычисляя v_2. Затем по v_2 находят v_3 и т. д. По полученным значениям v_1, v_2, v_3 ... строят кривую $v = f(s)$.

Сопротивление цепи начинает действовать с того момента, когда будут сброшены якоря, т. е. после того, как судно пройдет путь $s = s_0$. Поэтому на диаграмме, изображающей зависимость $v = f(s)$, откладывают от начала координат по оси

абсцисс в масштабе, принятом для s, расстояние s_0. От этой точки в дальнейшем ведется отсчет пройденного пути.

Величины $l'_ц$, $a_ц$ и $l'_ц - a_ц$, определяющие положение цепи, устанавливают по графику в зависимости от соотношения $\alpha_0 = T_{цо}/Ph_{кл}$ (рис. V. 10, *а*). По кривой $l_ц/h_{кл}$ исходя из разрывного сопротивления задержника $T_{цо}$, находят минимальное расстояние $l_{цо}$, на котором нужно установить первый задержник, чтобы цепь не вырвала якоря. Исходя из принятого расстояния $l_ц - l_{цо}$ между якорем и первым задержником и вычитая из него величину $l'_ц - a_ц = l_ц - s$, снятую с кривой $1/h_{кл}(l'_ц - a_ц)$ при $T_ц = 0$, находят путь s, после которого начинает появляться натяжение цепи $T_ц$.

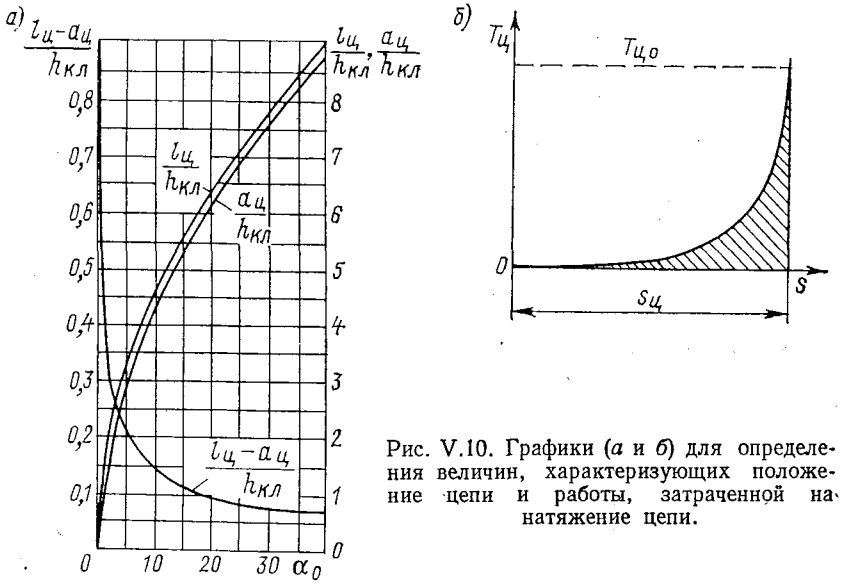


Рис. V.10. Графики (*а* и *б*) для определения величин, характеризующих положение цепи и работы, затраченной на натяжение цепи.

Натяжение цепи постепенно возрастает до величины $T_ц = T_{цо}$, т. е. до момента разрыва первого стопора. Работу R, затраченную на натяжение цепи от нуля до $T_{цо}$, вычисляют по диаграмме (рис. V.10, *б*), представляющей зависимость $T_ц = f(s)$ и построенной исходя из кривой $\frac{1}{h_{кл}}(l_ц - a_ц)$. На этой диаграмме работа выражается площадью под кривой $T_ц = f(s)$. Разбивая диаграмму на равные участки Δs в промежутке от $T_ц = 0$ до $T_ц = T_{цо}$, можно вычислить площадь диаграммы для участков, т. е. работу, затраченную на натяжение цепи на каждом участке. Значения работы R_1, R_2 и т. д. подставляют последовательно в уравнение (V.11) и вычисляют скорости v_{i+1} движения судна в конце пройденных участков Δs; при этом каждый раз используют скорости v_i, полученные для предыдущего участка. В результате получают скорость движения, соответствующую моменту разрыва первого стопора. На диаграмме скоростей строят кривую изменения скорости; эта кривая пойдет, очевидно, ниже ранее вычисленной по формуле (V.11) в предположении, что $R = 0$.

При дальнейшем движении судно будет испытывать сопротивление от рвущихся задержников, так как каждый раз некоторая длина цепи $\Delta l_ц$ будет сначала освобождаться, а затем натягиваться. Затраченную на это работу при двух якорных цепях вычисляют по выражению

$$R_ц = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{vt_1}{\Delta s}\right)[(T_{цо} + T_ц)\Delta s + vt_1(T_{цо} - T_ц)], \qquad (V.12)$$

где $T_ц$ — натяжение задержников (по рис. V.10), соответствующее длине $l_ц - s = l'_ц - a_ц$ при $T_ц = T_{цо}$, увеличенной на величину $\Delta l_ц$ освободившегося участка

цепи после разрыва задержника. Время t_1 от момента разрыва задержника до начала натяжения цепи вычисляют по формуле

$$t_1 = \frac{v}{g}\left(\sqrt{1 + \frac{2\Delta l_{\text{ц}} g}{v^2}} - 1\right). \qquad (V.13)$$

Скорость v, входящую в выражения (V.12) и (V.13), принимают равной скорости в конце предыдущего участка пути.

Вычисляя работу по формуле (V.12) для последовательных участков пути Δs и подставляя ее значения в формулу (V.11), получают скорость движения судна в конце указанных участков пути. Построив график $v = f(s)$, устанавливают значение пути, пройденного судном до остановки, т. е. до точки, соответствующей $v = 0$.

Канатные задержники. Расчет остановки судна с помощью канатных задержников выполняют по способу Власова.

Заданными величинами являются $D_{\text{с}}$ — сила тяжести при спуске; v_3 — скорость судна в конце третьего периода спуска в момент схода с фундамента; s — путь, проходимый судном до начала действия задержников; s_4 — путь, проходимый судном от начала действия задержников до полной остановки; $l_{\text{к}}$ — длина задерживающего каната от точки крепления к судну до точки крепления к нему первого стопора; l_n — длина задерживающего каната от точки его крепления к судну до точки крепления к канату последнего стопора; n — число стопоров; $\Delta l'_{\text{к}}$ — среднее уменьшение расстояния между точками крепления задержника к судну и береговой связи в момент разрыва стопора; $\lambda_{\text{ст}}$ — средняя длина стопора; K_0 — то же, что и в формуле (V.11); E — модуль упругости задерживающего каната ($E \approx 6{,}5 \cdot 10^4$ кН/м^3); p_r — натяжение в стопоре, при котором происходит его разрыв ($p_r = 7{,}5 \cdot 10^4$ кН/м^2); e_r — относительное удлинение стопора при разрыве ($e_r \approx 0{,}17$); $p_{\text{к}}$ — допустимое напряжение в задерживающем канате (кН/м^2), выбираемое в пределах 1/6 до 1/9 p_r.

Предварительно определяют: средний путь Δs, проходимый за промежуток времени между моментами разрыва двух последовательных стопоров, среднюю длину задерживающего каната $\Delta l_{\text{к}}$ между точками крепления к нему двух смежных стопоров; среднюю рабочую длину $l_{\text{к}}$ задерживающего каната:

$$\Delta s = s_4/n; \quad \Delta l_{\text{к}} = \frac{l_n - l_1}{n-1}; \quad l_{\text{к}} = \frac{l_1 + l_n}{2}.$$

Суммарная площадь поперечных сечений задерживающих канатов

$$S_{\text{к}} = \frac{K_0 \dot{s}_0^2 \Delta s}{\text{Э}\left(e^{\frac{2K_0 g s_4}{D_{c_1}}} - 1\right)},$$

где $\dot{s}_0^2 = \dot{s}^2 e^{-\frac{2K_0 g s_0}{D_{c_1}}}$ — квадрат скорости движения судна в момент начала действия первого задержника: $D_{c_1} \approx (1{,}1 \div 1{,}2)\, D_{\text{с}}$.

При условии, что

$$p_{\text{к}} = \frac{l_{\text{к}} - \Delta l'_{\text{к}}}{E} + e_r \lambda_{\text{ст}} > \Delta l_{\text{к}} + \Delta l'_{\text{к}},$$

среднее значение отнимаемой от судна энергии, отнесенной к единице площади поперечного сечения задерживающего каната,

$$\text{Э} = \frac{p_{\text{к}}^2}{2E}\left\{l_{\text{к}}\left[1 - \left(\frac{p_{\text{к}\, i-1}}{p_{\text{к}}}\right)^2 + \frac{2e_r \lambda_{\text{ст}} E}{3p_{\text{к}}}\right]\left[1 - \left(\frac{p_{\text{к}\, i-1}}{p_{\text{к}}}\right)^{3/2}\right]\right\},$$

где

$$p_{\text{к}\, i-1} = \frac{\frac{p_{\text{к}}}{E}(l_{\text{к}} - \Delta l_{\text{к}}) + e_r \lambda_{\text{ст}} - (\Delta l_{\text{к}} + \Delta l'_{\text{к}})}{\frac{l_{\text{к}}}{E} + \frac{e_r \lambda_{\text{ст}}}{\sqrt{p_{\text{к}} p_{\text{к}\, i-1}}}}.$$

Если же

$$\frac{p_к}{E}(l_к - \Delta l_к) + e_r\lambda_{ст} \leqslant \Delta l_к + \Delta l'_к,$$

то $p_{к\,i-1} = 0$ и величину Э определяют как

$$Э = \frac{p_к^2}{2E}\left(l_к + \frac{2e_r\lambda_{ст}E}{3p_к}\right).$$

Площадь поперечного сечения одновременно работающих стопоров

$$\omega_к = S_к\,\frac{p_к}{p_r}.$$

Длину окружности троса, идущего на задерживающий канат и на стопор, вычисляют по формулам

$$C_к = 2\sqrt{\pi S_к/m} \quad и \quad C_{ст} = 2\sqrt{\pi\omega_к/m},$$

где m — число одновременно работающих задерживающих канатов и стопоров.

Торможение цепными драгами. При торможении драгами, представляющими собой связки волочащихся по берегу цепей, кинетическая энергия спущенного судна расходуется на преодоление трения буксируемых драг. Длину тросов для связи драг с судном выбирают такой, чтобы действие драг началось после соскакивания судна со стапеля, во избежание преждевременной остановки. Расчет силы тяжести драг выполняют по схеме, предложенной В. Г. Власовым.

Заданными величинами являются: $D_{c_1} \approx (1{,}1 \div 1{,}2)\,D_c$, s_0 — путь, пройденный судном в четвертом периоде спуска до начала действия первой пары драг; v_f — скорость судна в момент соскакивания; K_0 — то же, что и в предыдущих расчетах; s_m — путь, пройденный судном с драгами до полной его остановки; f — коэффициент трения драг по грунту (для бетона $f = 0{,}55$; для насыпного грунта $f = 0{,}70$).

В результате расчета определяют общую силу тяжести драг в предположении, что драги вступают в действие последовательно парами, по одной с каждого борта:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} q_i = \sum_{i=1}^{n} a_i q,$$

где $q_1 = a_1 q$ — сила тяжести первой пары драг; $q_2 = a_2 q$ — сила тяжести второй пары драг и т. д.

Задаваясь числом пар драг и коэффициентами a_i, вычисляют значения силы торможения, создаваемой включением первой пары драг F_1 (по одной с каждого борта), второй пары F_2, n-й пары F_n

$$F_1 = a_1 fq; \quad F_2 = (a_1 + a_2)\,fq, \ \ldots, \ F_n = \sum_{i=1}^{n} a_i fq.$$

Зависимость тормозящей силы драг от пройденного пути имеет вид ступенчатой кривой (рис. V.11), площадь под которой определяет работу, поглощаемую трением драг. Силу тяжести драг определяют по формуле, основанной на замене ступенчатой кривой на участке $s_0 < s_n < s_m$ наклонной прямой

$$q \approx \frac{K_0 v_1^2}{f\varphi_n\left[e^{K'_2} - \frac{1}{K''_2}\left(e^{K''_2} - 1\right)\right]},$$

где $v_1 = v_f e^{-K'_1}$ — скорость движения судна к моменту начала действия первой пары драг; $K'_1 = 2K_0 g s_0/D_{c_1}$; $K'_2 = 2K_0 g s_m/D_{c_1}$; $K''_2 = 2K_0 g s_n/D_{c_1}$; $\varphi_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$.

Для смягчения рывка троса при включении драг их укладывают вдоль судна в виде подковы, расположенной открытой частью в сторону движения. При такой укладке волочению драг предшествует их переворачивание, смягчающее рывок.

Оценку возникающего в тросах усилия без учета смягчающего действия за счет переворачивания драги можно выполнить по формуле

$$F_{max} = qf + v_р \sqrt{\frac{qE\omega_д}{gl_д}},$$

где $l_д$ — длина троса драги; E — модуль Юнга для троса; $\omega_д$ — площадь поперечного сечения троса драги; $v_р$ — скорость движения судна в момент рывка.

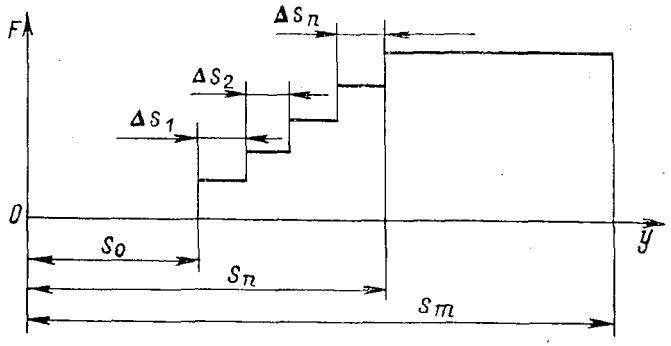


Рис. V.11. Зависимость тормозящей силы от пройденного пути.

Тормозные щиты. Для увеличения сопротивления воды при спуске используют тормозные щиты (плавучие или установленные на судне у передней оконечности). Демпфирующее действие щитов наиболее эффективно проявляется в третьем и четвертом периодах.

§ 50. ПОПЕРЕЧНЫЙ СПУСК

Элементы спускового устройства, действующие силы и периоды спуска. При поперечном спуске ДП обычно устанавливают вертикально, поэтому угол $\alpha_с$ между основной плоскостью и горизонтом равен нулю. Основные элементы спускового устройства показаны на рис. V.12.

Характеристиками движущейся части спускового устройства являются: c — возвышение киля над линией спусковых дорожек в плоскости xoz; L_1 — длина передней части полозьев в плоскости xoz; L_2 — длина задней части полозьев в плоскости xoz; $L_0 = L_1 + L_2$ — длина поверхности соприкосновения полозьев со спусковыми дорожками; $b_с$ — суммарная ширина полозьев; n — число полозьев.

Характеристиками неподвижной части спускового устройства служат: $\beta_с$ — угол наклона спусковых дорожек по отношению к горизонту; T_0^* — глубина воды на пороге или высота порога над водой; $\lambda_с$ — длина подвижной части спусковых дорожек.

Угол $\beta_с$ обычно постоянный, тангенс его колеблется в пределах от 1/5 до 1/15. Величина T_0^* может быть положительной, равной нулю или отрицательной. В последнем случае T_0^* будет высотой порога над водой. При $T_0^* = 0$ урез воды располагается на пороге и $\lambda_с = 0$. Количество полозьев может быть от двух до двадцати, а иногда и более.

Поперечный спуск делят на четыре периода.

Первый период считают от начала движения до начала опрокидывания. Границей первого периода является момент изменения характера движения. В этих условиях судно совершает движение, параллельное линии спусковых дорожек, под действием сил тяжести, трения и реакции фундамента. Возможен занос оконечностей.

Второй период считают от начала опрокидывания до входа в воду корпуса судна. Границей второго периода служит появление силы плавучести. В этих условиях судно совершает сложное движение, состоящее в сползании с порога и во вращении около порога под действием силы тяжести и реакции фундамента. Силами, возникающими при входе в воду полозьев, обычно пренебрегают.

Третий период считают от входа в воду корпуса судна до соскакивания. Границей третьего периода является момент исчезновения реакции фундамента. В этих условиях судно сползает с порога и одновременно вращается около порога под действием силы тяжести, реакции фундамента и гидродинамических сил.

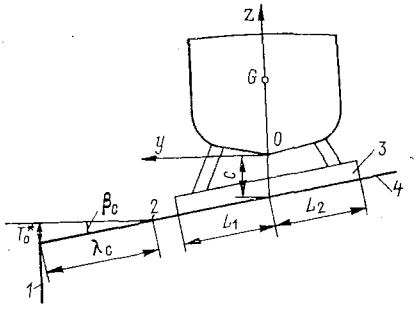


Рис. V.12. Элементы спускового устройства при боковом спуске.

1 — порог; *2* — урез воды; *3* — спусковые полозья; *4* — спусковые дорожки.

Четвертый период считают от соскакивания до прекращения движения. В этом периоде сначала происходит соскакивание, а затем судно по инерции совершает поступательное движение, вертикальные и поперечные колебания под действием силы тяжести и гидродинамических сил.

Если порог сильно возвышается над уровнем воды, то второй период будет от опрокидывания до соскакивания, а третий — от соскакивания до входа судна в воду. Однако такой случай на практике встречается крайне редко.

Классификация и порядок расчета действующих сил при боковом спуске те же, что и для продольного спуска. В отличие от последнего при боковом спуске потерянную силу плавучести обычно не учитывают, так как длина спусковых дорожек в этом случае не бывает большой. Ввиду того что динамические явления при боковом спуске оказывают большое влияние на все ответственные моменты спуска, силами, зависящими от скорости и ускорения, в этом случае пренебрегать нельзя и расчет целесообразно вести только методами динамики.

При динамическом расчете первого периода бокового спуска определяют условия начала движения, линейную скорость в конце периода и занос оконечностей, возникающий в том случае, если вызывающие движение в первом периоде силы составят пару, действующую в плоскости спусковых дорожек. Условие начала движения и линейную скорость находят так же, как и для продольного спуска.

Зависимость между углом заноса δ_1 и пройденным путем s_1 к концу первого периода устанавливают решением дифференциальных уравнений поступательного и вращательного движения судна [22]. Не останавливаясь на характеристике этих уравнений, запишем сразу выражение для плеча вращающего момента x_0, определяющего расстояние между ЦТ судна и равнодействующей сил трения:

$$x_0 = \frac{\delta_1}{s_1} \rho_{zz}^2 \left(\frac{\operatorname{tg} \beta_c}{f_d} - 1 \right), \qquad (V.14)$$

где $\rho_{zz} = I_{zz}/D_c$ — радиус инерции; I_{zz} — момент инерции массы судна относительно оси, перпендикулярной к плоскости спусковых дорожек и проходящей через ЦТ судна; f_d — средний коэффициент трения:

$$f_d = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_{d_i} R_i}{\sum_{i=1}^{n} R_i}.$$

Реакции полозьев R_i могут быть найдены, исходя из кривой нагрузки судна, тем же способом, как находят реакции кильблоков при постановке судна в док. Удель-

ные давления P_i, необходимые для определения коэффициента динамического трения $f_d = a_d/P$, где $a_d = 0{,}044 \div 0{,}060$, получают из выражений

$$P_1 = \frac{R_1 n}{L_0 b_c}\cos\beta_c;\quad P_2 = \frac{R_2 n}{L_0 b_c}\cos\beta_c,\ \ldots,\ P_n = \frac{R_n n}{L_0 b_c}\cos\beta_c.$$

Задаваясь допустимым углом заноса $\delta_1 \approx 0{,}003$ рад в конце первого периода спуска, по формуле (V.14) можно получить допустимое расстояние x_0, которое должно быть не менее чем

$$x_0' = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_{d_i} R_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_{d_i} R_i},$$

где x_i — отстояние ЦТ судна от оси i-го полоза. Если x_0' окажется больше допустимой величины x_0, то необходимо так изменить нагрузку судна приемом балласта в одну из оконечностей, чтобы соотношение $x_0 > x_0'$ выполнялось.

Второй период бокового спуска непосредственной опасности для судна не представляет, и результаты его изучения используют как исходные данные при расчете третьего периода.

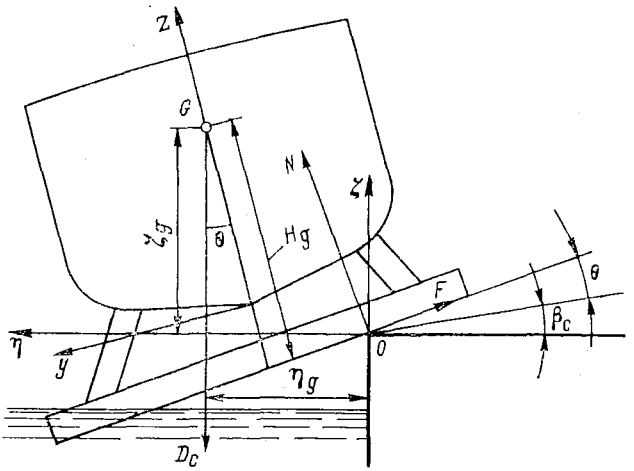


Рис. V.13. Силы и моменты, действующие во втором периоде бокового спуска.

Неизвестными величинами, подлежащими определению при анализе второго периода, являются координаты ЦТ судна в неподвижной системе η_g и ζ_g, угол крена θ, нормально действующая реакция фундамента N и сила трения F (рис. V.13). Для их нахождения составляют и решают пять уравнений [22], три из которых представляют собой суммы проекций всех сил на оси $o\zeta$ и $o\eta$ и сумму моментов этих сил относительно начала координат, одно уравнение выражает связь между углами и координатами и последнее — связь силы трения с нормальной реакцией. Приближенное решение исходных уравнений представляют в виде совокупности трех уравнений, позволяющих определить положение судна в любой момент времени:

$$\eta_g = \dot{s}_1 t;\quad \zeta_g = \eta_g(\theta + \beta_c) - H_g;\quad \theta = \frac{g s_1}{6\rho_{xx}^2} t^3,$$

где s_1 — путь, пройденный судном в конце первого периода спуска; $H_g = z_g + c$ — возвышение ЦТ над линией спусковых дорожек; $\rho_{xx}^2 = I_{xx}/D_c$ — радиус инерции; I_{xx} — момент инерции массы судна подвижной части спускового устройства относительно продольной центральной оси.

Для оценки изменяющейся во времени реакции фундамента служит формула

$$N = \frac{D_c}{\left[1 + \left(\frac{v_1 t}{\rho_{xx}}\right)^2\right]^2},$$

или, учитывая, что $\eta = v_1 t$, получаем значение реакции в конце второго периода

$$N_2 = \frac{D_c}{\left(1 + \frac{\eta^2}{\rho_{xx}^2}\right)^2}.$$

Сила трения F связана с величиной N зависимостью

$$F = f_d N.$$

Динамический расчет третьего периода бокового спуска. Основную опасность в третьем периоде представляет максимальный крен и удар передними концами полозьев о грунт. В этих условиях может возникнуть угроза опрокидывания.

Уравнения движения третьего периода получают из ранее используемых путем добавления в них членов, учитывающих действие гидростатических и гидродинамических сил и моментов на погружающееся судно. Приближенное решение исходных уравнений позволяет установить совокупность зависимостей, определяющих картину движения судна в третьем периоде:

$$\theta = \frac{g\rho_{xx}}{2\dot{\eta}_{cp}^2}\left\{\left[1 - \frac{1}{2}(a_2 + a_1\dot{\theta})\right]\tau_1 - \right.$$

$$\left. - \left[1 - \frac{1}{2}\left(a_2 + a_1\dot{\theta} - a_3 - \frac{2\dot{\eta}_{cp}}{g}A\right)\right]\operatorname{arctg}\tau_1\right\} + \theta_2\left(1 - \frac{\dot{\eta}_2^2}{\dot{\eta}_{cp}^2}\right);$$

$$\dot{\theta} = \frac{g}{2\dot{\eta}_{cp}}\frac{(1 - a_2)\tau_1^2 - \left(a_3 + \frac{2\dot{\eta}_{cp}}{g}A\right)}{\left(1 + \frac{g}{2\dot{\eta}_{cp}^2}a_1\right)\tau_1^2 + 1}; \quad \eta_g = \eta_2 + \dot{\eta}_{cp}t; \qquad (V.15)$$

$$\dot{\eta}_g = \frac{\dot{\eta}_2}{1 + \frac{\lambda_{22}g}{D_c}}\left[1 - c_\eta\frac{\rho}{4}\frac{F}{\frac{D_c}{g} + \lambda_{22}}(\eta_g - \eta_2)\right].$$

В этих формулах

$$a_1 = 4\frac{\lambda_{33}}{D_c}\dot{\eta}_{cp}; \quad a_2 = \frac{1}{2}\frac{\rho g V}{D_c}; \quad a_3 = -\frac{1}{2}\frac{\rho g V}{D_c}\frac{\eta_2^2}{\rho_{xx}^2};$$

$$\tau_1 = \frac{\eta}{\rho_{xx}} = \frac{\eta_2}{\rho_{xx}} + \frac{\dot{\eta}_{cp}t}{\rho_{xx}}; \quad \dot{\eta}_{cp} = \frac{1}{2}(\dot{\eta}_2 + \dot{\eta}_g);$$

$$A = \frac{1}{\rho_{xx}^2}\left(\frac{g\eta_2^2}{2\dot{\eta}_2\dot{\eta}_{cp}} - 2H_g\right)(\dot{\eta}_2 - \dot{\eta}_{cp}); \quad \lambda_{22} \approx 2\frac{T}{B}; \quad \lambda_{33} \approx \frac{1}{2}\rho V\frac{S}{F};$$

S — площадь ватерлинии; F — площадь погруженной части ДП; V — погруженный объем. Величина $\dot{\eta}_2$ характеризует скорость, η_2 — абсциссу ЦТ в конце второго периода спуска, а $C_\eta \approx 1$.

Расчет движения судна в третьем периоде выполняют в следующем порядке. Сначала строят графики зависимостей S, F и V от η_g и θ, используя теоретический корпус судна и чертеж спускового устройства. Задаваясь некоторой величиной η_g и принимая несколько значений θ, определяют из уравнения связи $\zeta_g = \eta_g(\theta + \beta_c) - H_g$ положение судна относительно уровня воды. Затем, снимая с корпуса соответствующие ординаты и вычисляя площади погруженных частей шпангоутов, находят F, S и V для данной комбинации значений η_g и θ, взятых через равные промежутки.

После построения графиков, полагают в первом приближении $F = S = V = 0$, $\dot{\eta}_{ср} = \eta_2$ и, задаваясь необходимым значением η_g, вычисляют θ по первой из формул (V.15), в которой будет $A = 0$ и $1 - \dot{\eta}_2^2/\eta_{ср}^2 = 0$. Для найденного θ и исходного значения η_g снимают с графиков S, F и V и подставляют в формулы для a_1, a_2, a_3 и λ_{33}. Затем делают второе приближение, вычисляя $\dot{\eta}_{ср}$, $\dot{\theta}$ и θ по зависимостям (V.15). Тем же путем может быть сделано третье и, если потребуется, последующие приближения. Точно так же могут быть вычислены величины $\dot{\eta}_{ср}$, $\dot{\theta}$ и θ для других значений η_g и, следовательно, для различных интервалов времени t, поскольку η_g и t связаны между собой зависимостью $\eta_g = \eta_2 + \dot{\eta}_{ср} t$.

Параметры η_g и θ, определяющие в совокупности с уравнением связи $\eta_g(\theta + \beta_c) - \zeta_g = H_g$ положение судна в конце третьего периода, устанавливают на основе приведенных выше формул. Третий период заканчивается, когда кормовой конец полоза приходит на порог. Этому моменту отвечает следующее приближенное соотношение между указанными параметрами:

$$\eta_3 = L_2 \cos(\theta_3 + \beta_c) + H_g \sin\theta_3 \approx L_2 + H_g\theta_3,$$

где η_3 и θ_3 соответствуют концу третьего периода.

В четвертом периоде спуска судно соскакивает с порога и движется по инерции. Реакция спусковых дорожек перестает действовать и положение судна определяется тремя параметрами: координатами ЦТ η_g и ζ_g и углом крена θ. Происходит движение лагом, сопровождающееся вертикальной и бортовой качкой около положения равновесия. Поэтому все характеристики корпуса в уравнениях движения, описывающих поступательные перемещения ЦТ и вращение судна относительно продольной центральной оси [22], заменяют средними значениями, соответствующими спущенному судну. Приближенное решение этих уравнений позволяет оценить максимальный угол крена и наибольшее погружение переднего конца полоза, а также проверить возможность удара судна бортом о порог стапеля.

Максимальное наклонение определяют по формуле

$$\theta_{max} = \sqrt{\theta_3^2 + \left(\frac{\dot{\theta}_3}{\omega_\theta}\right)^2},$$

где θ_3 и $\dot{\theta}_3$ — амплитуда боковой качки и угловая скорость в конце третьего периода; $\omega_\theta = \sqrt{\frac{D_c h_0}{I_{xx} + \lambda_{44}}}$ — частота бортовой качки; h_0 — начальная метацентрическая высота; $I_{xx} + \lambda_{44}$ — суммарный момент инерции массы судна и присоединенной массы воды относительно продольной центральной оси.

Максимальное погружение переднего конца полоза Z и отстояние Y от него до порога (рис. V.14) характеризуют соотношения

$$Z = \zeta_{max} + T_0 + H_g \cos\theta_{max} + L_1 \sin(\theta_{max} + \beta_c);$$

$$Y = \eta_{max} - H_g \sin\theta_{max} + L_1 \cos(\theta_{max} + \beta_c),$$

где

$$\zeta_{max} = \zeta_3 + 2\sqrt{(\zeta_3 - \zeta_0)^2 + \left(\frac{\dot{\zeta}_3}{\omega_\zeta}\right)^2}; \quad \eta_{max} = \eta_3 + \frac{1}{k}\ln\left(k\dot{\eta}_3\frac{\pi}{\omega_\zeta} + 1\right);$$

$$\beta_c = -\operatorname{arctg}\frac{\dot{\theta}_3}{\omega_\theta\theta_3}.$$

В этих формулах T_0 — глубина воды на пороге; величины η_3, $\dot{\eta}_3$ и ζ_3, $\dot{\zeta}_3$ принимают по данным расчета, соответствующего концу третьего периода спуска; ζ_0 — аппликата ЦТ спущенного судна в неподвижной системе координат; значения ω_ζ и k вычисляют по выражениям

$$\omega_\zeta = \sqrt{\frac{\rho g S}{(D_c/g) + \lambda_{33}}}; \quad k = \frac{C_\eta \frac{\rho}{2} F}{(D_c/g) + \lambda_{22}}.$$

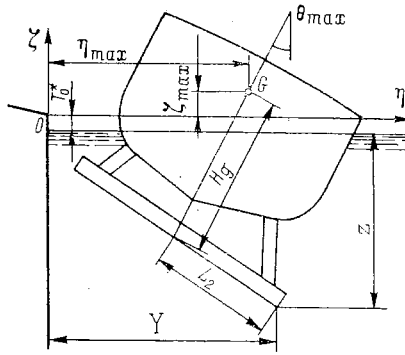
Для предотвращения удара носового конца полоза о грунт при соскакивании глубина воды за порогом на расстоянии Y от него должна быть не менее Z.

Возможность удара судна бортом о порог стапеля при обратном наклонении оценивают путем изображения судна с креном θ_{max} на левый борт на расстоянии η_g от порога (рис. V.15). Величину η_g определяют по формуле

$$\eta_g = \eta_3 + \frac{1}{k} \ln\left(k\dot{\eta}_3 \frac{2\pi}{\omega_\theta} + 1\right).$$

При наличии достаточного зазора между бортом судна и порогом стапеля удара не произойдет.

Одной из разновидностей бокового спуска является спуск с применением плавучей опоры. Используют два вида такого спуска. В одном случае спуск совершается по дорожкам, опирающимся на плавающий понтон, в другом — судно сначала пере-



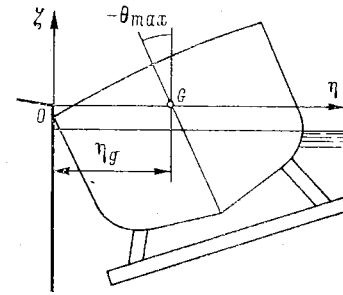


Рис. V.14. Положение судна в момент максимального погружения переднего конца полоза.

Рис. V.15. Оценка возможности удара судна бортом о порог стапеля.

водится на притопленный стационарно установленный понтон, буксируется вместе с ним на заранее выбранное место, а затем спускается с накрененного понтона. Схема расчета этого вида спуска описана в работе [26].

§ 51. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ СПУСКА СУДОВ. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА СПУСКА НА ЭВМ

Экспериментальные методы. Для более глубокого анализа процесса спуска судов широко используют экспериментальные методы: физическое и математическое моделирование, натурный эксперимент.

При физическом моделировании имитируется движение судна по стапелю с помощью специальной экспериментальной установки [22], позволяющей воспроизвести реальную картину поведения судна в различные периоды спуска. Во время модельных испытаний изучают траектории носового и кормового концов полоза, линейную и угловую скорости перемещения модели, а также изменение сил сопротивления в процессе спуска. Регистрацию указанных характеристик производят для широкого диапазона скоростей движения модели, регулируемых устройством, имитирующим трение. Наименьшую скорость выбирают исходя из обеспечения условий, соответствующих статическому спуску. Экспериментальная установка воспроизводит конфигурацию натурного стапеля и прилегающей акватории и позволяет исследовать элементы движения в зависимости от глубины воды за порогом.

Математическое моделирование спуска базируется на анализе дифференциальных уравнений, описывающих динамику судна при движении по продольному или поперечному стапелю и составленных на основе физических представлений о процессах и явлениях, наблюдаемых в модельном и натурном эксперименте. Наибольший практический интерес представляет исследование спуска в натурных условиях, проводимое для выяснения полной кинематической и динамической картины явления,

а также для определения коэффициента трения и сопротивления воды движению судна [22, 26]. Перемещение судна во время спуска обычно регистрируют с помощью кинокамеры, установленной на неподвижной площадке за порогом стапеля так, чтобы с возможно большей точностью можно было зафиксировать элементы движения судна во время соскакивания. Обработка материалов испытаний позволяет вычислить скорость судна в различные моменты времени $v = \mathrm{ds/dt} \approx \Delta s/\Delta t$, где Δs и Δt — интервалы пути и времени, и построить график зависимости $v = f(s)$. Начальный участок этой кривой получают по записи скорости с использованием датчика пути. Для удобства регистрации и обработки данных применяют специальную разметку на корпусе судна в виде четко зафиксированной сетки взаимно перпендикулярных линий (накрашенная ватерлиния и вертикальные полосы на определенном расстоянии одна от другой).

Коэффициент трения определяют на основании дифференциального уравнения, описывающего движение судна по стапелю при отсутствии сопротивления:

$$\frac{D_c}{g}\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} = D_c(\beta_c - f_d),$$

откуда

$$f_d = \beta_c - \frac{1}{g}\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}.$$

Производную dv/dt вычисляют графическим дифференцированием кривой $v = f(s)$ исходя из соотношения

$$\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{ds}}\frac{\mathrm{ds}}{\mathrm{dt}} = v\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{ds}} \approx v\frac{\Delta v}{\Delta s}.$$

Для установления момента всплытия и определения траектории кормового конца полоза в начале третьего периода строят график изменения дифферента $\psi = f(s)$.

Силу сопротивления воды во втором периоде спуска определяют в предположении $f_d = \mathrm{const}$ на основании дифференциального уравнения

$$R = -\frac{D_c}{g}\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} + N(\beta_c - f_d).$$

Принимая зависимость $N = f(s)$ по диаграмме спуска, а ускорение dv/dt по данным эксперимента, вычисляют текущие значения силы R и строят кривую $R = f(s)$.

Расчет продольного спуска на ЭВМ сводится либо к анализу процесса способом последовательных приближений для определения ватерлинии всплытия и критической ватерлинии, либо к построению диаграммы спуска. Для решения этих задач в ЭВМ вводят всю необходимую информацию об элементах судна и спускового устройства.

Процесс последовательных приближений основан на использовании формул перехода (V.3) и (V.5) для вычисления параметров $\Delta h_в$ и Δh_k. В отличие от ручного счета здесь исходные формулы для $\Delta h_в$ и Δh_k применяют многократно, принимая в каждом приближении осадку равной $T_{n+1} = T_n + \Delta T_n$. Итерационный процесс заканчивают при $|\Delta T_n| < 0{,}005$ м.

Элементы подводного объема и действующей ватерлинии вычисляют на основании алгоритмов, описанных в разделе «Плавучесть». Расчет элементов движущихся частей спускового устройства производят по той же схеме, задавая их так же, как и форму корпуса, с помощью поперечных сечений. Процедура предусматривает вычисление параметров ватерлинии всплытия и критической ватерлинии, а также значения баксового давления и момента равнодействующей всех сил в критическом положении.

При построении диаграммы спуска сначала для ряда равноотстоящих ватерлиний с шагом $\Delta T \approx \beta_c \Delta L$ определяют соответствующие значения водоизмещения и абсциссы ЦВ. Затем в зависимости от типа диаграммы по соответствующим формулам устанавливают параметры спуска. Для получения достаточно четкой картины изменения кривых и установления характерных точек, определяющих всплытие и критическое положение, принимают 10—15 наклонных ватерлиний.

Динамический расчет поперечного спуска на ЭВМ состоит в численном интегрировании системы дифференциальных уравнений движения судна, единой для всех периодов спуска и описывающей процесс от начала движения до полной остановки судна. В этом случае используют достаточно строгое математическое описание процесса,

поскольку сложность и громоздкость задачи не являются принципиальным препятствием для анализа на быстродействующих ЭВМ с помощью стандартных программ.

Если по каким-либо причинам при анализе принимаются зависимости для отдельных периодов спуска, как это сделано для ручного счета, то в качестве начальных условий каждого из последующих периодов принимают результаты, полученные в конце предыдущего интервала.

Коэффициенты дифференциальных уравнений предварительно определяют по специальным подпрограммам на базе исходной информации об изменении инерционных, демпфирующих, восстанавливающих и возмущающих компонентов.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Алчуджан Г. А.** Динамическая остойчивость буксирных судов на волнении. — В сб.: Теоретические и практические вопросы остойчивости и непотопляемости морских судов/Регистр СССР. М.—Л., Транспорт, 1968, с. 143—166.
2. **Благовещенский С. Н., Холодилин А. Н.** Справочник по теории корабля. Л., Судостроение, 1975.
3. **Брегман В. И.** Решение задач по статике корабля на ЭВМ. Л., Судостроение, 1966.
4. **Власов В. Г.** Статика корабля. Собр. тр., т. VI. Л., Судпромгиз, 1961.
5. **Власов В. Г.** О точности приближенных формул квадратур. Собр. тр., т. I. Л., Судпромгиз, 1959.
6. **Воеводин Н. Ф.** Изменение остойчивости судна. Л., Судостроение, 1973.
7. **Волков Б. Н.** Принципы, положенные в основу требований к делению морских судов на отсеки. — В сб.: Нормативно-методические материалы. Кн. первая/Регистр СССР. М.—Л., Транспорт, 1979, с. 81—118.
8. **Дорин В. С., Волков Б. Н.** Некоторые вопросы нормирования непотопляемости морских судов. — Судостроение, 1962, № 5, с. 4—12.
9. **Дорогостайский Д. В.** Практический способ расчета элементов посадки и остойчивости поврежденного судна. — В сб.: Теоретические и практические вопросы остойчивости и непотопляемости морских судов. М.—Л., Транспорт, 1965, с. 221—233.
10. **Крылов А. Н.** Теория корабля. Плавучесть и остойчивость. Собр. тр., т. IX, ч. I. М, АН СССР, 1948.
11. **Луговский В. В.** Теоретические основы нормирования остойчивости морских судов. Л., Судостроение, 1971.
12. **Мальцев Н. Я., Дорогостайский Д. Т., Прытков Ю. К.** Теория непотопляемости судна. Л., Судостроение, 1973.
13. **Методы** построения и согласования судовой поверхности с помощью ЭВМ/В. В. Ашик, А. А. Богданов, И. Б. Мараева, А. Н. Шебалов. Л., Судостроение, 1978.
14. **Муру Н. П.** Прикладные задачи статики корабля. Л., Судостроение, 1970.
15. **Нечаев Ю. И.** Остойчивость судов на попутном волнении. Л., Судостроение, 1978.
16. **Ногид Л. М.** Остойчивость судна и его поведение на взволнованном море. Л., Судостроение, 1967.
17. **Павленко Г. Е.** Проблемы статики корабля. Л., Морской транспорт, 1949.
18. **Регистр СССР.** Правила классификации и постройки морских судов. М.—Л., Транспорт, 1981.
19. **Резников Ю. Э., Рейнов М. Н., Шебалов А. Н.** Вычислительная техника в судостроительных расчетах. Л., Судостроение, 1975.
20. **Ремез Ю. В., Коган Е. М.** Расчет плавучести и начальной остойчивости на ЭВМ. Николаев, Изд. НКИ, 1978.
21. **Севастьянов Н. Б.** Остойчивость промысловых судов. Л., Судостроение, 1970.
22. **Семенов-Тян-Шанский В. В.** Статика и динамика корабля. Л., Судостроение, 1973.
23. **Сизов В. Г.** Об остойчивости судов, перевозящих сыпучие грузы. — Судостроение, 1958, № 6, с. 7—11.
24. **Скворцов В. Я.** Уточненный способ расчета крена судна на циркуляции. — Судостроение, 1960, № 4, с. 13—17.
25. **Справочник** по теории корабля/В. Ф. Дробленков, А. Н. Ермолаев, Н. П. Муру и др. М., Воениздат, 1984.
26. **Спуск** судов/ А. А. Курдюмов, В. П. Белявин, А. А. Гайсенок и др. Л., Судостроение, 1966.
27. **Фирсов Г. А.** Формула для расчета крена корабля на установившейся циркуляции. М., Изд-во АН СССР, ОТН, 1946, № 5, с. 679—682.
28. **Шиманский Ю. А.,** Вопросы из области теории корабля. — В сб. статей по судостроению. Л., Судпромгиз, 1954, с. 250—266.
29. **Abicht W.** Schiffstabilität und Lecksicherheit. Hansa, 1981, 118, N 2, S. 124—127.
30. **Chaymers D.** A Note on the Direct Calculation of Draught and Trim. — International Shipbuilding Progress, 1981, 28, N 319, p. 50—56.
31. **Grochowalski S., Pawlowski M.** The Safety of ro-ro Vessels in the light of the Probabilistic concept for Standardizing Unstability. — International Shipbuilding Progress, 1981, 28, N 319, p. 63—72.
32. **Cromer P.** Calculating the Cross-Curves of Stability Using the Hand-Held Programmable Calculator and Printer. — Marine Technologi, 1981, 18, N 2, p. 188—206.
33. **Joachim G.** Gedanken zur Statischen Stabilität von Schwimmkörpern. — Schiff und Hafen, 1981, 33, N 1, S. 105—107.
34. **Upahl E.** Betrachtungen über Stabilitätsverfahren im Seegang. — Schiffbautechnik, 1961, N 9, 10, S. 441—514.

Раздел второй

КАЧКА СУДОВ

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

B — ширина судна.
D — водоизмещение судна (сила тяжести).
D_θ — дисперсия углов бортовой качки.
D_ψ — то же килевой качки.
D_ζ — дисперсия волновых ординат.
d — плечо динамической остойчивости.
H_0, h_0 — продольная и поперечная начальные метацентрические высоты.
h — высота волны.
$h_{3\%}$ — то же 3 %-ной обеспеченности.
k — частота формы (волновое число).
L — длина судна.
l — плечо статической остойчивости.
$M_{кр}$ — кренящий момент.
$\vec{M}$ — момент гидромеханической силы.
$\vec{P}$ — гидромеханическая сила.
S_u — спектральная плотность процесса $u(t)$.
S_ζ — то же волнения.
T — осадка судна.
t — время.
w — относительный коэффициент квадратичного сопротивления бортовой качке.
α_0 — амплитуда угла волнового склона.
$\beta_в$ — курсовой угол волны.
δ — коэффициент общей полноты.
ε_θ — *начальная фаза бортовой качки.*
ε_ψ — то же килевой качки.
ε_ζ — то же вертикальной качки.
ε_η — то же поперечно-горизонтальной качки.
θ — угол крена и бортовой качки.
θ_0 — амплитуда линейной бортовой качки.
θ_m — то же нелинейной бортовой качки.
λ_{mn} — обобщенные присоединенные массы.
μ_{mn} — коэффициенты демпфирования.
μ_θ — безразмерный коэффициент линейного сопротивления при бортовой качке.
μ_ζ — безразмерный коэффициент сопротивления при вертикальной качке.
μ_ψ — то же при килевой качке.
ρ — плотность жидкости.
τ — период волн.
τ_θ — собственный период бортовой качки.
τ_ζ — то же вертикальной качки.
τ_ψ — то же килевой качки.
σ — площадь погруженной части шпангоута.
χ — угол рыскания.

ψ — угол дифферента и килевой качки.
ξ_g, η_g, ζ_g — абсцисса, ордината и аппликата центра тяжести (ЦТ) судна в первой подвижной системе координат.
ζ_A — амплитуда волны.
ζ_B — ордината волнового профиля.
ω — истинная круговая частота волн.
ω_θ — собственная частота бортовой качки.
ω_ζ — то же вертикальной качки.
ω_ψ — то же килевой качки.

Глава I

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

§ 1. ВИДЫ КАЧКИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Качкой судна называют его колебания на или вблизи свободной поверхности воды. Основной причиной качки является морское волнение. Составляющие колебательного движения судна называются его степенями свободы. Судно обладает шестью степенями свободы. В общем случае движения судна на реальном ветровом волнении его качка представляет сложный динамический процесс, который можно рассматривать как совокупность колебаний, отвечающих каждой степени свободы.

Степени свободы судна зависят от выбора системы координат, в которой рассматривается процесс качки. Однако на практике часто говорят об отдельных видах качки исходя из визуальных наблюдений и традиционных представлений о существовании несвязанных между собой видов колебаний. В этом смысле выделяют следующие виды качки:

вертикальную — поступательные колебания в вертикальном направлении, т. е. попеременное всплытие и погружение;

бортовую — вращательные колебания вокруг продольной оси, лежащей в диаметральной плоскости (ДП) судна, т. е. попеременный крен на левый и правый борт;

килевую — вращательные колебания вокруг поперечной оси, лежащей в плоскости, параллельной плоскости мидель-шпангоута, т. е. попеременный дифферент судна на нос и на корму.

Перечисленные виды качки сопровождаются возникновением сил поддержания и восстанавливающих моментов, стремящихся вернуть судно в положение устойчивого равновесия, из которого оно по какой-либо причине было выведено. Именно эти виды качки обычно наблюдаются, воспринимаются и регистрируются в условиях шторма. Поэтому их часто называют основными, в отличие от дополнительных, к которым относят виды качки:

продольно-горизонтальную — поступательное колебательное движение судна в направлении скорости его хода;

поперечно-горизонтальную — поступательное колебательное движение судна в направлении, параллельном плоскости мидель-шпангоута;

рыскание — вращательное колебательное движение вокруг вертикальной оси, проходящей через центр тяжести (ЦТ) судна.

При названных видах качки восстанавливающие силы и моменты не возникают, и эти виды существуют только при воздействии на судно переменных во времени внешних возмущений. Положение равновесия судна при этих видах колебаний является неустойчивым.

Количественные характеристики каждого вида качки подразделяются на пространственные и временные. Пространственные определяют величины отклонений судна от положения равновесия и включают текущие значения перемещений в процессе качки самого судна или его характерных точек, а также их максимальные, амплитудные значения. Временные характеристики определяют степень изменчивости во времени положения судна в выбранной системе отсчета и включают период, частоту и начальную фазу колебаний. Вычисление этих характеристик при заданном внешнем воздействии на судно и известных элементах последнего является обычно конечной целью расчета качки. В некоторых специфических задачах мореходности вычисляются также скорости и ускорения колебаний судна или его характерных точек,

§ 2. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Для математического описания колебательного движения гидромеханической системы судно — жидкость в общем случае используются три декартовы системы координат: неподвижная в пространстве и две подвижные. Неподвижная система координат $O^0\xi^0\eta^0\zeta^0$ характеризует абсолютное движение судна и жидкости. Плоскость $O^0\xi^0\eta^0$ этой системы совпадает с невозмущенной свободной поверхностью воды, а ось $O^0\zeta^0$ направлена вертикально вниз. В первой подвижной системе $O_1\xi\eta\zeta$ определяют колебания судна и жидкости по отношению к установившемуся поступательному движению в горизонтальной плоскости. Плоскость $O_1\xi\eta$ этой как бы скользящей системы всегда совпадает с горизонтальной плоскостью $O^0\xi^0\eta^0$, ось $O_1\zeta$ остается

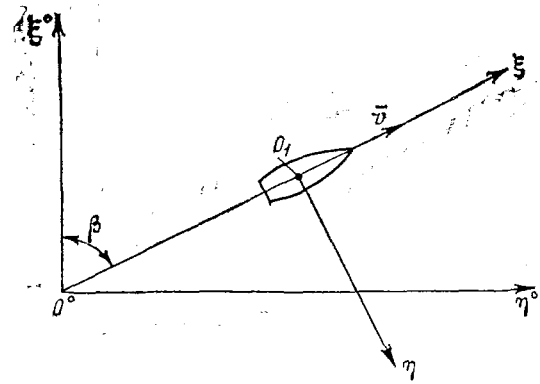


Рис. I.1. Неподвижная и первая подвижная (скользящая) системы координат.

вертикальной, а ось $O_1\xi$ направлена по средней скорости $\bar{v}$ прямолинейного движения судна в горизонтальной плоскости и составляет постоянный угол β с осью $O^0\xi^0$, как показано на рис. I.1. На основании рисунка можно записать формулы перехода от неподвижной системы к первой подвижной системе координат:

$$\left.\begin{aligned} \xi^0 &= (\xi + vt)\cos\beta - \eta\sin\beta; \\ \eta^0 &= (\xi + vt)\sin\beta - \eta\cos\beta; \quad \zeta^0 = \zeta \end{aligned}\right\} \tag{I.1}$$

и наоборот:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \xi^0\cos\beta + \eta^0\sin\beta - vt; \\ \eta &= \eta^0\cos\beta - \xi^0\sin\beta; \quad \zeta = \zeta^0, \end{aligned}\right\} \tag{I.2}$$

где t — время.

Вторая подвижная система координат $Oxyz$ вводится для описания формы обводов корпуса судна и жестко с ним связана. Плоскость Oxz этой системы совпадает с диаметральной плоскостью, ось Oz проходит через центр тяжести судна G и направлена вниз, ось Ox направлена к носу, а Oy — на правый борт. В положении равновесия обе подвижные системы совпадают. Для определения их взаимного расположения в произвольный момент времени используется корабельная система эйлеровых углов, впервые разработанная А. Н. Крыловым [42]. В настоящее время чаще применяется несколько иная форма эйлеровых углов, предложенная С. Н. Благовещенским [3], которая представляется более наглядной. Эта система изображена на рис. I.2, откуда видно, что угол θ определяет наклонения судна относительно центральной продольной оси, проходящей через точку G и параллельной Ox, угол χ — вращение относительно центральной вертикальной оси, параллельной $O_1\zeta$, а угол ψ — наклонения относительно линии узлов, образованной пересечением двух плоскостей, проходящих через центр тяжести судна: одна из них параллельна плоскости $O_1\xi\eta$, т. е. горизонтальна, а другая параллельна плоскости Oyz, т. е. плоскостям шпангоутов. За положительные направления отсчета углов примем: θ — на правый борт, ψ —

на корму, χ — против часовой стрелки. В случае, когда два других эйлеровых угла равны нулю, угол θ определяет чисто бортовую качку, угол χ — рыскание, а ψ — килевую качку. Заметим, что если $\chi = 0$, а $\theta \neq 0$, то угол ψ определяет наклонения судна вокруг центральной горизонтальной оси, параллельной линии пересечения плоскости $O_1\xi\eta$ с плоскостью шпангоута. Следовательно, в общей теории качки угол ψ имеет иной смысл, чем угол дифферента в статике корабля. При системе углов, принятой в статике, угол дифферента определял бы наклонения судна вокруг центральной поперечной оси, параллельной Oy.

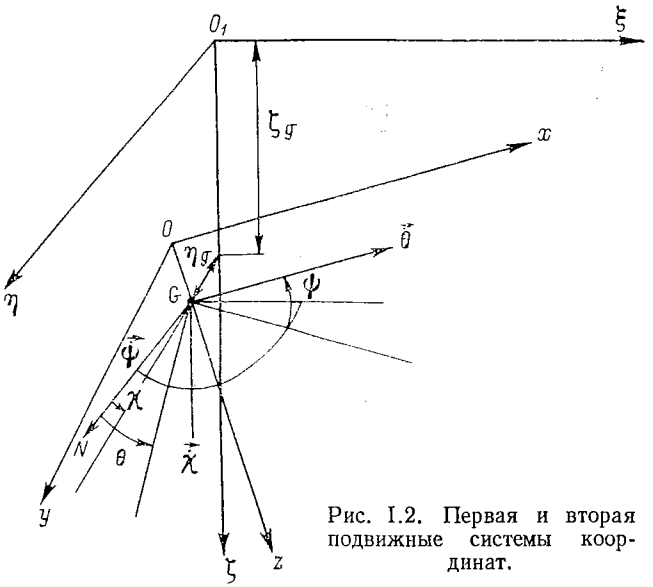


Рис. I.2. Первая и вторая подвижные системы координат.

Формулы перехода от первой подвижной системы к связанной системе координат имеют вид [3, 42]

$$\left.\begin{aligned}
\xi &= \xi_g + x\cos\chi\cos\psi + y(\sin\theta\cos\chi\sin\psi - \cos\theta\sin\chi) + \\
&\quad + (z - z_p)(\cos\theta\cos\chi\sin\psi + \sin\theta\sin\chi); \\
\eta &= \eta_g + x\sin\chi\cos\psi + y(\cos\theta\cos\chi + \sin\theta\sin\chi\sin\psi) + \\
&\quad + (z - z_p)(\cos\theta\sin\chi\sin\psi - \sin\theta\cos\chi); \\
\zeta &= \zeta_g - x\sin\psi + y\sin\theta\cos\psi + (z - z_p)\cos\theta\cos\psi.
\end{aligned}\right\} \qquad (I.3)$$

Формулы для обратного перехода

$$\left.\begin{aligned}
x &= (\xi - \xi_g)\cos\chi\cos\psi + (\eta - \eta_g)\sin\chi\cos\psi - (\zeta - \zeta_g)\sin\psi; \\
y &= (\xi - \xi_g)(\sin\theta\cos\chi\sin\psi - \cos\theta\sin\chi) + \\
&\quad + (\eta - \eta_g)(\cos\theta\cos\chi + \sin\theta\sin\chi\sin\psi) + (\zeta - \zeta_g)\sin\theta\cos\psi; \\
z &= z_p + (\xi - \xi_g)(\cos\theta\cos\chi\sin\psi + \sin\theta\sin\chi) + \\
&\quad + (\eta - \eta_g)(\cos\theta\sin\chi\sin\psi - \sin\theta\cos\chi) + (\zeta - \zeta_g)\cos\theta\cos\psi.
\end{aligned}\right\} \qquad (I.4)$$

Здесь ξ_g, η_g, ζ_g — продольно-горизонтальная, поперечно-горизонтальная и вертикальная координаты центра тяжести судна в первой подвижной системе; z_p — известная из расчета весовой нагрузки аппликата центра тяжести судна во второй подвижной системе координат ($z_p = 0$, когда центр тяжести расположен в плоскости равновесной ватерлинии Oxy). Введя эти системы координат, положение качающегося судна в произвольный момент времени определяют текущими координатами ξ_g, η_g,

ζ_g его центра тяжести, принятого за полюс, и тремя корабельными эйлеровыми углами θ, χ и ψ, характеризующими вращение судна как твердого тела относительно соответствующих осей, проходящих через выбранный полюс.

При весьма малых значениях эйлеровых углов, рассматриваемых в линейной теории качки, формулы перехода существенно упрощаются, и вместо (I.3) можно записать

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \xi_g + x - \chi y + \psi (z - z_p); \\ \eta &= \eta_g + \chi x + y - \theta (z - z_p); \\ \zeta &= \zeta_g - \psi x + \theta y + z - z_p. \end{aligned}\right\} \qquad (I.5)$$

Заметим, что в теории качки возможен выбор и других координатных систем: так, за полюс можно принять не центр тяжести судна, а точку O (см., например [73]); скорость движения начала O_1 первой подвижной системы можно принять изменяющейся во времени вследствие волнения и качки [51], а в случае криволинейного курса судна считать ее переменной и по направлению, пользуясь при этом вместо (I.1) формулами перехода, приведенными в [137].

§ 3. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ И РАСЧЕТА КАЧКИ

Общая задача гидродинамической теории качки формулируется на основе следующих физических представлений. Считается, что судно, элементы корпуса и нагрузки которого известны, движется заданным прямым курсом на взволнованном море под действием постоянной тяги винта и гидродинамических сил, приложенных к нему со стороны жидкости, как абсолютно твердое тело, обладающее шестью степенями свободы. Забортную воду считают тяжелой, несжимаемой, однородной жидкостью очень большой глубины, простирающейся по горизонту до бесконечности, а систему набегающих на судно морских волн — ветровых волн или мертвой зыби — заданной. Требуется определить характеристики качки судна с учетом взаимодействия его с жидкостью.

Большая часть ограничений, фигурирующих в общей задаче, не имеет принципиального характера и, существенно упрощая математические выкладки и результаты, мало влияет на основные закономерности процесса качки. Так, вместо прямого курса судна можно рассмотреть его пологую циркуляцию, тягу винта считать медленно изменяющейся во времени, судно полагать не абсолютно твердым, а слабо деформируемым телом, жидкость — не безграничным океаном, а внутренним морем, ограниченным по глубине и протяженности. Учет каждого перечисленного фактора вносит в закономерности качки судна определенные количественные изменения, иногда заметные (например, учет конечности глубины жидкости), чаще совсем незначительные (учет малых деформаций корпуса), но обычно не влияет на качественную сторону результатов.

Сформулированная задача — типичная прикладная задача классической гидромеханики. Чтобы не умалять ее общности, воду следует считать реальной вязкой жидкостью. Тогда решение задачи сводится к интегрированию уравнений Навье—Стокса или Рейнольдса (в зависимости от режима течения вокруг корпуса) совместно с уравнением неразрывности и к последующему удовлетворению начальных условий движения, граничных условий на поверхностях, ограничивающих жидкость, т. е. на ее свободной поверхности, на поверхности качающегося судна, на стенках или дне водоема (если он конечен), а также заданных условий на бесконечности.

Такая задача крайне сложна. Уравнения гидродинамики вязкой жидкости представляют собой громоздкую систему трех связанных нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, включающих и нестационарные члены. Границы жидкости также нестационарны, поскольку свободная поверхность покрыта бегущими волнами, а смоченная поверхность качающегося судна зависит как от элементов волн, омывающих корпус, так и от характеристик качки, меняющихся во времени, которые вдобавок неизвестны и сами подлежат определению в процессе решения задачи. Поэтому от последовательного, достаточно строгого подхода к решению общей задачи о качке судна на волнении отказываются и вводят важное, на наш взгляд, основное в теории качки допущение о возможности разделения действующих на судно гидродинамических сил на составляющие потенциальной и вязкостной природы.

Из теории волн известно, что основная причина качки — морское волнение — достаточно хорошо описывается с помощью концепции потенциального движения невязкой жидкости: силы трения слабо влияют на характеристики свободных, в частности прогрессивных, волн, а ветровые волны, согласно спектральному методу, могут быть представлены суперпозицией простых гармонических волн. Весьма незначительно влияние вязкости и на корабельные волны, вызываемые движением судна по свободной поверхности жидкости. На этом основании предполагают, что в общей задаче о качке судна на волнении главная роль принадлежит силам потенциальной природы; при выяснении структуры действующих на судно гидродинамических сил это позволяет широко использовать методы теории потенциального движения невязкой жидкости. Влияние вязкости в необходимых случаях учитывают с помощью эмпирических поправок, вводимых в формулы для гидродинамических сил и моментов по результатам специально проведенных экспериментов.

Наиболее полной характеристикой безвихревого движения жидкости является потенциал скорости: если он найден, то можно определить все кинематические и динамические параметры рассматриваемой гидромеханической системы.

Потенциал скорости $\Phi_s^0(\xi^0, \eta^0, \zeta^0, t)$ абсолютного движения жидкости, определяемый в абсолютной системе координат, удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta\Phi_s^0 = 0 \tag{I.6}$$

в области, занятой жидкостью и ограниченной ее свободной поверхностью и смоченной поверхностью качающегося судна. На каждой из этих поверхностей должны удовлетворяться граничные условия, а при нестационарном движении решение подчиняется еще и начальным условиям.

Граничные условия подразделяются на кинематические и динамические. Наиболее общий вид [46] кинематических граничных условий на свободной поверхности жидкости

$$\frac{d}{dt}\xi_в^0(\xi^0, \eta^0, \zeta^0, t) = 0, \tag{I.7}$$

а на смоченной поверхности судна

$$\frac{d}{dt}\Omega^0(\xi^0, \eta^0, \zeta^0, t) = 0, \tag{I.8}$$

где уравнение свободной поверхности

$$\zeta_в^0(\xi^0, \eta^0, \zeta^0, t) = 0, \tag{I.9}$$

а уравнение смоченной поверхности качающегося судна

$$\Omega^0(\xi^0, \eta^0, \zeta^0, t) = 0. \tag{I.10}$$

В задачах о движении твердого тела в невязкой жидкости условие (I.8) часто представляют в виде равенства нормальных составляющих скоростей жидкости и тела во всех точках смоченной поверхности

$$\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial n^0} = v_{n^0}, \tag{I.11}$$

где n^0 — нормаль к смоченной поверхности; v_{n^0} — нормальная составляющая скорости тела в неподвижной системе координат.

Динамическое граничное условие на свободной поверхности жидкости состоит в равенстве давления атмосферному во всех точках этой поверхности: $p = p_а$.

Давление в невязкой жидкости при ее безвихревом движении определяется интегралом Лагранжа

$$p = \rho g\zeta^0 - \rho\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial t} - \frac{\rho}{2}\left[\left(\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\xi^0}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\eta^0}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\zeta^0}\right)^2\right], \tag{I.12}$$

где ρ — плотность жидкости.

Поэтому данное условие сводится к равенству $p_а$ правой части (I.12) во всех точках поверхности (I.9).

Кинематическое и динамическое граничные условия на свободной поверхности обычно объединяют и переходят к единому граничному условию на ней. В теории волн это делается разными способами [41, 49, 83], и в результате получается равенство

$$\frac{\partial^2\Phi_s^0}{\partial t^2}-g\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\zeta^0}+2\left(\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\xi^0}\frac{\partial^2\Phi_s^0}{\partial t\,\partial\xi^0}+\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\eta^0}\frac{\partial^2\Phi_s^0}{\partial t\,\partial\eta^0}+\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\zeta^0}\frac{\partial^2\Phi_s^0}{\partial t\,\partial\zeta^0}\right)+$$

$$+\left(\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\xi^0}\right)^2\frac{\partial^2\Phi_s^0}{\partial\xi^{02}}+\left(\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\eta^0}\right)^2\frac{\partial^2\Phi_s^0}{\partial\eta^{02}}+\left(\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\zeta^0}\right)^2\frac{\partial^2\Phi_s^0}{\partial\zeta^{02}}+$$

$$+2\left(\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\xi^0}\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\eta^0}\frac{\partial^2\Phi_s^0}{\partial\xi^0\,\partial\eta^0}+\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\xi^0}\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\zeta^0}\frac{\partial^2\Phi_s^0}{\partial\xi^0\,\partial\zeta^0}+\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\eta^0}\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\zeta^0}\frac{\partial^2\Phi_s^0}{\partial\eta^0\,\partial\zeta^0}\right)=0. \quad (I.13)$$

Объединенное условие записывается более компактно, если используется векторная форма записи [133]

$$\frac{\partial^2\Phi_s^0}{\partial t^2}-g\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial\zeta^0}+2\nabla\Phi_s^0\nabla\frac{\partial\Phi_s^0}{\partial t}+\frac{1}{2}\nabla\Phi_s^0\left(\nabla\Phi_s^0\nabla\Phi_s^0\right)=0, \quad (I.14)$$

где ∇ — символ градиента.

Динамическое граничное условие на поверхности качающегося судна формулируется исходя из принципа динамического равновесия действующих на судно сил и моментов в каждый момент времени

$$\sum_i\vec{P}_i=0;\qquad\sum_i\vec{M}_i=0, \quad (I.15)$$

где составляющие главного вектора $\vec{P}_i$ и главного момента $\vec{M}_i$ включают силы тяжести, силы инерции массы судна и гидромеханические силы, определяемые потенциалом скорости движения жидкости.

Если рассматривается ограниченный водоем, то к выписанным граничным условиям добавляются условия на его границах — на дне мелкого моря, на стенках при движении в канале. Поскольку считается, что судно штормует в океане (теоретически безграничном), то вместо названных условий на границах следует добавить условия на бесконечности. Физически они очевидны: при большом углублении под свободную поверхность волновое движение должно затухать, а очень далеко от источника возмущений — судна — оно должно вырождаться в заданную систему набегающих волн, скорости которых ограничены. Таким образом, должны выполняться условия $\nabla\Phi_s^0\to 0$ при $\zeta^0\to\infty$, $\nabla\Phi_s^0$ ограничен при $\sqrt{\xi^{0^2}+\eta^{0^2}}\to\infty$.

Если движение судна и жидкости носит неустановившийся характер, то решение уравнения Лапласа должно подчиняться также начальным условиям, которые состоят в том, что в момент времени $t=0$ задаются положение, а также скорости судна и свободной поверхности жидкости. Начальное положение судна определяется координатами его центра тяжести ξ_{g0}, η_{g0}, ζ_{g0} и тремя эйлеровыми углами θ_0, χ_0, ψ_0 в момент $t=0$, а начальные скорости — соответствующими производными $\dot{\xi}_{g0}$, $\dot{\eta}_{g0}$, $\dot{\zeta}_{g0}$, $\dot{\theta}_0$, $\dot{\chi}_0$, $\dot{\psi}_0$. Начальное положение свободной поверхности жидкости определяется уравнением $\zeta_в^0(\xi^0,\eta^0,\zeta^0,0)=0$, а вместо начальных скоростей жидких частиц может быть задано [41] начальное значение потенциала скорости $\Phi_s^0(\xi^0,\eta^0,\zeta^0,0)$.

При решении задач о качке судна на ходу удобнее использовать первую подвижную систему координат, в которой можно сформулировать граничную задачу, воспользовавшись формулами перехода (I.2). Обозначив $\Phi_s(\xi,\eta,\zeta,t)$ потенциал скорости абсолютного движения жидкости, выраженный в координатах первой подвижной системы, имеем

$$\Delta\Phi_s=0; \quad (I.16)$$

граничное условие на свободной поверхности жидкости

$$\frac{\partial^2\Phi_s}{\partial t^2} - g\frac{\partial\Phi_s}{\partial\zeta} - 2v\frac{\partial^2\Phi_s}{\partial t\,\partial\xi} + v^2\frac{\partial^2\Phi_s}{\partial\xi^2} + 2\nabla\Phi_s\nabla\left(\frac{\partial\Phi_s}{\partial t} - v\frac{\partial\Phi_s}{\partial\xi}\right) +$$

$$+\frac{1}{2}\nabla\Phi_s\nabla(\nabla\Phi_s\nabla\Phi_s) = 0; \qquad (I.17)$$

кинематическое граничное условие на поверхности судна

$$\frac{\partial\Omega}{\partial t} + \frac{\partial\Omega}{\partial\xi}\frac{\partial\Phi_s}{\partial\xi} + \frac{\partial\Omega}{\partial\eta}\frac{\partial\Phi_s}{\partial\eta} + \frac{\partial\Omega}{\partial\zeta}\frac{\partial\Phi_s}{\partial\zeta} - v\frac{\partial\Omega}{\partial\xi} = 0. \qquad (I.18)$$

Это условие можно представить и в другом виде, более удобном для решения некоторых частных задач теории качки:

$$\frac{\partial\Phi_s}{\partial n} = -\left(\frac{\partial\Omega}{\partial t} - v\frac{\partial\Omega}{\partial\xi}\right)\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Omega}{\partial\eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Omega}{\partial\zeta}\right)^2}}. \qquad (I.19)$$

Динамическое граничное условие на корпусе будет иметь тот же вид (I.15), только главный момент сил давления воды нужно брать относительно начала первой подвижной системы координат, а составляющие сил и моментов в случае необходимости проектировать на оси именно этой системы.

Таким образом, в первой подвижной системе координат гидродинамическая задача сводится к решению уравнения Лапласа (I.16), удовлетворению граничным условиям (I.17), (I.18) и (I.15), а также условиям на бесконечности, которые имеют тот же смысл, что и в неподвижной системе. Эта задача принадлежит к числу сложнейших задач гидродинамики невязкой жидкости. Трудности ее решения связаны с двумя обстоятельствами: нелинейностью граничных условий и нестационарностью области, в которой оно отыскивается.

В самом деле, объединенное граничное условие (I.13) на свободной поверхности жидкости нелинейно относительно производных искомой функции — потенциала скорости. Динамическое граничное условие (I.15) на корпусе в числе слагаемых левой части содержит гидромеханические силы, которые получаются в результате интегрирования давления жидкости по смоченной поверхности судна. Но давление определяется интегралом Лагранжа (I.12), содержащим квадрат скорости, поэтому соответствующие члены в условии (I.15) тоже дают нелинейность по искомой функции. Граница жидкости состоит из ее свободной поверхности и смоченной поверхности корпуса. По свободной поверхности бегут морские волны — ветровые или мертвой зыби, — на которые накладываются волны, вызванные качкой судна. Параметры последних неизвестны — они могут быть найдены только после определения потенциала скорости движения жидкости. Поэтому свободная поверхность является границей переменной во времени и пространстве с неизвестными заранее характеристиками волнения.

Смоченная поверхность судна при качке все время меняется. Это изменение зависит как от характеристик качки, так и от параметров волн, которые омывают корпус, пересекающий в своем движении свободную поверхность жидкости. Однако и характеристики качки могут быть найдены только в результате решения граничной задачи, следовательно, и вторая переменная граница жидкости просто зафиксирована быть не может: она находится в сложной зависимости от искомых характеристик движения судна и жидкости.

Отмеченные обстоятельства делают невозможным непосредственное использование хорошо разработанных способов решения задач гидродинамики невязкой жидкости, основанных на методе наложения элементарных решений уравнения Лапласа: при отыскании решений нелинейных задач механики принцип суперпозиции неприменим. В частности, к сформулированной граничной задаче теории качки нельзя непосредственно применять метод гидродинамических особенностей (источников, стоков, диполей, мультиполей), широко распространенный в гидромеханике при изучении движения твердых тел в невязкой безграничной жидкости [41]. Для анализа и оценки качки судов в условиях, приводящих к столь сложной гидродинамической задаче, приходится искать особые, специфические пути.

§ 4. ЛИНЕЙНАЯ И НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИИ КАЧКИ

Наиболее простой путь преодоления трудностей решения общей задачи гидродинамической теории качки состоит в полном отказе от учета нелинейностей, так чтобы граничные условия включали только линейные члены. Для этого необходимо считать скорости движения судна и жидкости настолько малыми, чтобы квадратами и высшими степенями их можно было пренебречь. Тогда можно не учитывать соответствующие степени производных потенциала скорости, а также их произведения, которые входят в граничные условия (I.13), (I.15). Однако, жидкая область, в которой отыскивается решение задачи, все еще останется сложной, меняющейся со временем. Для ее упрощения амплитуды колебаний судна и жидкости тоже считают настолько малыми, чтобы граничные условия можно было выполнять не на фактических границах области, а на свободной поверхности жидкости и на смоченной поверхности судна в их среднем, равновесном положении. Такой подход к упрощению гидродинамической задачи можно назвать априорной линеаризацией. После ее осуществления граничные условия становятся линейными, а область, в которой ищется решение, неизменной, зафиксированной в пространстве. Характеристики качки судна — перемещения, скорости, ускорения — оказываются в итоге связанными с соответствующими характеристиками волнения линейными зависимостями. Изучение закономерностей колебаний судна таким путем составляет суть линейной теории качки. Поскольку скорость периодического колебания пропорциональна его амплитуде, при конечных частотах можно считать, что малость амплитуд предполагает и малость скоростей колебаний судна и жидкости. Поэтому линейную теорию называют иногда теорией качки малой амплитуды.

Однако, основные допущения линейной теории далеко не всегда удовлетворяют физическому содержанию ряда важных задач мореходности, в первую очередь связанных с безопасностью плавания, когда колебания судна настолько велики, что возникает непосредственная угроза опрокидывания. В подобных случаях в граничных условиях задачи удерживаются нелинейные члены, и решение отыскивается с их учетом методами нелинейной теории качки, т. е. теории качки конечной амплитуды. Ясно, что нелинейная теория приводит к результатам, принципиально более точным, чем линейная. Однако отыскать решения с учетом нелинейностей гораздо сложнее, чем решения линейных задач, для которых применимы хорошо апробированные классические методы гидродинамики. Сами результаты нелинейной теории более громоздки и трудоемки для практического использования. Кроме того, простейшие решения линейных задач можно, применяя принцип суперпозиции, складывать для нахождения решений более сложных задач, как это делается, например, в спектральном методе исследования и расчета морских волн и нерегулярной качки судов. Поэтому линейная теория в практике оценки мореходных качеств судов имеет пока большее значение, чем нелинейная.

Для перехода от нелинейной гидродинамической задачи, сформулированной в § 3, к линейной проще всего, как отмечено выше, использовать путь априорной линеаризации, т. е. прямо отбрасывать нелинейные члены в граничных условиях и фиксировать уравнения самих границ жидкости в равновесном положении. Именно такой путь был выбран М. Д. Хаскиндом [96] при построении линейной гидродинамической теории качки. Однако он приемлем только в том случае, когда все нелинейности фигурируют в уравнениях задач в явном виде и не скрыты, например, в зависимости некоторых членов от времени. Но именно такая зависимость присутствует в граничном условии на поверхности корпуса, которая меняется во времени благодаря качке и при конечных амплитудах последней может оказаться нелинейной функцией перемещений судна. Ньюманом показано [135], что априорная линеаризация не всегда приводит в подобных случаях к правильным результатам.

Более последовательным и строгим является другой путь линеаризации граничной задачи — использование метода разложения в ряды по степеням малого параметра. Метод малого параметра широко применяется в теории нелинейных колебаний и в разнообразных областях техники. Разработаны различные формы метода малого параметра, из которых выделяются простотой и удобством применения метод гармонического баланса [43], последовательностью и строгостью — метод И. Г. Малкина [54], универсальностью приложения — асимптотический метод Н. Н. Боголюбова — Ю. А. Митропольского [10]. Эти методы использовались в основном для исследования нелинейных механических систем с небольшим числом степеней свободы,

чаще всего для решения обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка. Между тем первый метод Стокса в задаче о плоских прогрессивных волнах конечной амплитуды [83], являвшийся по существу одной из форм метода малого параметра, давно указывал на возможность применения последнего в граничных волновых задачах гидродинамики идеальной жидкости.

Ф. Джон [120] первым использовал метод малого параметра для достаточно строгой линеаризации гидродинамической задачи о колебаниях твердого тела, плавающего без хода на поверхности тяжелой невязкой несжимаемой жидкости. Он предполагал, что потенциал скорости и ординаты свободной поверхности зависят от некоторого малого параметра, систематически разлагал в ряды по степеням этого параметра все зависящие от него характеристики движения и подставлял эти разложения в нелинейные граничные условия, проводя тем самым их последовательную линеаризацию. В первом приближении, когда учитывались члены, пропорциональные лишь первой степени малого параметра, граничная задача оказалась линейной, того же типа, что и в гидродинамической теории М. Д. Хаскинда [96].

Питерс и Стокер использовали метод малого параметра для линеаризации более общей гидромеханической задачи — о движении качающегося судна по взволнованной поверхности безграничного океана [137]. Учет поступательной скорости и всех шести степеней свободы заставил авторов специализировать форму корпуса и в качестве малого параметра ввести параметр «тонкости», представляющий собой отношение одного из поперечных размеров судна (ширины или осадки) к его длине. Благодаря этому для «тонкого» и плоскодонного корпусов можно выделить по три направления, движение вдоль которых всегда создает волны относительно малой амплитуды и может изучаться в линейной теории. Кроме того, при $B \ll L$ исходным в процессе последовательных приближений становится известное решение Мичелла для «тонкого» судна, движущегося с постоянной скоростью по спокойной воде. Тем самым обеспечивается надежная связь между классической теорией волнового сопротивления и гидродинамической теорией качки. Далее Питерс и Стокер предположили, что параметр «тонкости» определяет также порядок малости амплитуд колебаний судна и жидкости, и разложили в ряды по этому параметру потенциал скорости, ординаты свободной поверхности, перемещения и скорости судна, а затем и граничные условия задачи. В итоге полная нелинейная гидродинамическая задача теории качки оказалась сведенной к последовательности линейных граничных задач.

Питерс и Стокер сочли, что при достаточно малых значениях параметра «тонкости» степенные ряды по нему должны сходиться, и решение физической задачи существует. Они эффективно вычислили лишь первое приближение для килевой и вертикальной качки «тонкого» судна, идущего вразрез плоским прогрессивным волнам. Результаты, полученные Питерсом и Стокером, существенно отличаются от результатов М. Д. Хаскинда в линейной гидродинамической теории продольной качки [96]. Согласно Питерсу и Стокеру волновое демпфирование и эффект присоединенных масс при качке «тонкого» судна в первом приближении отсутствуют, а воздействие жидкости сводится только к восстанавливающим силам и главной части возмущающих сил, определяемых гипотезой Фруда—Крылова. Гидродинамику качки в таком случае можно оценить лишь при условии нахождения высших членов разложений в ряды.

Метод линеаризации гидродинамической задачи о продольной качке судна на ходу дальнейшее развитие получил в работах Ньюмана [133, 135], который использовал не один параметр, а одновременно три малых параметра задачи: параметр «тонкости», относительную амплитуду прогрессивных волн и относительную амплитуду вынужденной качки. Такой переход представляется естественным, поскольку трудно охарактеризовать порядок малости основных геометрических и динамических величин при сложном движении судна и жидкости одним малым параметром — параметром «тонкости», как это сделали Питерс и Стокер. Более гибкое применение метода позволило Ньюману получить численные зависимости для определения гидродинамических параметров продольной качки «тонкого» судна, анализ которых показал гораздо лучшее согласование с теорией М. Д. Хаскинда [96] уже в первом приближении. Однако, различие в методах линеаризации граничной задачи приводит к появлению в формулах Ньюмана дополнительного члена, пропорционального скорости судна и контурному интегралу по действующей ватерлинии; роль его тем больше, чем выше скорость.

Главное преимущество метода малого параметра связано не с этой сравнительно небольшой количественной разницей, а с возможностями построения высших приближений, т. е. перехода к нелинейной теории качки (см. гл. VI). Выполненные к настоящему времени исследования [47, 51, 86, 127, 139] хорошо подтверждают такую возможность и эффективность получаемых результатов. Однако следует иметь в виду, что разложения по малым параметрам связаны с громоздкими выкладками и большим объемом вычислений, требующими применения мощных ЭВМ.

Поэтому при описании основ линейной гидродинамической теории качки проще использовать путь априорной линеаризации в традиционной форме, представленной в трудах М. Д. Хаскинда и его последователей.

Глава II

ОСНОВЫ ЛИНЕЙНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ И РАСЧЕТА КАЧКИ СУДОВ

§ 5. РАЗДЕЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ

Общая гидродинамическая задача теории качки путем априорной линеаризации приводится к следующей линейной граничной задаче. Потенциал скорости $\Phi_s(\xi, \eta, \zeta, t)$ абсолютного движения жидкости, выраженный в координатах первой подвижной системы, отыскивается как решение уравнения Лапласа (I.16) в области, ограниченной свободной поверхностью жидкости в положении равновесия, т. е. плоскостью $\zeta = 0$, и смоченной поверхностью корпуса судна в равновесном состоянии. Граничное условие на свободной поверхности имеет вид

$$\frac{\partial^2\Phi_s}{\partial t^2} - g\frac{\partial\Phi_s}{\partial\zeta} - 2v\frac{\partial^2\Phi_s}{\partial t\,\partial\xi} + v^2\frac{\partial^2\Phi_s}{\partial\xi^2} = 0, \qquad (II.1)$$

а кинематическое граничное условие на корпусе

$$\frac{\partial\Phi_s}{\partial n} = v_n, \qquad (II.2)$$

где n — нормаль к равновесной смоченной поверхности судна; v_n — нормальная составляющая скорости точки судна в первой подвижной системе координат.

Динамическое граничное условие на корпусе судна имеет тот же вид, что и (I.15), но записывается в координатах первой подвижной системы, причем в левых частях составляющие сил и моментов должны содержать только линейные члены. Условия на бесконечности сохраняют свой смысл.

Граничное условие (II.2) представляется в виде

$$\frac{\partial\Phi_s}{\partial n} = \vec{v}_0\vec{n} + (\vec{\omega}\times\vec{r}_0)\vec{n}, \qquad (II.3)$$

где $\vec{v}_0$ — вектор скорости начала O связанной системы координат, принятого за полюс; $\vec{\omega}$ — вектор угловой скорости вращения вокруг мгновенной оси, проходящей через этот полюс; $\vec{r}_0$ — радиус-вектор точки смоченной поверхности относительно полюса O.

В проекциях на оси первой подвижной системы координат это условие можно написать в виде

$$\frac{\partial\Phi_s}{\partial n} = u_1\alpha + u_2\beta + u_3\gamma + u_4(\eta\gamma - \zeta\beta) + u_5(\zeta\alpha - \xi\gamma) + u_6(\xi\beta - \eta\alpha), \qquad (II.4)$$

где $u_1 = v_{0\xi}$, $u_2 = v_{0\eta}$, $u_3 = v_{0\zeta}$, $u_4 = \omega_\xi$, $u_5 = \omega_\eta$, $u_6 = \omega_\zeta$ — проекции векторов $\vec{v}$ и $\vec{\omega}$ на координатные оси; $\alpha = \cos\widehat{(n, \xi)}$, $\beta = \cos\widehat{(n, \eta)}$, $\gamma = \cos\widehat{(n, \zeta)}$ — соответствующие направляющие косинусы.

Линейность граничной задачи приводит к представлению искомой функции Φ_s в виде суммы

$$\Phi_s = \Phi_W + \Phi_d + \sum_{m=1}^{6} u_m \varphi_m, \tag{II.5}$$

где Φ_W — потенциал скорости свободных набегающих волн, который считается заданным; Φ_d — потенциал скорости дифрагированного волнового движения; $\varphi_m = \varphi_m(\xi, \eta, \zeta)$ — функции, характеризующие ту часть потенциала скорости возмущенного движения жидкости, которая обусловлена колебаниями судна на поверхности спокойной воды. Они должны удовлетворять условиям на равновесной смоченной поверхности судна

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\varphi_1}{\partial n} = \alpha; \quad \frac{\partial\varphi_2}{\partial n} = \beta; \quad \frac{\partial\varphi_3}{\partial n} = \gamma; \\ &\frac{\partial\varphi_4}{\partial n} = \eta\gamma - \xi\beta; \quad \frac{\partial\varphi_5}{\partial n} = \zeta\alpha - \xi\gamma; \\ &\frac{\partial\varphi_6}{\partial n} = \xi\beta - \eta\alpha; \quad \frac{\partial\Phi_d}{\partial n} = -\frac{\partial\Phi_w}{\partial n} \end{aligned}\right\} \tag{II.6}$$

и находятся в результате решения граничной задачи для заданной формы корпуса.

Давление жидкости определяется линеаризированным интегралом Лагранжа, который в первой подвижной системе координат имеет вид

$$p = \rho g\zeta - \rho\left(\frac{\partial}{\partial t} - v\frac{\partial}{\partial\xi}\right)\Phi_s. \tag{II.7}$$

Главный вектор сил давления и главный момент относительно начала координат O определяется формулами

$$\left.\begin{aligned} \vec{P} &= -\iint\limits_{\Omega} p\vec{n}\, d\Omega; \\ \vec{M} &= -\iint\limits_{\Omega} p\,(\vec{r}_0 \times \vec{n})\, d\Omega, \end{aligned}\right\} \tag{II.8}$$

где $\vec{n}$ — орт внешней нормали к смоченной поверхности судна Ω; $\vec{r}_0$ — радиус-вектор точки этой поверхности относительно точки O.

Использование выражений (II.5), (II.7) и (II.8) приводит к следующему структурному представлению:

$$\left.\begin{aligned} \vec{P} &= \vec{P}_s + \vec{P}_k + \vec{P}_W + \vec{P}_d; \\ \vec{M} &= \vec{M}_s + \vec{M}_k + \vec{M}_W + \vec{M}_d, \end{aligned}\right\} \tag{II.9}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \vec{P}_s &= \rho g\iint\limits_{\Omega} \zeta\vec{n}\, d\Omega; \\ \vec{M}_s &= \rho g\iint\limits_{\Omega} \zeta\,(\vec{r}_0 \times \vec{n})\, d\Omega; \end{aligned}\right\} \tag{II.10}$$

$$\left.\begin{aligned}\vec{P}_k &= -\rho \iint\limits_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} - v\frac{\partial}{\partial \xi}\right)\left(\sum_{m=1}^{6} u_m \varphi_m\right)\vec{n}\, d\Omega;\\ \vec{M}_k &= -\rho \iint\limits_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} - v\frac{\partial}{\partial \xi}\right)\left(\sum_{m=1}^{6} u_m \varphi_m\right)\times\\ &\qquad \times (\vec{r}_0 \times \vec{n})\, d\Omega;\end{aligned}\right\} \qquad (II.11)$$

$$\left.\begin{aligned}\vec{P}_W &= -\rho \iint\limits_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} - v\frac{\partial}{\partial \xi}\right)\Phi_W \vec{n}\, d\Omega;\\ \vec{M}_W &= -\rho \iint\limits_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} - v\frac{\partial}{\partial \xi}\right)\Phi_W (\vec{r}_0 \times \vec{n})\, d\Omega;\end{aligned}\right\} \qquad (II.12)$$

$$\left.\begin{aligned}\vec{P}_d &= -\rho \iint\limits_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} - v\frac{\partial}{\partial \xi}\right)\Phi_d \vec{n}\, d\Omega;\\ \vec{M}_d &= -\rho \iint\limits_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} - v\frac{\partial}{\partial \xi}\right)\Phi_d (\vec{r}_0 \times \vec{n})\, d\Omega.\end{aligned}\right\} \qquad (II.13)$$

Формулы (II.10) определяют гидростатические силу и момент, которые зависят только от формы смоченной поверхности судна и непосредственно не связаны с гидродинамическими характеристиками судна и жидкости.

Формулы (II.11) показывают, что сила $\vec{P}_k$ и момент $\vec{M}_k$ зависят от потенциала скорости возмущенного движения жидкости, вызванного поступательными и вращательными колебаниями судна на спокойной воде. Эти сила и момент чисто гидродинамической природы и потому называются гидродинамическими силой и моментом. Из общей гидромеханики [41] следует, что при неустановившемся (в частности, колебательном) движении тела в невязкой жидкости вблизи ее свободной поверхности при отсутствии вихрей действующие на тело гидродинамические силы состоят из силы волнового сопротивления, обусловленной расходом энергии тела на образование волн, и силы инерционной природы, обусловленной инерцией окружающей тело жидкой среды. Поэтому гидродинамические силы $\vec{P}_k$ и момент $\vec{M}_k$, действующие на судно при качке, инерционно-демпфирующей природы.

Формулы (II.12) и (II.13) показывают, что силы $\vec{P}_W$ и $\vec{P}_d$ и моменты $\vec{M}_W$ и $\vec{M}_d$ связаны с действием на судно набегающих и дифрагированных волн, возбуждающих качку. Поэтому они называются возмущающими силами и моментами. Часть их, определяемая формулами (II.12), явно не зависит от возмущенного движения жидкости: в нее входит только потенциал скорости свободных набегающих волн. Значит, сила $\vec{P}_W$ и момент $\vec{M}_W$ отвечают силовому воздействию волнения на судно в предположении, что оно не искажает поле давления набегающих волн. Это предположение соответствует гипотезе А. Н. Крылова, т. е. гидродинамической модели «проницаемого» судна. Поэтому сила $\vec{P}_W$ и момент $\vec{M}_W$ называются крыловской или главной частью возмущающих сил и моментов. В формулы (II.13) входит потенциал Φ_d дифрагированного волнового движения жидкости, учитывающий искажения поля скорости набегающих волн благодаря присутствию судна. Эти искажения связаны с гидродинамикой возмущенного движения жидкости в целом. Поэтому сила $\vec{P}_d$ и момент $\vec{M}_d$ называются дифракционной, или гидродинамической частью возмущающих сил и моментов. Дифракционные сила и момент как бы корректируют гипотезу А. Н. Крылова

о возмущающем действии набегающих волн, учитывая ее отступления от фактической картины силового воздействия жидкости.

Таким образом, в линейной гидродинамической теории качки действующие на судно гидромеханические силы подразделяются на гидростатические силы, гидродинамические силы инерционно-демпфирующей природы, обусловленные колебаниями судна на спокойной воде, и возмущающие силы, обусловленные действием на судно морского волнения. Последние, в свою очередь, подразделяются на главную часть, определяемую гипотезой А. Н. Крылова, и гидродинамическую часть, связанную с дифрагированным волновым движением.

§ 6. ГИДРОСТАТИЧЕСКИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ

Определение гидростатических сил и моментов сводится к интегрированию по смоченной поверхности судна известных функций, входящих в подынтегральные выражения (II.10). Оно может быть проведено методами статики корабля (см. раздел первый данного тома) и принципиальных трудностей не представляет. В расчетах статики и качки обычно используются скалярные выражения гидростатических сил и моментов, которые получают, проецируя $\vec{P}_s$ и $\vec{M}_s$ на оси первой подвижной системы координат:

$$\left.\begin{aligned}
P_{s\xi} &= -\rho g \iint\limits_{\Omega} \zeta \cos(\widehat{n, \xi})\, d\Omega;\\
P_{s\eta} &= -\rho g \iint\limits_{\Omega} \zeta \cos(\widehat{n, \eta})\, d\Omega;\\
P_{s\zeta} &= -\rho g \iint\limits_{\Omega} \zeta \cos(\widehat{n, \zeta})\, d\Omega;\\
M_{s\xi} &= -\rho g \iint\limits_{\Omega} \zeta\, [\eta \cos(\widehat{n, \zeta}) - \zeta \cos(\widehat{n, \zeta})]\, d\Omega;\\
M_{s\eta} &= -\rho g \iint\limits_{\Omega} \zeta\, [\zeta(\widehat{n, \xi}) - \xi \cos(\widehat{n, \zeta})]\, d\Omega;\\
M_{s\zeta} &= -\rho g \iint\limits_{\Omega} \zeta\, [\xi(\widehat{n, \eta}) - \eta \cos(\widehat{n, \xi})]\, d\Omega.
\end{aligned}\right\} \qquad (II.14)$$

Применяя к этим выражениям формулу Гаусса—Остроградского преобразования поверхностного интеграла в объемный, находят:

$$\left.\begin{aligned}
P_{s\xi} = P_{s\eta} = 0; \quad P_{s\zeta} &= -\rho g V;\\
M_{s\xi} &= -\rho g \iiint\limits_{V} \eta\, dV;\\
M_{s\eta} &= \rho g \iiint\limits_{V} \xi\, dV,\\
M_{s\zeta} &= 0,
\end{aligned}\right\} \qquad (II.15)$$

где V — объем, ограниченный смоченной поверхностью Ω и частью плоскости $\zeta = 0$.

Формулы (II.15) показывают, что поступательные колебания судна в продольно-горизонтальном ($O_1\xi$) и поперечно-горизонтальном ($O_1\eta$) направлениях не создают восстанавливающих сил; точно также и вращение вокруг вертикальной оси ($O_1\zeta$) не вызывает восстанавливающего момента, который стремился бы вернуть судно,

выведенное из состояния равновесия, в его первоначальное положение. Восстанавливающей способностью обладают колебания в вертикальном направлении $O_1\zeta$, а также вокруг продольной $O_1\xi$ и поперечной $O_1\eta$ осей.

Чтобы реализовать формулы (II.15), нужно знать объем V, отвечающий смоченной поверхности Ω. Последняя в процессе качки меняется во времени и зависит как от характеристик самой качки — поступательных и угловых перемещений судна, — так и от элементов волн, омывающих корпус судна. При ее определении следует иметь в виду, что в линейной теории нужно удерживать только те члены, которые имеют первый порядок малости, т. е. которые пропорциональны первым степеням амплитуд колебаний судна и жидкости. Подынтегральные функции в (II.15) — величины конечные, поэтому объем V нужно вычислять с точностью до первых степеней перемещения судна (ζ_g, θ, ψ) и жидкости (ординат волны $\zeta_в$). Более строго это положение обосновывается с помощью разложений в ряды по степеням малых параметров [47, 51].

§ 7. ИНЕРЦИОННО-ДЕМПФИРУЮЩИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ. ОБЩИЕ СВОЙСТВА ПРИСОЕДИНЕННЫХ МАСС И КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЕМПФИРОВАНИЯ

Структура формул (II.11) и инерционно-демпфирующая природа гидродинамических сил и моментов показывают, что эта категория сил давления воды зависит от скоростей и ускорений судна, в том числе от средней скорости судна v. Согласно основному допущению линейной теории качки, компоненты скорости колебаний u_m ($m = 1, 2, \ldots, 6$) есть малые первого порядка. Средняя скорость также должна быть мала: иначе поступательное движение судна произвольной формы неизбежно вызовет на свободной поверхности волны конечной амплитуды, и априорная линеаризация граничной задачи окажется незаконной. Лишь очень «тонкое» судно, движущееся параллельно своей диаметральной плоскости, или очень удлиненное судно, почти на всей поверхности которого $\cos(\widehat{n, \xi}) \approx 0$, не вызовут конечных возмущений свободной поверхности при конечной средней скорости. Это дает основания при общем анализе инерционно-демпфирующих сил в формулах (II.11) поверхность интегрирования принимать зафиксированной в среднем положении Ω_0, а членами, пропорциональными произведениям средней скорости v на скорости колебаний u_m, пренебречь как величинами второго порядка малости; тогда

$$\left.\begin{aligned} \vec{P}_k &= \rho \iint\limits_{\Omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{m=1}^{6} u_m \varphi_m \vec{n}\, d\Omega; \\ \vec{M}_k &= \rho \iint\limits_{\Omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{m=1}^{6} u_m \varphi_m (\vec{r}_0 \times \vec{n})\, d\Omega. \end{aligned}\right\} \qquad (II.16)$$

Скорости u_m зависят только от времени, а функции φ_m — только от координат, поэтому

$$\left.\begin{aligned} \vec{P}_k &= \rho \sum_{m=1}^{6} \frac{du_m}{dt} \iint\limits_{\Omega_0} \varphi_m \vec{n}\, d\Omega; \\ \vec{M}_k &= \rho \sum_{m=1}^{6} \frac{du_m}{dt} \iint\limits_{\Omega_0} \varphi_m (\vec{r}_0 \times \vec{n})\, d\Omega. \end{aligned}\right\} \qquad (II.17)$$

Проекции гидродинамических сил и момента на оси первой подвижной системы с учетом (II.16) имеют вид

$$\left.\begin{aligned}
P_{k\xi} &= \rho \sum_{m=1}^{6} \frac{du_m}{dt} \iint_{\Omega_0} \varphi_m \frac{\partial \varphi_1}{\partial n}\, d\Omega;\\
P_{k\eta} &= \rho \sum_{m=1}^{6} \frac{du_m}{dt} \iint_{\Omega_0} \varphi_m \frac{\partial \varphi_2}{\partial n}\, d\Omega;\\
P_{k\zeta} &= \rho \sum_{m=1}^{6} \frac{du_m}{dt} \iint_{\Omega_0} \varphi_m \frac{\partial \varphi_3}{\partial n}\, d\Omega;\\
M_{k\xi} &= \rho \sum_{m=1}^{6} \frac{du_m}{dt} \iint_{\Omega_0} \varphi_m \frac{\partial \varphi_4}{\partial n}\, d\Omega;\\
M_{k\eta} &= \rho \sum_{m=1}^{6} \frac{du_m}{dt} \iint_{\Omega_0} \varphi_m \frac{\partial \varphi_5}{\partial n}\, d\Omega;\\
M_{k\zeta} &= \rho \sum_{m=1}^{6} \frac{du_m}{dt} \iint_{\Omega_0} \varphi_m \frac{\partial \varphi_6}{\partial n}\, d\Omega.
\end{aligned}\right\} \qquad (II.18)$$

Введение обозначений

$$\left.\begin{aligned}
&c_{mn} = -\rho \iint_{\Omega_0} \varphi_m \frac{\partial \varphi_n}{\partial n}\, d\Omega, \quad n = 1, 2, \ldots, 6;\\
&P_{k\xi} = X_{k1}, \quad P_{k\eta} = X_{k2}, \ \ldots, \ M_{k\zeta} = X_{k6}
\end{aligned}\right\} \qquad (II.19)$$

приводит к следующему общему представлению гидродинамических сил и моментов:

$$X_{kn} = -\sum_{m=1}^{6} c_{mn} \frac{du_m}{dt}, \qquad (II.20)$$

где индекс m указывает направление проекции скорости движения судна; индекс n — направление проекции силы.

В наиболее важном для практики случае, когда судно совершает вынужденные гармонические колебания с частотой ω, гидродинамические коэффициенты c_{mn} допускают простое физическое истолкование. Используя комплексную форму записи

$$u_m = U_m e^{i\omega t}, \qquad (II.21)$$

где U_m — комплексная амплитуда скорости;

$$c_{mn} = \lambda_{mn} - (i/\omega)\, \mu_{mn}, \qquad (II.22)$$

где λ_{mn} и μ_{mn} — вещественные постоянные, приходят к частному представлению гидродинамических сил (II.20) в виде

$$X_{kn} = -\sum_{m=1}^{6} \lambda_{mn} \dot{u}_m - \sum_{m=1}^{6} \mu_{mn} u_m. \qquad (II.23)$$

Таким образом, гидродинамические силы подразделяются на инерционные, пропорциональные ускорению качки, и на демпфирующие (силы волнового сопротивления), пропорциональные ее скорости. Соответственно величины λ_{mn} называются присоединенными массами (иногда обобщенными присоединенными массами), а μ_{mn} — коэффициентами демпфирования.

Присоединенные массы рассматриваются применительно к общему случаю движения твердого тела в безграничной невязкой жидкости в гидромеханике (см. первый раздел тома 1). Доказывается, что присоединенные массы зависят только от формы тела и направления его движения, их общее количество равно 36, и они определяются матрицей

$$\begin{vmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \lambda_{14} & \lambda_{15} & \lambda_{16} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} & \lambda_{24} & \lambda_{25} & \lambda_{26} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} & \lambda_{34} & \lambda_{35} & \lambda_{36} \\ \lambda_{41} & \lambda_{42} & \lambda_{43} & \lambda_{44} & \lambda_{45} & \lambda_{46} \\ \lambda_{51} & \lambda_{52} & \lambda_{53} & \lambda_{54} & \lambda_{55} & \lambda_{56} \\ \lambda_{61} & \lambda_{62} & \lambda_{63} & \lambda_{64} & \lambda_{65} & \lambda_{66} \end{vmatrix}. \tag{II.24}$$

Однако не все из них являются независимыми, поскольку справедливо свойство симметрии матрицы присоединенных масс

$$\lambda_{mn} = \lambda_{nm}, \tag{II.25}$$

и число независимых λ_{mn} равно 21. Если тело имеет одну плоскость симметрии, то это число сокращается до 12, если две — до 8, а если три, то отличны от нуля только 6 коэффициентов с одноименными индексами, лежащих на главной диагонали матрицы.

Если рассматривается линейная качка судна на свободной поверхности жидкости, последняя считается ограниченной плоскостью $\zeta = 0$ и равновесной смоченной поверхностью судна.

Применяя формулу Грина к соответствующему жидкому объему, доказывают [96], что и в этом случае сохраняется свойство симметрии не только присоединенных масс, но и комплексных гидродинамических величин c_{mn}, включающих коэффициенты демпфирования, если в граничном условии (II.1) можно пренебречь скоростью v. При гармонических колебаниях судна и жидкости это условие приобретает вид

$$\frac{\partial \varphi_m}{\partial \zeta} + k\varphi_m = 0, \ \zeta = 0, \ m = 1, 2, \ldots, 6, \tag{II.26}$$

где $k = \omega^2/g$ — волновое число.

Следовательно, функции φ_m, через которые определяются величины c_{mn}, зависят от параметров волнообразования на свободной поверхности (волнового числа k или круговой частоты ω). Ясно, что от этих же параметров должны зависеть присоединенные массы и коэффициенты волнового демпфирования.

Производные $\frac{\partial \varphi_n}{\partial n}$, входящие в формулу (II.19) для c_{mn}, определяются граничными условиями (II.6) на равновесной смоченной поверхности судна, которые получены в предположении, что за полюс движения судна принято начало O связанной системы координат, лежащее в плоскости действующей ватерлинии. Обычно же в расчетах качки за полюс принимается центр тяжести судна, и его вращательные колебания рассматриваются относительно центральных осей в соответствии с выбранной системой эйлеровых углов (см. § 2 второго раздела). Для перехода от гидродинамических коэффициентов качки, вычисленных в системе координат, начало которой лежит в плоскости ватерлинии, к центральной системе можно воспользоваться формулами перехода [3]. Для присоединенных масс судна, имеющего две плоскости сим-

метрии — диаметральную и плоскость мидель-шпангоута, они были получены В. М. Лаврентьевым и имеют вид

$$\left.\begin{aligned}
&\lambda_{11}=\lambda_{11}^0\ ;\quad \lambda_{22}=\lambda_{22}^0\ ;\quad \lambda_{33}=\lambda_{33}^0\ ;\\
&\lambda_{44}=\lambda_{44}^0+z_p^2\lambda_{22}^0+2z_p\lambda_{24}^0\ ;\\
&\lambda_{55}=\lambda_{55}^0+z_p^2\lambda_{11}^0+x_p^2\lambda_{33}^0-2z_p\lambda_{15}^0\ ;\\
&\lambda_{66}=\lambda_{66}^0+x_p^2\lambda_{22}^0\ ;\\
&\lambda_{15}=\lambda_{15}^0-z_p\lambda_{11}^0\ ;\\
&\lambda_{24}=\lambda_{24}^0+z_p\lambda_{22}^0\ ;\\
&\lambda_{26}=-x_p\lambda_{22}^0;\quad \lambda_{35}=x_p\lambda_{33}^0;\\
&\lambda_{46}=-x_pz_p\lambda_{22}^0-x_p\lambda_{24}^0,
\end{aligned}\right\}\qquad (II.27)$$

где индекс «0» относится к величинам, вычисленным во второй подвижной системе координат с началом в точке O; x_p и z_p — абсцисса и аппликата центра тяжести судна в этой системе, в левых частях стоят коэффициенты, определяемые в связанной центральной системе координат, а остальные присоединенные массы в данном случае равны нулю.

Аналогичный вид (μ_{mn} вместо λ_{mn}) имеют формулы перехода для коэффициентов демпфирования.

§ 8. ВОЗМУЩАЮЩИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ

Возмущающие силы и моменты, характеризующие воздействие волн, которые вызывают качку судна, определяются формулами (II.12) — главная (крыловская) часть и (II.13) — гидродинамическая (дифракционная) часть; будем в дальнейшем пользоваться в основном первыми терминами.

В соответствии с основным допущением линейной теории производные потенциалов скорости набегающих волн Φ_W и дифрагированного волнения Φ_d считаются малыми первого порядка. Поэтому при определении возмущающих сил, как и инерционно-демпфирующих, смоченную поверхность судна следует принимать равной Ω_0, отвечающей положению равновесия и не включающей малых, переменных во времени добавок. Тогда формулы для главной части возмущающих сил и моментов примут вид

$$\left.\begin{aligned}
\vec{P}_W&=\rho\iint\limits_{\Omega_0}\left(\frac{\partial}{\partial t}-v\frac{\partial}{\partial\xi}\right)\Phi_W\vec{n}\,d\Omega;\\
\vec{M}_W&=\rho\iint\limits_{\Omega_0}\left(\frac{\partial}{\partial t}-v\frac{\partial}{\partial\xi}\right)\Phi_W(\vec{r}_0\times\vec{n})\,d\Omega.
\end{aligned}\right\}\qquad (II.28)$$

При заданном потенциале набегающих волн подынтегральные функции легко находятся, и вычисления по формулам (II.28), по существу, сводятся к расчетам, аналогичным расчетам в статике корабля. На этом основании главную часть возмущающих сил называют иногда квазистатической.

Переходя к гидродинамической части возмущающих сил и моментов, необходимо иметь в виду, что она определяется с учетом возмущений, вносимых поступательно движущимся судном в поле скорости набегающих волн. Поэтому, не накладывая ограничений на форму корпуса, следует считать скорость судна достаточно малой величиной. Тогда в формуле (II.13) членами, содержащими произведения $v\dfrac{\partial\Phi_d}{\partial\xi}$,

можно пренебречь как малыми второго порядка, и эти формулы примут вид

$$\left.\begin{aligned} \vec{P}_d &= \rho \iint\limits_{\Omega_0} \frac{\partial \Phi_d}{\partial t} \vec{n} d\Omega; \\ \vec{M}_d &= \rho \iint\limits_{\Omega_0} \frac{\partial \Phi_d}{\partial t} (\vec{r}_0 \times \vec{n})\, d\Omega. \end{aligned}\right\} \tag{II.29}$$

В проекциях на оси первой подвижной системы координат с учетом граничных условий (II.6)

$$P_{d\xi} = \rho \iint\limits_{\Omega_0} \frac{\partial \Phi_d}{\partial t} \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} d\Omega; \tag{II.30}$$

$$M_{d\xi} = \rho \iint\limits_{\Omega_0} \frac{\partial \Phi_d}{\partial t} \frac{\partial \varphi_4}{\partial n} d\Omega. \tag{II.31}$$

Аналогичным образом запишутся и остальные четыре проекции силы и момента. В наиболее интересном для практики случае, когда волновое движение жидкости подчиняется гармоническому закону

$$\Phi_W = \varphi_W e^{i\omega t}; \quad \Phi_d = \varphi_d e^{i\omega t}, \tag{II.32}$$

где φ_W и φ_d—комплексные амплитуды потенциалов скоростей набегающих и дифрагированных волн соответственно, формулы (II.30) и (II.31) преобразуются к виду

$$\left.\begin{aligned} P_{d\xi} &= \frac{\partial}{\partial t}\left(e^{i\omega t}\rho \iint\limits_{\Omega_0} \varphi_d \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} d\Omega\right); \\ M_{d\xi} &= \frac{\partial}{\partial t}\left(e^{i\omega t}\rho \iint\limits_{\Omega_0} \varphi_d \frac{\partial \varphi_4}{\partial n} d\Omega\right). \end{aligned}\right\} \tag{II.33}$$

Аналогичный вид приобретут и остальные проекции силы и момента.

Вводя обозначения

$$\left.\begin{aligned} &P_{d\xi} = X_{d1}; \quad P_{d\eta} = X_{d2}, \ \ldots, \ M_{d\zeta} = X_{d6}; \\ &c_{dn} = -\rho \iint\limits_{\Omega_0} \varphi_d \frac{\partial \varphi_n}{\partial n} d\Omega, \quad n = 1, 2, \ldots, 6, \end{aligned}\right\} \tag{II.34}$$

где индекс n указывает направление соответствующей проекции силы или момента, приходят к обобщенному представлению гидродинамической части возмущающих сил и моментов

$$X_{dn} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(c_{dn} e^{i\omega t}\right), \quad n = 1, 2, \ldots, 6. \tag{II.35}$$

Гидродинамические коэффициенты c_{dn}, зависящие от амплитуды потенциала скорости дифрагированного волнового движения, тоже можно представить в комплексном виде

$$c_{dn} = \zeta_A \omega \lambda_{dn} - i\zeta_A \mu_{dn}, \tag{II.36}$$

где ζ_A — амплитуда волн.

Вещественные величины λ_{dn} имеют размерности обобщенных присоединенных масс, а μ_{dn} — размерности коэффициентов демпфирования. Их в теории качки называют дифракционными коэффициентами соответственно присоединенных масс и демпфирования. С учетом (II.36) формулы (II.35) принимают вид

$$X_{dn} = \lambda_{dn} \frac{\partial}{\partial t}\left(-\zeta_A \omega e^{i\omega t}\right) + \mu_{dn} \frac{\partial}{\partial t}\left(i\zeta_A e^{i\omega t}\right). \tag{II.37}$$

Первые члены, пропорциональные коэффициентам присоединенных масс и ускорению колебаний жидкости, инерционного происхождения, вторые, пропорциональные коэффициентам демпфирования и скорости волнового движения, — демпфирующего. Таким образом, гидродинамическая часть возмущающих сил и моментов может быть представлена суммой инерционной и демпфирующей составляющих.

Свойства гидродинамических коэффициентов c_{dn}, дифракционных коэффициентов присоединенных масс λ_{dn} и демпфирования μ_{dn} имеют много общего со свойствами соответствующих коэффициентов c_{mn}, λ_{mn} и μ_{mn}. В частности, при малых скоростях судна для них справедливо правило перестановки

$$c_{dn} = c_{nd}, \tag{II.38}$$

которое доказывается с помощью формулы Грина, примененной в жидкой области, ограниченной равновесной смоченной поверхностью судна и невозмущенной свободной поверхностью к гармоническим функциям φ_d и φ_n [96]. Это существенно упрощает процедуру вычисления гидродинамических коэффициентов (II.36), а следовательно, и возмущающих сил (II.35). Используя (II.38), формулу (II.36) можно представить в виде

$$c_{dn} = -\rho \iint\limits_{\Omega_0} \varphi_n \frac{\partial \varphi_d}{\partial n} d\Omega. \tag{II.39}$$

Согласно граничному условию (II.6) на смоченной поверхности

$$\frac{\partial \varphi_d}{\partial n} = -\frac{\partial \varphi_W}{\partial n}, \tag{II.40}$$

поэтому

$$c_{dn} = \rho \iint\limits_{\Omega_0} \varphi_n \frac{\partial \varphi_W}{\partial n} d\Omega, \tag{II.41}$$

где Φ_W — известная функция.

Отсюда следует важный в принципиальном и расчетном аспектах вывод о том, что для определения гидродинамической части возмущающих сил и моментов не нужно находить потенциал дифрагированного волнового движения Φ_d; для этого достаточно знать лишь потенциал скорости Φ_n движения жидкости, вынуждаемого гармоническими колебаниями судна на спокойной воде.

Приведенные формулы справедливы для любых гармонических волновых движений. В наиболее важном для оценок мореходности судна случае действия плоских прогрессивных волн относительно малой амплитуды, распространяющихся с постоянной скоростью c в положительном направлении оси $O^0\xi^0$, потенциал скорости имеет вид

$$\Phi_W = ic\zeta_A e^{-k\zeta^0 + i(k\xi^0 - \omega t)}, \tag{II.42}$$

где ζ_A — амплитуда набегающих волн; ω — их круговая частота; k — волновое число.

В первой подвижной системе координат, в которой и вычисляются гидродинамические силы:

$$\Phi_W = ic\zeta_A e^{-i\omega_к t} e^{-k\zeta + ik(\xi \cos \beta_в - \eta \sin \beta_в)}, \tag{II.43}$$

где

$$\omega_к = \omega - kv \cos \beta_в \tag{II.44}$$

— кажущаяся круговая частота волн, характеризующая частоту колебаний жидкости по отношению к поступательно движущемуся судну; она связана с кажущимся периодом $\tau_к$ соотношением $\tau_к = 2\pi/\omega_к$. Наблюдателю, который находится на идущем судне, будет казаться, что период набегающих волн равен $\tau_к$. Угол $\beta_в$ называют курсовым углом волны.

Выражения (II.28) и (II.43) приводят к следующим формулам для главной части возмущающих сил и моментов:

$$\left.\begin{aligned} \vec{P}_W &= \rho c \zeta_A \omega e^{-i\omega_к t} \iint\limits_{\Omega_0} e^{-k\zeta + ik(\xi\cos\beta_в - \eta\sin\beta_в)} \vec{n}\, d\Omega; \\ \vec{M}_W &= \rho c \zeta_A \omega e^{-i\omega_к t} \iint\limits_{\Omega_0} e^{-k\zeta + ik(\xi\cos\beta_в - \eta\sin\beta_в)} (\vec{r}_0 \times \vec{n})\, d\Omega. \end{aligned}\right\} \qquad (II.45)$$

Практический расчет по этим формулам для конкретных видов качки сводится к сравнительно простым вычислениям, причем следует иметь в виду, что комплексная форма использована здесь для удобства записи и сокращения выкладок, поэтому в окончательных выражениях нужно принимать во внимание только действительную часть.

Гидродинамическая часть возмущающих сил и моментов с помощью формул (II.35), (II.41) и соотношения

$$\frac{\partial\varphi_W}{\partial n} = ic\zeta_A k e^{-k\zeta + ik(\xi\cos\beta_в - \eta\sin\beta_в)} \left(i\cos\beta_в \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} - i\sin\beta_в \frac{\partial\varphi_2}{\partial n} - \frac{\partial\varphi_3}{\partial n} \right)$$

приводится к виду

$$X_{dn} = -\rho\zeta_A \omega\omega_к e^{-i\omega t} \iint\limits_{\Omega_0} \varphi_n e^{-k\zeta + ik(\xi\cos\beta_в - \eta\sin\beta_в)} \times$$

$$\times \left(i\cos\beta_в \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} - i\sin\beta_в \frac{\partial\varphi_2}{\partial n} - \frac{\partial\varphi_3}{\partial n} \right) d\Omega, \; n = 1, 2, \ldots, 6. \qquad (II.46)$$

При произвольной форме обводов корпуса скорость судна должна считаться малой величиной, поэтому истинная и кажущаяся частоты, входящие множителями перед экспонентой в формуле (II.46), различаются членом, представляющим произведение малой первого порядка v на величину $k\zeta_A$, которая вследствие пологости набегающих волн также мала. Пренебрегая этим членом как малой второго порядка, не учитываемой в линейной теории волн, получают

$$X_{dn} = -\rho g\alpha_0 e^{-i\omega_к t} \iint\limits_{\Omega_0} \varphi_n e^{-k\zeta + ik(\xi\cos\beta_в - \eta\sin\beta_в)} \times$$

$$\times \left(i\cos\beta_в \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} - i\sin\beta_в \frac{\partial\varphi_2}{\partial n} - \frac{\partial\varphi_3}{\partial n} \right) d\Omega, \quad n = 1, 2, \ldots, 6, \qquad (II.47)$$

где α_0 — амплитуда угла волнового склона.

Ясно, что входящую в показатель экспоненты кажущуюся частоту $\omega_к$ заменять на истинную ω нельзя, поскольку время t может меняться неограниченно, и ошибка от такой замены будет нарастать.

§ 9. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА СКОРОСТИ

Для эффективного определения инерционно-демпфирующих сил и моментов, обусловленных как вынужденными колебаниями судна на спокойной воде, так и дифрагированным волнением, нужно знать потенциал скорости $\Phi_m = \varphi_m u_m (m = 1, 2, \ldots, 6)$ движения жидкости, вызванного вынужденными поступательными и вращательными колебаниями судна с единичными скоростями на спокойной воде (точнее, в отсутствие набегающих волн). Каждая из функций Φ_m — гармоническая, удовлетворяющая уравнению Лапласа, граничным условиям (II.6) на равновесной смоченной поверхности, граничному условию типа (II.1) на невозмущенной свободной поверхности и условиям затухания движения жидкости при безграничном удалении от колеблющегося судна.

При произвольной форме обводов скорость судна приходится полагать величиной малой; тогда граничное условие в плоскости $\zeta = 0$ приобретает вид

$$\frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial t^2} - g \frac{\partial \Phi_m}{\partial \zeta} = 0, \quad m = 1, 2, \ldots, 6. \tag{II.48}$$

Задача по определению функций Φ_m относится к числу задач линейной теории волн, вынуждаемых движением тела по свободной поверхности жидкости; в первом разделе тома 1 справочника описаны методы этой теории. Остановимся на методах решения этих задач в связи с особенностями их применения к вопросам качки судов на свободной поверхности.

Линейность граничной задачи позволяет использовать для ее решения один из наиболее общих методов динамики невязкой жидкости — метод гидродинамических особенностей. В качестве характерной особенности берется источник, пульсирующий под свободной поверхностью по гармоническому закону с частотой ω. Потенциал скорости, т. е. функция Грина пульсирующего источника с координатами ξ_1, η_1, ζ_1 представляется в виде [40]: $G(\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1) e^{i\omega t}$, где

$$G = (1/r) + (1/r') + G_1; \tag{II.49}$$

$$\left.\begin{aligned} r &= \sqrt{(\xi - \xi_1)^2 + (\eta - \eta_1)^2 + (\zeta - \zeta_1)^2}; \\ r' &= \sqrt{(\xi - \xi_1)^2 + (\eta - \eta_1)^2 + (\zeta + \zeta_1)^2}; \end{aligned}\right\} \tag{II.50}$$

G_1 — гармоническая во всем нижнем полупространстве, занятом жидкостью, функция

$$G_1 = 2k \int\limits_{0\,(L)}^{\infty} \frac{e^{-u(\zeta+\zeta_1)}}{u-k} I_0(uR_0)\, du, \tag{II.51}$$

где $R_0 = \sqrt{(\xi - \xi_1)^2 + (\eta - \eta_1)^2}$; $I_0(uR_0)$ — функция Бесселя, а интегрирование проводится по пути L, соединяющему точки $u = 0$ и $u = \infty$ и обходящему особую точку $u = k$ сверху.

Асимптотическое значение функции G, справедливое на большом удалении от источника:

$$G = 2\sqrt{\frac{2\pi k}{R}}\, e^{-k(\zeta-\zeta_1-i\xi\cos\theta_0+i\eta\sin\theta_0)-i\left(kR+\frac{\pi}{4}\right)} + 0\left(\frac{1}{R}\right), \tag{II.52}$$

где R и θ_0 — полярные координаты; $\xi = R\cos\theta_0$, $\eta = R\sin\theta_0$, а $0(1/R)$ обозначает члены, имеющие порядок малости $1/R$.

Распределяя по смоченной поверхности Ω_0 пульсирующие источники и удовлетворяя кинематическому граничному условию на ней, задачу об определении интенсивности источников сводят к интегральному уравнению Фредгольма второго рода

$$\gamma_1(\xi_1, \eta_1, \zeta_1) = \frac{1}{2\pi} \iint\limits_{\Omega_0} \gamma_1 \frac{\partial G}{\partial n}\, d\Omega - 2f_1(\xi_1, \eta_1, \zeta_1),$$

где γ_1 — искомая интенсивность источников; f_1 — известная функция, зависящая от формы смоченной поверхности судна.

Доказано, что при больших и малых значениях частотного параметра k решение этого уравнения существует и может быть найдено в виде сходящегося ряда. Отсюда следует, что искомые гармонические функции $\varphi_m(\xi, \eta, \zeta)$ в нижнем полупространстве вне поверхности Ω_0 являются ограниченными функциями, стремящимися к нулю при $\zeta \to \infty$. Однако эффективное нахождение решений интегральных уравнений на сложной трехмерной поверхности Ω_0 даже численными методами весьма затруднительно. Один из численных методов предложен в [82]. Гораздо более широкое применение нашел другой метод, который разработан Н. Е. Кочиным при изучении волновых движений, вынуждаемых колебаниями тела под свободной поверхностью жидкости.

В соответствии с формулой Грина, примененной к гармоническим функциям φ_m и G, возможно представление искомого потенциала скорости в виде комбинации распределений по Ω_0 простого и двойного слоев

$$\varphi_m(\xi, \eta, \zeta) = -\frac{1}{4\pi} \iint\limits_{\Omega_0} \left(\frac{\partial \varphi_m}{\partial n} G - \varphi_m \frac{\partial G}{\partial n} \right) d\Omega. \qquad (II.53)$$

После подстановки в правую часть этой формулы выражения (II.49) и перемены порядка интегрирования приходят к расчетной зависимости

$$\varphi_m(\xi, \eta, \zeta) = -\frac{1}{4\pi} \iint\limits_{\Omega_0} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_m}{\partial n} - \varphi_m \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} \right) d\Omega -$$

$$-\frac{1}{8\pi^2} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \int\limits_{0\,(L)}^{\infty} \frac{u+k}{u-k} e^{-u(\zeta + i\xi\cos\vartheta + i\eta\sin\vartheta)} H_m(u, \vartheta)\, d\vartheta\, du, \qquad (II.54)$$

где

$$H_m(u, \vartheta) = \iint\limits_{\Omega_0} e^{-u(\zeta - i\xi\cos\vartheta - i\eta\sin\vartheta)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\partial \varphi_m}{\partial n} - u\varphi_m \left[i\cos\vartheta \cos(\widehat{n, \xi}) + i\sin\vartheta\cos(\widehat{n, \vartheta}) + \cos(\widehat{n, \zeta}) \right] \right\} d\Omega \qquad (II.55)$$

— функция Кочина.

Асимптотическое выражение функции φ_m, справедливое для больших R, имеет вид

$$\varphi_m(\xi, \eta, \zeta) = -H_m(k, \theta) \sqrt{\frac{k}{2\pi R}}\, e^{-k\zeta - i\left(kR + \frac{\pi}{4}\right)} + 0\left(\frac{1}{R}\right). \qquad (II.56)$$

Таким образом, асимптотическое значение потенциала скорости возмущенного движения жидкости легко найти, если известна функция Кочина. Эта функция довольно слабо реагирует на изменение величины φ_m, входящей в подынтегральное выражение и неизвестной заранее. Поэтому нахождение потенциала скорости с помощью функции Кочина методом последовательных приближений дает хорошие результаты уже в первом приближении, если исходное выбрано достаточно удачно. Н. Е. Кочин предложил брать в качестве исходного, нулевого приближения соответствующее значение потенциала скорости при движении тела в безграничной жидкости.

Метод Н. Е. Кочина применительно к исследованиям и расчетам качки судов развил М. Д. Хаскинд [96]. Если судно рассматривается как трехмерное твердое тело в пространственном потоке невязкой жидкости, при определении функции Кочина в качестве исходного приближения был взят потенциал скорости при колебаниях трехосного эллипсоида в безграничной жидкости, который определяется простыми аналитическими зависимостями [41]. Подстановка его в (II.55) позволяет найти функцию Кочина, а по ней — формулы первого приближения для потенциала скорости и гидродинамических сил инерционно-демпфирующей природы [96].

Большинство морских судов имеют форму удлиненных тел с большим отношением длины к ширине и осадке. Опыт показывает, что при колебаниях таких тел (за исключением продольно-горизонтальных) возмущенное движение жидкости происходит, главным образом, в плоскостях шпангоутных сечений, так что гидродинамическая задача сводится к плоской, в которой колебания каждого шпангоутного сечения на свободной поверхности рассматриваются порознь. Такой подход в теории корабля носит название гипотезы плоских сечений. В случае использования этой гипотезы в гидродинамической теории качки при определении функции Кочина М. Д. Хаскинд рекомендует принимать за исходное приближение потенциал скорости движения жидкости, вызванного колебаниями эллиптического цилиндра в безграничной жидкости [96] (горизонтальная ось эллипса принимается равной ширине, вертикальная — удвоенной осадке в данном шпангоутном сечении). Построенные затем формулы первого приближения позволяют найти гидродинамические силы инерцион-

но-демпфирующей природы, действующие на отсеки единичной длины в выбранных шпангоутных сечениях судна. Суммируя их по всей длине, определяют гидродинамические силы, действующие на судно в целом.

В случае когда потенциальную задачу о движении невязкой жидкости можно свести к плоской, весьма эффективными оказываются методы теории функций комплексного переменного, особенно метод конформных отображений. Используя развитый Л. И. Седовым [80] метод определения гидродинамических характеристик глиссирования плоского контура по свободной поверхности жидкости, М. Д. Хаскинд подробно изучил колебания шпангоутного сечения на свободной поверхности, выявил особенности волнообразования и дал общие формулы для гидродинамических сил, действующих на отсеки единичной длины в характерных шпангоутных сечениях как на спокойной воде, так и на регулярном волнении [96].

Для частных форм контуров (типа Льюиса), неплохо имитирующих шпангоутные сечения большинства водоизмещающих морских судов, А. З. Салькаев привел эти общие формулы к удобному для расчетов виду, представив таблицы и графики [8], существенно облегчающие практическое вычисление гидродинамических характеристик качки. Последние, кроме того, рассчитываются по материалам зарубежных исследователей (Урселл, Грим, Тасаи, Портер), в которых также используются методы теории функций комплексного переменного, как правило, несколько отличающиеся от метода Д. И. Седова — М. Д. Хаскинда. Из них следует отметить метод Урселла [152], выделяющийся высокой точностью и удобством применения в машинных расчетах.

§ 10. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ КАЧКИ СУДНА В ОБЩЕМ ВИДЕ

После того как потенциал скорости возмущенного движения жидкости, а затем и гидродинамические силы потенциальной природы найдены, можно приступить к определению кинематических характеристик качки судна — перемещений, скоростей и ускорений — конечной цели расчета качки. Гидродинамические силы непотенциальной природы, обусловленные трением и вихреобразованием, находятся обычно экспериментальным путем и учитываются путем введения соответствующих поправок либо в уравнения движения судна, либо прямо в формулы для кинематических характеристик качки.

Для определения последних удобно воспользоваться динамическим граничным условием (I.15) на смоченной поверхности судна, при этом следует иметь в виду, что в линейной теории каждая из составляющих сил и моментов должна определяться с точностью до малых первого порядка. Кроме гидродинамических сил и моментов в левые части условия (I.15) входят сила тяжести судна, силы инерции его массы и их моменты. Последние находятся наиболее просто, если движение судна как твердого тела определять изменением координат ξ_g, η_g, ζ_g его центра тяжести и вращением его вокруг главных осей инерции Gx', Gy', Gz', проходящих через центр тяжести и параллельных осям Ox, Oy, Oz соответственно. Тогда проекции сил инерции массы судна на координатные оси первой подвижной системы равны: $(D/g)\,\ddot{\xi}_g$ — на ось $O_1\xi$; $(D/g)\,\ddot{\eta}_g$ — на ось $O_1\eta$; $(D/g)\,\ddot{\zeta}_g$ — на ось $O_1\zeta$, а их моменты относительно главных центральных осей инерции: $I_{xx'}\dot{\omega}_{x'} - (I_{yy'} - I_{zz'})\,\omega_{y'}\omega_{z'}$ — относительно Gx'; $I_{yy'}\,\dot{\omega}_{y'} - (I_{zz'} - I_{xx'})\,\omega_{x'}\omega_{z'}$ — относительно Gy'; $I_{zz'}\dot{\omega}_{z'} - (I_{xx'} - I_{yy'}) \times \omega_{x'}\omega_{y'}$ — относительно Gz', где D — водоизмещение судна, равное его силе тяжести; $I_{xx'}$, $I_{yy'}$, $I_{zz'}$ — главные центральные моменты инерции массы судна относительно соответствующих осей; $\omega_{x'}$, $\omega_{y'}$, $\omega_{z'}$ — проекции угловой скорости вращения судна относительно центральной оси.

В выбранной системе отсчета угловые колебания судна определяются эйлеровыми углами θ, ψ и χ, а угловые скорости $\omega_{x'}$, $\omega_{y'}$ и $\omega_{z'}$ — через производные по времени эйлеровых углов. При конечных амплитудах колебаний эта зависимость имеет вид [3, 42]

$$\left.\begin{aligned} \omega_{x'} &= \dot{\theta} - \dot{\chi}\sin\psi; \\ \omega_{y'} &= \dot{\chi}\sin\theta\cos\psi + \dot{\psi}\cos\theta; \\ \omega_{z'} &= \dot{\chi}\cos\theta\cos\psi - \dot{\psi}\sin\theta. \end{aligned}\right\} \qquad (II.57)$$

В линейной теории, когда углы θ, ψ и χ, а также их производные весьма малы, с точностью до малых первого порядка

$$\omega_{x'} = \dot{\theta}; \quad \omega_{y'} = \dot{\psi}; \quad \omega_{z'} = \dot{\chi}. \tag{II.58}$$

Соответствующие проекции момента сил инерции на главные центральные оси — $I_{xx'}\ddot{\theta}$; $I_{yy'}\ddot{\psi}$; $I_{zz'}\ddot{\chi}$.

Следует также учесть, что при определении гидродинамических сил и моментов в линейном приближении считается, что смоченная поверхность судна отвечает его равновесному положению, когда оси первой и второй подвижных систем координат совпадают. Поэтому проекции инерционно-демпфирующих и возмущающих сил при поступательных движениях судна можно прямо суммировать с соответствующими проекциями силы инерции массы судна. Моменты гидродинамических сил определялись относительно осей, лежащих в плоскости ватерлинии, в то время как моменты сил инерции массы $I_{xx'}\ddot{\theta}$, $I_{yy'}\ddot{\psi}$, $I_{zz'}\ddot{\chi}$ вычислены относительно осей, проходящих через центр тяжести судна. Значит, гидродинамические характеристики качки, определяющие моменты инерционно-демпфирующих и возмущающих сил надо пересчитать в новой системе координат $G\xi'\eta'\zeta'$, оси которой параллельны $O_1\xi\eta\zeta$, но проходят через центр тяжести судна. Это относится и к коэффициентам присоединенных масс и демпфирования, входящим в выражения для сил, но связанных с вращательными движениями судна, поскольку последние происходят относительно центральных осей инерции. С учетом этих обстоятельств уравнения динамического равновесия сил и моментов, действующих на судно при линейной качке, записываются в виде

$$\left.\begin{aligned}
\frac{D}{g}\ddot{\xi}_g &= P_{k\xi'} + P_{W\xi'} + P_{d\xi'};\\
\frac{D}{g}\ddot{\eta}_g &= P_{k\eta'} + P_{W\eta'} + P_{d\eta'};\\
\frac{D}{g}\ddot{\zeta}_g &= D + P_{s\zeta'} + P_{k\zeta'} + P_{W\zeta'} + P_{d\zeta'};\\
I_{x'}\ddot{\theta} &= M_{sx'} + M_{k\xi'} + M_{W\xi'} + M_{d\xi'};\\
I_{y'}\ddot{\psi} &= M_{sy'} + M_{k\eta'} + M_{W\eta'} + M_{d\eta'};\\
I_{z'}\ddot{\chi} &= M_{k\zeta'} + M_{W\zeta'} + M_{d\zeta'},
\end{aligned}\right\} \tag{II.59}$$

где индексы ξ', η', ζ' отвечают проекциям сил и моментов на оси $G\xi'$, $G\eta'$, $G\zeta'$, параллельные координатным осям $O_1\xi$, $O_1\eta$, $O_1\zeta$ соответственно.

Восстанавливающие сила и момент зависят от перемещений судна ζ_g, θ, ψ, гидродинамические инерционной природы — от его ускорений $\ddot{\xi}_g$, $\ddot{\eta}_g$, $\ddot{\zeta}_g$, $\ddot{\theta}$, $\ddot{\psi}$, $\ddot{\chi}$, а демпфирующие — от скоростей $\dot{\xi}_g$, $\dot{\eta}_g$, ..., $\dot{\chi}$. Возмущающие силы и моменты представляют собой некоторые функции времени, зависящие от характера волнения. Поэтому в общем случае линейной качки судна его кинематические характеристики определяются системой шести связанных линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка, решение которой в принципе вполне возможно, но весьма громоздко.

§ 11. РАЗДЕЛЕНИЕ ОТДЕЛЬНЫХ ВИДОВ КАЧКИ В ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ

Для судна, симметричного относительно диаметральной плоскости, общую систему дифференциальных уравнений качки можно конкретизировать и упростить, воспользовавшись приведенными в § 7 и 8 второго раздела сведениями об инерционно-демпфирующих силах и моментах, а также известными формулами статики корабля (см. первый раздел), определяющими силу поддержания и восстанавливающие моменты:

$$\left.\begin{aligned}
P_{s\zeta'} &= -\rho g V_0 - \rho g S\zeta_g + \rho g S x_f \psi;\\
M_{sx'} &= -Dh_0\theta;\\
M_{sy'} &= -DH_0\psi + \rho g S x_f \zeta_g,
\end{aligned}\right\} \tag{II.60}$$

где V_0 — объемное водоизмещение, отвечающее равновесному положению судна; S — площадь ватерлинии равновесия (x_f — абсцисса ее центра тяжести); h_0 — поперечная метацентрическая высота; H_0 — продольная метацентрическая высота.

Для судна, симметричного относительно диаметральной плоскости, коэффициенты присоединенных масс и демпфирования

$$\left.\begin{aligned}\lambda_{12}=\lambda_{14}=\lambda_{16}=\lambda_{23}=\lambda_{34}=\lambda_{36}=\lambda_{25}=\lambda_{45}=\lambda_{56}=0;\\ \mu_{12}=\mu_{14}=\mu_{16}=\mu_{23}=\mu_{34}=\mu_{36}=\mu_{25}=\mu_{45}=\mu_{56}=0\end{aligned}\right\} \tag{II.61}$$

как в системе координат $O_1\xi\eta\zeta$, так и в центральной системе $G\xi'\eta'\zeta'$.

Тогда, используя (II.19) и (II.23), можно записать

$$\left.\begin{aligned}P_{k\xi'}&=-\lambda_{11}^0\ddot{\xi}_g-\lambda_{13}^0\ddot{\zeta}_g-\lambda_{15}\ddot{\psi}-\mu_{11}^0\dot{\xi}_g-\mu_{13}^0\dot{\zeta}_g-\mu_{15}\dot{\psi};\\ P_{k\eta'}&=-\lambda_{22}^0\ddot{\eta}_g-\lambda_{24}\ddot{\theta}-\lambda_{26}\ddot{\chi}-\mu_{22}^0\dot{\eta}_g-\mu_{24}\dot{\theta}-\mu_{26}\dot{\chi};\\ P_{k\zeta'}&=-\lambda_{13}^0\ddot{\xi}_g-\lambda_{33}^0\ddot{\zeta}_g-\lambda_{35}\ddot{\psi}-\mu_{13}^0\dot{\xi}_g-\mu_{33}^0\dot{\zeta}_g-\mu_{35}\dot{\psi};\\ M_{k\xi'}&=-\lambda_{24}\ddot{\eta}_g-\lambda_{44}\ddot{\theta}-\lambda_{46}\ddot{\chi}-\mu_{24}\dot{\eta}_g-\mu_{44}\dot{\theta}-\mu_{46}\dot{\chi};\\ M_{k\eta'}&=-\lambda_{15}\ddot{\xi}_g-\lambda_{35}\ddot{\zeta}_g-\lambda_{55}\ddot{\psi}-\mu_{15}\dot{\xi}_g-\mu_{35}\dot{\zeta}_g-\mu_{55}\dot{\psi};\\ M_{k\zeta'}&=-\lambda_{26}\ddot{\eta}_g-\lambda_{46}\ddot{\theta}-\lambda_{66}\ddot{\chi}-\mu_{26}\dot{\eta}_g-\mu_{46}\dot{\theta}-\mu_{66}\dot{\chi},\end{aligned}\right\} \tag{II.62}$$

где индекс «0» означает, что соответствующие коэффициенты присоединенных масс и демпфирования могут вычисляться в системе координат $O_1\xi\eta\zeta$; остальные гидродинамические коэффициенты должны быть пересчитаны к центральной системе $G\xi'\eta'\zeta'$, например по формулам перехода (II.27).

При действии на судно плоских прогрессивных волн главная часть возмущающих сил и моментов в проекциях на оси центральной системы координат $G'\xi'\eta'\zeta'$ может быть представлена в виде

$$\left.\begin{aligned}P_{W\xi'}&=P_{W_1}^m e^{-i\omega_{\text{к}}t};\\ P_{W\eta'}&=P_{W_2}^m e^{-i\omega_{\text{к}}t};\\ P_{W\zeta'}&=P_{W_3}^m e^{-i\omega_{\text{к}}t};\\ M_{W\xi'}&=M_{W_1}^m e^{-i\omega_{\text{к}}t};\\ M_{W\eta'}&=M_{W_2}^m e^{-i\omega_{\text{к}}t};\\ M_{W\zeta'}&=M_{W_3}^m e^{-i\omega_{\text{к}}t},\end{aligned}\right\} \tag{II.63}$$

где амплитудные, независящие от времени комплексные значения главных частей возмущающих сил и моментов

$$\left.\begin{aligned}P_{W_1}^m&=\rho c\zeta_A\omega\iint\limits_{\Omega_0}e^{-k\zeta+ik(\xi\cos\beta_{\text{в}}-\eta\sin\beta_{\text{в}})}\cos(\widehat{n,\ \xi})\,d\Omega;\\ P_{W_2}^m&=\rho c\zeta_A\omega\iint\limits_{\Omega_0}e^{-k\zeta+ik(\xi\cos\beta_{\text{в}}-\eta\sin\beta_{\text{в}})}\cos(\widehat{n,\ \eta})\,d\Omega;\\ P_{W_3}^m&=\rho c\zeta_A\omega\iint\limits_{\Omega_0}e^{-k\zeta+ik(\xi\cos\beta_{\text{в}}-\eta\sin\beta_{\text{в}})}\cos(\widehat{n,\ \zeta})\,d\Omega;\\ M_{W_1}^m&=\rho c\zeta_A\omega\iint\limits_{\Omega_0}e^{-k\zeta+ik(\xi\cos\beta_{\text{в}}-\eta\sin\beta_{\text{в}})}\times\\ &\times[\eta\cos(\widehat{n,\ \zeta})-(\zeta-z_p)\cos(\widehat{n,\ \eta})]\,d\Omega;\end{aligned}\right\} \tag{II.64}$$

$$
\left.\begin{aligned}
M^m_{W_2} &= \rho c \zeta_A \omega \iint\limits_{\Omega_0} e^{-k\zeta + ik(\xi\cos\beta_{\text{в}} - \eta\sin\beta_{\text{в}})} \times \\
&\times [(\zeta - z_p)\cos(\widehat{n,\ \xi}) - \xi\cos(\widehat{n,\ \zeta})]\, d\Omega; \\
M^m_{W_3} &= \rho c \zeta_A \omega \iint\limits_{\Omega_0} e^{-k\zeta + ik(\xi\cos\beta_{\text{в}} - \eta\sin\beta_{\text{в}})} \times \\
&\times [\xi\cos(\widehat{n,\ \eta}) - \eta\cos(\widehat{n,\ \xi})]\, d\Omega.
\end{aligned}\right\} \qquad (II.64)
$$

Гидродинамические части возмущающих сил и моментов удобно представить, используя (II.47), в виде

$$
X_{dn} = X^m_{dn} e^{-i\omega_{\text{к}} t}, \quad n = 1,\ 2,\ \ldots,\ 6, \qquad (II.65)
$$

где комплексные амплитудные значения:

$$
X^m_{dn} = -\rho g \alpha_0 \iint\limits_{\Omega_0} \varphi'_n e^{-k\zeta + ik(\xi\cos\beta_{\text{в}} - \eta\sin\beta_{\text{в}})} \times
$$

$$
\times [i\cos\beta_{\text{в}}\cos(\widehat{n,\ \xi}) - i\sin\beta_{\text{в}}\cos(\widehat{n,\ \eta}) - \cos(\widehat{n,\ \zeta})]\, d\Omega, \qquad (II.66)
$$

причем амплитуды потенциала скорости φ'_n при $n = 4, 5, 6$ должны пересчитываться к центральной системе координат $G\xi'\eta'\zeta'$.

Подстановка выражений для различных составляющих гидродинамических сил и моментов (II.60), (II.62), (II.63) и (II.65) в общую систему дифференциальных уравнений качки (II.59) приводит ее к виду

$$
\left.\begin{aligned}
&\left(\frac{D}{g} + \lambda_{11}\right)\ddot{\xi}_g + \lambda_{13}\ddot{\zeta}_g + \lambda_{15}\ddot{\psi} + \mu_{11}\dot{\xi}_g + \\
&+ \mu_{13}\dot{\zeta}_g + \mu_{15}\dot{\psi} = \left(P^m_{W1} + X^m_{d_1}\right) e^{-i\omega_{\text{к}} t}; \\
&\left(\frac{D}{g} + \lambda_{22}\right)\ddot{\eta}_g + \lambda_{24}\ddot{\theta} + \lambda_{26}\ddot{\chi} + \mu_{22}\dot{\eta}_g + \\
&+ \mu_{24}\dot{\theta} + \mu_{26}\dot{\chi} = \left(P^m_{W_2} + X^m_{d_2}\right) e^{-i\omega_{\text{к}} t}; \\
&\left(\frac{D}{g} + \lambda_{33}\right)\ddot{\zeta}_g + \lambda_{13}\ddot{\xi}_g + \lambda_{35}\ddot{\psi} + \mu_{33}\dot{\zeta}_g + \\
&+ \mu_{13}\dot{\xi}_g + \mu_{35}\dot{\psi} + \rho g S \zeta_g - \rho g S x_f \psi = \left(P^m_{W_3} + X^m_{d_3}\right) e^{-i\omega_{\text{к}} t}; \\
&(I_{xx'} + \lambda_{44})\ddot{\theta} + \lambda_{24}\ddot{\eta}_g + \lambda_{46}\ddot{\chi} + \mu_{44}\dot{\theta} + \mu_{24}\dot{\eta}_g + \mu_{46}\dot{\chi} + D h_0 \theta = \\
&= \left(M^m_{W_1} + X^m_{d_4}\right) e^{-i\omega_{\text{к}} t}; \\
&(I_{yy'} + \lambda_{55})\ddot{\psi} + \lambda_{15}\ddot{\xi}_g + \lambda_{35}\ddot{\zeta}_g + \mu_{55}\dot{\psi} + \mu_{15}\dot{\xi}_g + \mu_{35}\dot{\zeta}_g + \\
&+ D H_0 \psi - \rho g S x_f \zeta_g = \left(M^m_{W_2} + X^m_{d5}\right) e^{-i\omega_{\text{к}} t}; \\
&(I_{zz'} + \lambda_{66})\ddot{\chi} + \lambda_{26}\ddot{\eta}_g + \lambda_{46}\ddot{\theta} + \mu_{66}\dot{\chi} + \mu_{26}\dot{\eta}_g + \mu_{46}\dot{\theta} = \\
&= \left(M^m_{W_3} + X^m_{d6}\right) e^{-i\omega_{\text{к}} t},
\end{aligned}\right\} \qquad (II.67)
$$

где $\lambda_{11} = \lambda^0_{11}$; $\lambda_{13} = \lambda^0_{13}$; $\lambda_{22} = \lambda^0_{22}$; $\lambda_{33} = \lambda^0_{33}$; $\mu_{11} = \mu^0_{11}$; $\mu_{13} = \mu^0_{13}$; $\mu_{22} = \mu^0_{22}$; $\mu_{33} = \mu^0_{33}$.

Эта система линейных дифференциальных уравнений второго порядка описывает качку достаточно малой амплитуды под действием плоских прогрессивных волн в общем случае движения судна, симметричного относительно диаметральной плоскости. Она распадается на две независимые системы уравнений. Нечетные уравне-

ния—первое, третье и пятое—содержат лишь ξ_g, ζ_g, ψ и их производные, т. е. характеристики колебаний судна в продольных плоскостях, параллельных диаметральной. Система этих уравнений называется дифференциальными уравнениями продольной качки. Очевидно, что при продольной качке горизонтальные ξ_g, вертикальные ζ_g и килевые ψ колебания судна взаимосвязаны. Четные уравнения — второе, четвертое и шестое — содержат лишь η_g, θ, χ и их производные, т. е. характеризуют колебания судна в поперечных направлениях, выходящие из диаметральной плоскости. Эту систему уравнений часто называют дифференциальными уравнениями поперечной качки[1]. Входящие в них колебания — горизонтальные η_g, бортовые θ и рыскания χ взаимосвязаны. В линейной гидродинамической теории качки судов, симметричных относительно диаметральной плоскости, продольные и поперечные виды качки могут рассматриваться независимо. Для судов и инженерных сооружений, имеющих несимметрию равновесного погруженного объема относительно диаметральной плоскости либо вследствие особенностей формы теоретического чертежа (некоторые плавучие установки), либо вследствие начального крена от распределения нагрузки, отдельные виды продольной и поперечной качки взаимосвязаны.

§ 12. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КАЧКИ

Построение гидродинамической модели процесса качки судов предполагает определенную схематизацию физической картины явления — взаимосвязанного движения воды и судна, которая необходима для эффективного математического описания действующих на судно гидродинамических сил.

Простейшей гидродинамической моделью качки является известная схематизация В. Фруда, в основе которой лежит предположение о том, что поперечные размеры судна — его ширина и осадка — много меньше длины набегающих волн. Оно позволяет считать, что судно совершает развитое орбитальное движение в составе частиц волны, и пренебречь всеми возмущениями, вносимыми движением судна в окружающую его жидкость, однако дает возможность оценить гидродинамические силы только для положения судна лагом к волне.

Более общей гидродинамической моделью качки является модель «проницаемого» судна, базирующаяся на гипотезе А. Н. Крылова о независимости поля давления набегающих волн от присутствия судна. Согласно этой гипотезе волны как бы проходят сквозь качающееся судно не деформируясь, что позволяет пренебречь всеми возмущениями, вносимыми судном в волновое движение жидкости. Интегрирование по смоченной поверхности корпуса известных давлений набегающих волн, которые А. Н. Крылов считал плоскими, трохоидальными, дает возможность сравнительно просто, без решения краевой задачи, определить главную часть возмущающих сил при движении судна любым курсом по отношению к волнению.

Первой гидродинамической моделью качки, учитывающей влияние судна на волновое движение жидкости, является рассмотренная Н. Е. Жуковским качка прямоугольного понтона с предельно малой осадкой, плавающего в очень мелководном бассейне с горизонтальным дном. В тонком слое воды между днищем такого понтона и дном водоема можно пренебречь вертикальными составляющими возмущенного движения жидкости, что существенно облегчает изучение качки и позволяет получить решение соответствующей краевой задачи в относительно простом виде. Однако сугубо частный характер данной гидродинамической модели привел к тому, что сферой ее применения стала только качка судов внутреннего плавания с большим отношением ширины к осадке.

Современные гидродинамические модели качки базируются на основных положениях и выводах линейной гидродинамической теории качки, развитой в трудах Хаскинда, Джона, Питерса, Стокера, Ньюмана и ряда других исследователей. Согласно этой теории забортная вода считается невязкой однородной жидкостью, а ее движение — безвихревым. На другую часть гидромеханической системы — судно — в общей теории качки существенных ограничений не накладывается: оно считается твердым телом, симметричным относительно диаметральной плоскости;

---

[1] Иногда под поперечной качкой понимают колебания в плоскости шпангоутных сечений, включающие поперечно-горизонтальную, бортовую и вертикальную качку (см. гл. III второго раздела).

последнее дает возможность рассматривать продольные и поперечные виды качки порознь, упрощая тем самым как краевую задачу, так и решение дифференциальных уравнений движения.

Для определения потенциала скорости и гидродинамических характеристик качки в столь общем случае краевую задачу приходится решать методом интегральных уравнений, которые составляются либо непосредственно распределением пульсирующих источников по смоченной поверхности судна, либо через функцию Кочина. Ввиду сложности, трехмерности этой поверхности получение численных результатов весьма затруднительно. Произвольность формы корпуса вызывает и принципиальные трудности гидродинамического расчета: нельзя, базируясь на линейной теории, полноценно учесть влияние скорости судна — ее приходится считать малой настолько, чтобы на свободной поверхности не возникли корабельные волны конечной амплитуды.

Однако большинство морских судов представляют собой тела со значительным, а иногда и с большим удлинением — отношениями длины к ширине и осадке. Поэтому кажутся естественными попытки схематизировать обводы корпуса судов, используя свойства $L \gg B$, $L \gg T$. В настоящее время нашли широкое применение два типа подобной схематизации судовых корпусов и соответственно две гидродинамические модели качки: «судно типа Мичелла» и «удлиненное судно».

Судно типа Мичелла — это тонкое, стягивающееся в пределе к диаметральной плоскости тело. В современной теории качки существуют две трактовки данной гидродинамической модели, одна из которых базируется на классической концепции теории волнового сопротивления, другая — на известных методах теории малых возмущений, применяемых в механике, в том числе в механике жидкости.

Согласно первой трактовке, наиболее полно отраженной в работах М. Д. Хаскинда [96] и его последователей (В. А. Лукашевского, Ю. А. Нецветаева, Ю. В. Ремеза, Ю. Л. Воробьева и др.), для решения краевой задачи о качке судна Мичелла гидродинамические особенности, имитирующие возмущения, создаваемые судном в жидкости (источники, диполи), распределяются не по его фактической смоченной поверхности, а по диаметральной плоскости, но при вычислении гидродинамических сил в полной мере учитывается телесность корпуса, т. е. давления интегрируются по фактической смоченной поверхности. Этот подход дает возможность сразу, в первом приближении найти инерционно-демпфирующие силы и моменты, однако страдает тем недостатком, что не позволяет связать порядок возмущений в жидкости, в частности порядок вызванных скоростей, с полнотой формы судовых обводов. Такая связь оказывается необходимой для корректного учета влияния на гидродинамические характеристики качки скорости судна и для построения высших приближений в решении задачи, т. е. последовательного перехода к нелинейной теории.

Другая трактовка данной модели, наиболее четко сформулированная в работе Питерса и Стокера [137], состоит в том, что корпус судна считается тонким как в гидродинамическом смысле — особенности распределяются по диаметральной плоскости, так и в геометрическом — в первом приближении корпус уподобляется лезвию ножа, колеблющегося в своей плоскости и создающего малые возмущения в жидкости. Следовательно, для определения гидродинамических инерционно-демпфирующих сил необходимо построить хотя бы второе приближение, в определенной мере учитывающее телесность корпуса. В этом втором приближении и гидродинамические особенности окажутся распределенными не по самой диаметральной плоскости, т. е. в некоторой мере осуществится отход от классической модели Мичелла. Такой переход проводится с помощью малого параметра — отношения ширины судна к длине, по степеням которого и располагаются порядки возмущений в жидкости, а затем и гидродинамических сил. Он связан с более громоздкими выкладками и численными расчетами, однако обладает несомненным достоинством — последовательностью учета величин того или иного порядка малости, а значит, возможностью планомерного перехода от линейной к нелинейной теории качки.

Физически ясно, что возмущения в жидкости могут считаться малыми, т. е. могут использоваться линеаризованные зависимости гидродинамической теории волн, лишь в случае, если судно типа Мичелла движется только в диаметральной плоскости, совершая продольную качку; при любом его поперечном движении возможны конечные возмущения жидкости, причем необязательно потенциальной природы (срыв вихрей с подводных границ диаметрали, отрыв потока и т. п.). Таким

образом, модель данного типа в основном удобна для исследования и расчета вертикальных, килевых и продольно-горизонтальных колебаний судна.

При поступательном движении в диаметральной плоскости судна Мичелла даже при конечной скорости, возмущения в жидкости можно считать достаточно малыми. Это прямо следует из кинематического граничного условия на корпусе, поскольку для «тонкого» судна $\cos(\widehat{n, \xi})$ всегда можно считать малым. Значит, используя в гидродинамическом расчете продольной качки модель судна Мичелла, можно, не выходя за рамки линейной теории, удовлетворять граничному условию на свободной поверхности не в упрощенной форме (II.48), а с учетом скорости в виде (II.1). Тогда при определении потенциала скорости по смоченной поверхности, стянутой к диаметральной плоскости, следует распределять пульсирующие и движущиеся источники, рассмотренные в теории волн [83]. Это приводит к некоторому изменению свойств коэффициентов присоединенных масс и демпфирования, в частности к зависимости их от скорости судна [96]. Таким образом, модель судна типа Мичелла, с одной стороны, упрощает, схематизирует физическое явление, а с другой, — позволяет учесть, не выходя за строгие границы линейной теории, влияние на гидродинамические характеристики продольной качки такого важного фактора, как скорость судна.

Вторая гидродинамическая модель качки — модель «удлиненного судна» — базируется на том факте, что для большинства судов не только ширину, но и осадку можно считать малой по сравнению с длиной ($B \ll L$, $T \ll L$); значит, площадь любого поперечного (шпангоутного) сечения корпуса мала по сравнению с площадями продольных сечений (ватерлинии, диаметральная плоскость). Это дает основания считать, что при движении судна в поперечном направлении (поперечно-горизонтальная, бортовая, вертикальная качка) поток воды вокруг корпуса распределяется как набор плоских потоков, которые происходят в плоскостях шпангоутных сечений. Следовательно, можно изучить колебания каждого характерного шпангоутного сечения в отдельности, используя для этого методы теории плоских безвихревых течений жидкости, в частности методы теории функций комплексного переменного. Затем при определении общих гидродинамических реакций нужно просто просуммировать силы, действующие на отдельные сечения (точнее, цилиндры единичной длины), по всей длине судна.

Такой подход к расчетам качки удлиненного судна может быть назван концепцией цилиндрического судна, поскольку колебания каждого шпангоутного сечения как бы уподобляются качке соответствующего цилиндра бесконечной длины. Эта концепция широко представлена в работах М. Д. Хаскинда, А. З. Салькаева, Я. М. Элиса, Урселла, Грима, Тасаи, Портера.

Продольное растекание жидкости в подобном подходе не исследуется, что затрудняет учет влияния скорости судна на гидродинамические характеристики качки. В гидродинамической теории качки цилиндрического судна [97] этот учет сводится, по существу, лишь к использованию понятия кажущейся частоты волн. Приближенный учет влияния скорости, предложенный Корвин-Круковским [125] и его последователями, который в значительной мере основан на интуитивных соображениях, дает удовлетворительные результаты лишь при умеренных числах Фруда. Между тем, большое удлинение корпуса, а значит, и малые величины $\cos(\widehat{n, \xi})$ почти по всей длине судна позволяют, как и при использовании модели судна Мичелла, в процессе решения краевой задачи считать скорость конечной, базируясь на линейной теории волн.

Отмеченное обстоятельство послужило основанием для другой трактовки модели «удлиненного судна», которая получила название концепции «узкого судна». Эта концепция, нашедшая распространение в основном среди зарубежных ученых (Воссерс, Огилви, Так, Ньюман), базируется на методах теории малых возмущений, в частности на асимптотических методах, и исходит из того, что в исходном приближении судно можно считать несущей линией, располагая гидродинамические особенности на линии пересечения плоскости действующей ватерлинии и диаметральной плоскости. Введя малый параметр задачи — отношение одного из поперечных размерений судна к его длине, — в принципе можно в последующих приближениях, оставляя высшие степени малого параметра, учесть телесность корпуса и рассчитать гидродинамические характеристики как поперечной, так и продольной качки. К со-

жалению, переход к высшим приближениям связан обычно с рядом принципиальных и вычислительных трудностей. В отдельных случаях их, по-видимому, можно преодолеть, используя такие асимптотические методы, как метод сращиваемых асимптотических разложений, успешно примененный в исследованиях и расчетах линейной качки судов Ю. Л. Воробьевым.

В соответствии с этим методом область определения потенциала скоростей возмущенного движения жидкости условно разбивается на внутреннюю и внешнюю зоны, в каждой из которых формулируется соответствующая граничная задача. Задача для внешней зоны описывает движение жидкости на достаточном удалении от судна, задача для внутренней зоны характеризует возмущенное движение вблизи корпуса. Решения этих задач асимптотически сращиваются на границе зон, образуя равномерно пригодное во всей области, занятой жидкостью, приближенное решение поставленной гидродинамической задачи. Преимущество метода сращиваемых асимптотических разложений перед другими методами состоит в том, что граничные задачи в каждой зоне значительно проще задачи во всей области.

Глава III

ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ПОПЕРЕЧНОЙ КАЧКИ СУДНА НА РЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ

§ 13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ КАЧКИ СУДНА. СТРУКТУРА СИЛ, ВЫЗЫВАЮЩИХ КАЧКУ

В § 11 показано, что в общем случае отдельные виды качки связаны между собой членами различного порядка малости. В линейной постановке задачи, т. е. при ограничении членами первого порядка, уравнения колебательного движения судна распадаются на две системы, первая из которых описывает поперечную качку судна (θ, η_g и χ), а вторая — продольную качку (ξ_g, ζ_g и ψ).

Иногда виды качки разделяют несколько иначе. Например, если судно, симметричное относительно плоскости мидель-шпангоута, расположено лагом к волне без хода, килевая качка отсутствует, и судно совершает поперечно-горизонтальные колебания, бортовую и вертикальную качку, последнюю в этом случае также включают в состав поперечной. При некоторых режимах движения судна под кормовыми курсовыми углами к волне поперечно-горизонтальные и продольные колебания оказываются взаимосвязанными, что приводит к необходимости включения в состав поперечной качки и продольных колебаний центра тяжести (см. § 20 второго раздела).

Для описания движения судна используются следующие системы координат:

1. Неподвижная система координат $O^0\xi^0\eta^0\zeta^0$ (рис. III.1) используется для описания волны. Орбитальное движение частиц волны в этой системе координат определяется выражениями

$$\left.\begin{aligned} \zeta_в &= \zeta_A e^{-k\zeta_0}\cos(k\xi^0 - \omega t); \\ \eta_в &= \zeta_A e^{-k\zeta_0}\sin(k\xi^0 - \omega t). \end{aligned}\right\} \qquad (III.1)$$

2. Подвижная (скользящая) система координат $O\xi\eta\zeta$ движется вместе с судном с его средней скоростью v. Переход от этой системы к неподвижной осуществляется по формулам

$$\left.\begin{aligned} \xi^0 &= vt + \xi\cos\beta_в + \eta\sin\beta_в; \\ \eta^0 &= \eta\cos\beta_в - \xi\sin\beta_в, \end{aligned}\right\} \qquad (III.2)$$

где $\beta_в$ — курсовой угол судна по отношению к волне, определяемый углом поворота оси $O^0\xi^0$ по отношению к оси $O\xi$ ($\beta_в = 0$ соответствует попутному волнению).

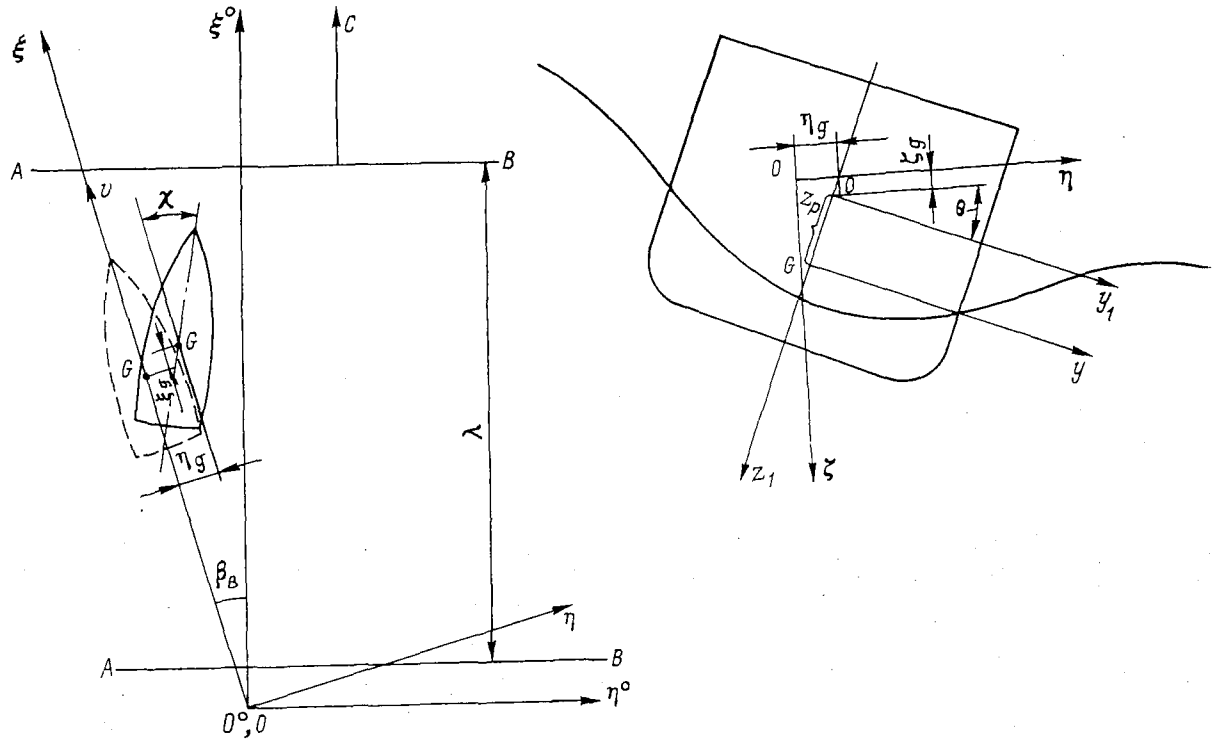


Рис. III.1. Системы координат.

С учетом (III.1) и (III.2) орбитальное движение частиц волны в скользящей системе координат записывается в виде

$$\left.\begin{aligned}\zeta_{\text{в}} &= \zeta_A e^{-k\zeta}\cos(k_1\xi + k_2\eta - \omega_{\text{к}}t);\\ \eta_{\text{в}} &= \zeta_A e^{-k\zeta}\sin(k_1\xi + k_2\eta - \omega_{\text{к}}t),\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.3)}$$

где

$$\left.\begin{aligned}k_1 = k\cos\beta_{\text{в}};\quad k_2 = k\sin\beta_{\text{в}};\\ \omega_{\text{к}} = \omega - \frac{\omega^2}{g}v\cos\beta_{\text{в}}.\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.4)}$$

3. Первая связанная с судном система $Gxyz$, начало которой находится в центре тяжести судна.

4. Вторая связанная с судном система координат $O_1x_1y_1z_1$, начало которой совпадает с точкой пересечения трех плоскостей: диаметральной, мидель-шпангоута и конструктивной ватерлинии, а оси параллельны соответствующим осям системы $Gxyz$.

Линейные перемещения судна считаются положительными, если они совпадают с положительными направлениями осей, положительными направлениями углов считаются: крен — на правый борт, дифферент — на корму, рыскание — отклонение носа вправо.

В предположении малости угловых колебаний скользящая и связанные с судном системы координат связаны между собой соотношениями

$$\left.\begin{aligned}\xi &= \xi_g + x_1 - y_1\chi + z_1\psi;\\ \eta &= \eta_g + y_1 + x_1\chi - z_1\theta;\\ \zeta &= \zeta_g + z_1 - x_1\psi + y_1\theta;\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.5)}$$

$$\left.\begin{aligned}x_1 &= x + x_g;\\ y_1 &= y;\\ z_1 &= z + z_p,\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.6)}$$

где z_p — погружение центра тяжести судна под плоскостью ватерлинии; x_g — отстояние центра тяжести судна от плоскости мидель-шпангоута.

Начало координат выбирается так, чтобы в равновесном положении судна точки O_1 и O совпадали и в момент времени $t = 0$ на оси $O_1\zeta$ находилась подошва волны.

Горизонтальные поперечные колебания, бортовая качка и рыскание в общем случае описываются следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned}&A_{22}\ddot{\eta}_g + B_{22}\dot{\eta}_g + C_{22}\eta_g + A_{24}\ddot{\theta} + B_{24}\dot{\theta} + C_{24}\theta + A_{26}\ddot{\chi} +\\ &\quad + B_{26}\dot{\chi} + C_{26}\chi = Y;\\ &A_{44}\ddot{\theta} + B_{44}\dot{\theta} + C_{44}\theta + A_{42}\ddot{\eta}_g + B_{42}\dot{\eta}_g + C_{42}\eta_g + A_{46}\ddot{\chi} +\\ &\quad + B_{46}\dot{\chi} + C_{46}\chi = M_x;\\ &A_{66}\ddot{\chi} + B_{66}\dot{\chi} + C_{66}\chi + A_{62}\ddot{\eta}_g + B_{62}\dot{\eta}_g + C_{62}\eta_g + A_{64}\ddot{\theta} +\\ &\quad + B_{64}\dot{\theta} + C_{64}\theta = M_z.\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.7)}$$

Вертикальная качка в данной главе рассматривается лишь в том случае, когда она описывается уравнением

$$A_{33}\ddot{\zeta}_g + B_{33}\dot{\zeta}_g + C_{33}\zeta_g = Z. \qquad \text{(III.8)}$$

Здесь Y и Z — проекции возмущающей силы на оси $O_1\eta$ и $O_1\zeta$; M_x и M_z — возмущающие моменты относительно осей Gx и Gz.

Члены, пропорциональные отклонению судна от положения равновесия при том или ином виде колебаний, характеризуют восстанавливающие силы и моменты, пропорциональные скорости колебаний — демпфирующие и пропорциональные ускорению — инерционные силы и моменты.

§ 14. ИНЕРЦИОННО-ДЕМПФИРУЮЩИЕ СИЛЫ ВОЛНОВОЙ ПРИРОДЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ПЛОСКИЙ КОНТУР

Инерционные силы и моменты складываются из составляющих, определяющихся инерцией самого судна (см. § 17), и составляющих, определяющихся инерционными свойствами жидкости и пропорциональных присоединенным массам.

Инерционно-демпфирующие силы зависят как от весомости, так и от вязкости жидкости. Существующие теоретические методы позволяют рассчитать составляющую этих сил, определяющуюся весомостью жидкости, а влияние вязкости учитывается обычно эмпирическими добавками.

Известно (гл. II), что гидродинамические величины λ^*_{mn}, характеризующие инерционные свойства жидкости, и μ^*_{mn}, характеризующие демпфирующие свойства, определяются следующим общим выражением:

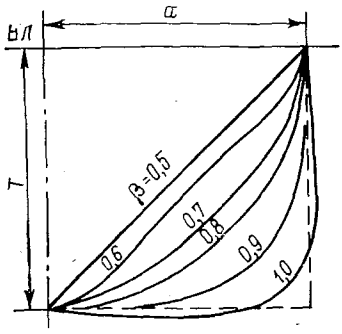


Рис. III.2. Формы Льюиса.

$$c^*_{mn} = \lambda^*_{mn} - \frac{i}{\omega}\mu^*_{mn} = -\rho \int\limits_{a_1} \varphi_m \frac{\partial \varphi_n}{\partial n}\, da, \tag{III.9}$$

где λ^*_{mn} и μ^*_{mn} — соответственно присоединенная масса и коэффициент демпфирования плоского контура, т. е. приходящиеся на единицу длины; a_1 — смоченная поверхность контура; φ_m и φ_n — потенциальные функции, удовлетворяющие уравнению Лапласа, условию на бесконечности и граничным условиям на поверхности контура в равновесном положении.

Для плоского контура могут быть вычислены следующие коэффициенты: c^*_{22}, c^*_{33}, c^*_{44} и $c^*_{34} = c^*_{42}$, граничные условия для которых имеют вид

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} &= \cos(n,\ y); \\ \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} &= \cos(n,\ z); \\ \frac{\partial \varphi_4}{\partial n} &= y\cos(n,\ z) - z\cos(n,\ y), \end{aligned}\right\} \tag{III.10}$$

где через $\cos(n,\ y)$ и $\cos(n,\ z)$ обозначены косинусы углов, образованных внешней нормалью к контуру и направлением соответствующих координатных осей.

В гидродинамике коэффициенты λ^*_{mn} и μ^*_{mn} принято вычислять в системе координат, начало которой расположено в плоскости ватерлинии. Поэтому, если уравнения моментов составляются относительно оси Gx_1, проходящей через центр тяжести судна, необходимо воспользоваться формулами перехода (II.27). В дальнейшем будем считать, что моменты инерционно-демпфирующих сил вычисляются относительно тех осей, в которых составляются уравнения качки.

Для нахождения величин μ^*_{mn} и λ^*_{mn} реальные судовые шпангоуты обычно аппроксимируются аналитическими кривыми, совпадающими с реальными по тем или иным параметрам. Очень широкое распространение получили формы Льюиса (рис. III.2), контур шпангоута которых задается в следующей параметрической форме:

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{T}{1+p+q}\left[(1-p)\cos\alpha + q\cos 3\alpha\right]; \\ z &= \frac{T}{1+p+q}\left[(1+p)\sin\alpha - q\sin 3\alpha\right], \end{aligned}\right\} \tag{III.11}$$

где α — угол поворота радиуса-вектора по отношению к горизонту; p и q — безразмерные параметры, удовлетворяющие следующим уравнениям:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1+p+q}{1-p+q}=\frac{T}{a}\,; \\ &\frac{\pi T}{4a}\,\frac{1-p^2-3q^2}{(1+p+q)^2}=\beta \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.12)}$$

($a = B/2$ — полуширина контура по ватерлинии; T — осадка; β — коэффициент полноты шпангоута).

Наиболее полные графики присоединенных масс и коэффициентов демпфирования для контуров этого типа, рассчитанные А. З. Салькаевым, имеются в [8].

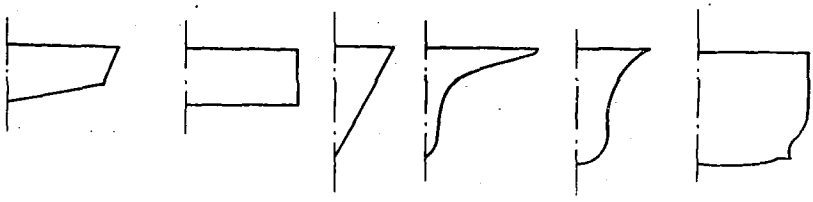


Рис. III.3. Контуры шпангоутов, полученные с помощью рядов (III.13).

Поскольку контуры Льюиса совпадают с реальными шпангоутами лишь по двум параметрам (B/T и β), они мало пригодны для бульбовых и остроскулых шпангоутов.

Более общая преобразующая функция предложена в [112]. Контур шпангоута задается рядами

$$\left.\begin{aligned} y &= a_0\left[\cos\alpha+\sum_{n=1}^{N-1}(-1)^{n+1}a_{2n+1}\cos(2n+1)\alpha\right]; \\ z &= a_0\left[\sin\alpha-\sum_{n=1}^{N-1}(-1)^{n+1}a_{2n+1}\sin(2n+1)\alpha\right], \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.13)}$$

которые конформным преобразованием отображаются на внешность единичного круга и при $N = 2$ переходят в форму Льюиса. Количество параметров, по которым аналитический контур сравнивается с реальным, может быть любым, а коэффициенты ряда выбираются таким образом, чтобы расхождение между реальным и аналитическим шпангоутами, вычисленные по методу наименьших квадратов, было минимальным. В качестве параметров, характеризующих форму контура, обычно задаются координаты равномерно распределенных по нему точек. В [112] имеются графики инерционно-демпфирующих характеристик для шести контуров, показанных на рис. III.3.

В последние годы для определения инерционно-демпфирующих сил широко используется метод Франка [117], при котором контур шпангоута задается распределением диполей. При достаточном количестве диполей этот метод позволяет описать шпангоут любой формы. Он обеспечивает высокую точность, но требует применения ЭВМ, так как является весьма трудоемким.

Наиболее полное и тщательное экспериментальное исследование инерционно-демпфирующих сил на цилиндрических моделях простейших геометрических форм проводилось Вугтсом [154]. Результаты испытаний, характерные образцы которых приведены на рис. III.4—III.7, показали, что присоединенные массы и коэффициенты демпфирования при вертикальных и горизонтально-поперечных колебаниях, а также коэффициенты, учитывающие взаимодействие последних с бортовой качкой, рассчитанные для невязкой жидкости, вполне удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Заметное расхождение эксперимента с расчетом наблюдается

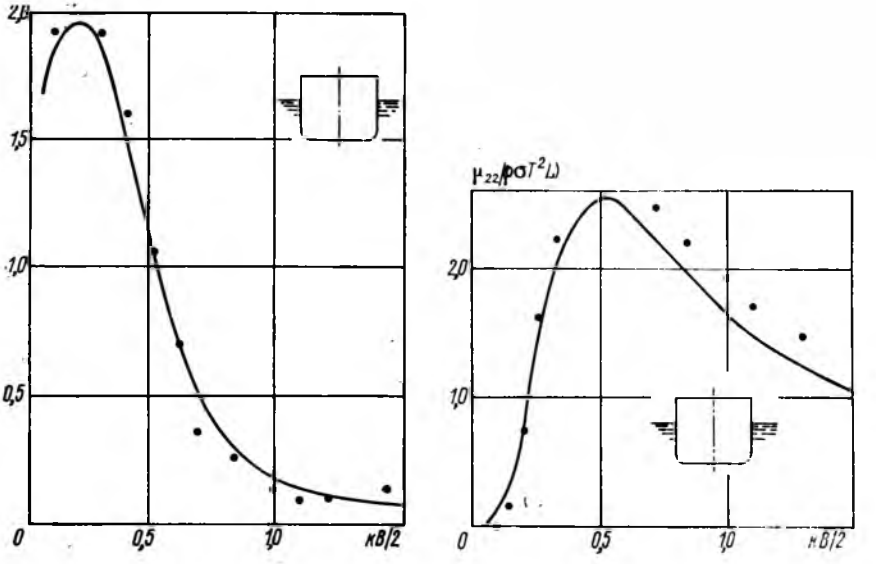


Рис. III.4. Присоединенная масса при горизонтальных поперечных колебаниях.
——— расчет, ● эксперимент

Рис. III.5. Демпфирование при горизонтальных поперечных колебаниях.
——— расчет, ● эксперимент

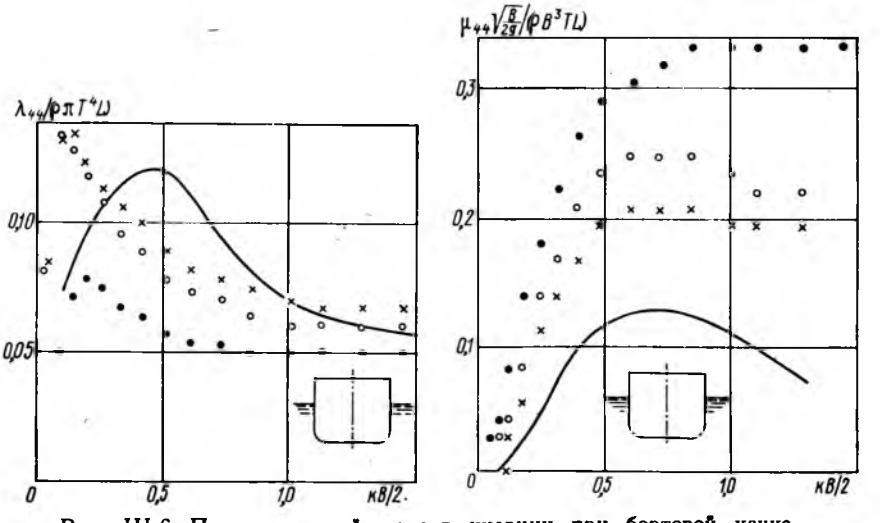


Рис. III.6. Присоединенный момент инерции при бортовой качке.
——— расчет; эксперимент: × $\theta_0 = 0{,}05$ рад; ○ $\theta_0 = 0{,}10$ рад; ● $\theta_0 = 0{,}20$ рад.

Рис. III.7. Демпфирование при бортовой качке.
——— расчет; эксперимент: × $\theta_0 = 0{,}05$ рад; ○ $\theta_0 = 0{,}10$ рад; ● $\theta_0 = 0{,}20$ рад.

коэффициента демпфирования бортовой качки. Поэтому при определении инерционно-демпфирующих характеристик бортовой качки необходимо учитывать вязкость жидкости.

Для судов внутреннего плавания, характеризующихся большим отношением B/T, инерционно-демпфирующие силы можно рассчитать в соответствии с работой [17], в которой гидродинамические коэффициенты качки рассчитаны в широком диапазоне B/T. Данные, позволяющие оценить влияние мелководья на силы этой категории, содержатся в монографии А. М. Басина и др. «Гидродинамика судов на мелководье» (Л., Судостроение, 1976). Метод расчета инерционно-демпфирующих сил катамаранов, разработанный Я. М. Элисом, изложен в сборнике «Многокорпусные суда» под редакцией В. А. Дубровского (Л., Судостроение, 1978).

§ 15. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ИНЕРЦИОННО-ДЕМПФИРУЮЩИХ МОМЕНТОВ ПРИ БОРТОВОЙ КАЧКЕ

Результаты экспериментальных исследований инерционно-демпфирующих моментов весьма многочисленны, но не всегда хорошо согласуются между собой. Причиной расхождения является то обстоятельство, что эти моменты зависят от многих параметров (соотношения главных размерений и формы обводов судна,

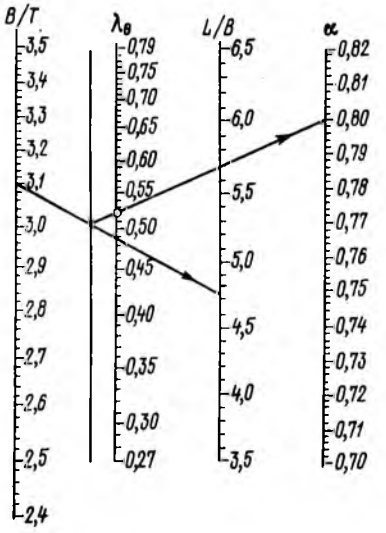


Рис. III.8. Номограмма для определения присоединенного момента инерции λ'_θ промысловых и буксирных судов.

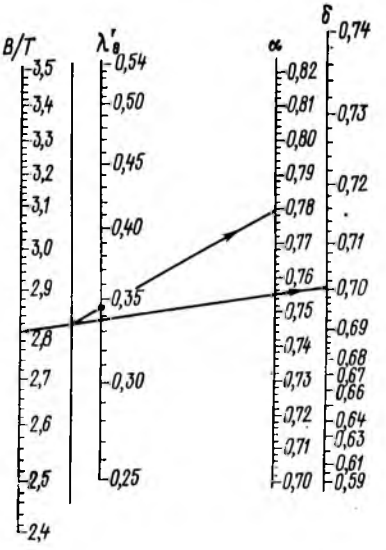


Рис. III.9. Номограмма для определения присоединенного момента инерции λ'_θ транспортных судов.

характеристик остойчивости, положения центра тяжести, периода колебаний), причем изменение одного из этих параметров, как правило, влечет за собой изменение всех остальных, что затрудняет анализ результатов эксперимента.

Наиболее надежные номограммы для определения присоединенного момента инерции транспортных, буксирных и промысловых судов без скуловых килей, предложенные В. В. Луговским [51], приведены на рис. III.8—III.9. На рис. III.10 помещена номограмма того же вида, рекомендуемая С. М. Паненко [66] для судов

величины λ'_θ, связанные с присоединенным моментом инерции λ_{44} относительно продольной оси, проходящей через центр тяжести судна, соотношением

$$\lambda_{44} = \frac{0{,}314}{\delta} I_{xx} \lambda'_\theta, \qquad (III.14)$$

где I_{xx} — момент инерции массы судна относительно той же оси.

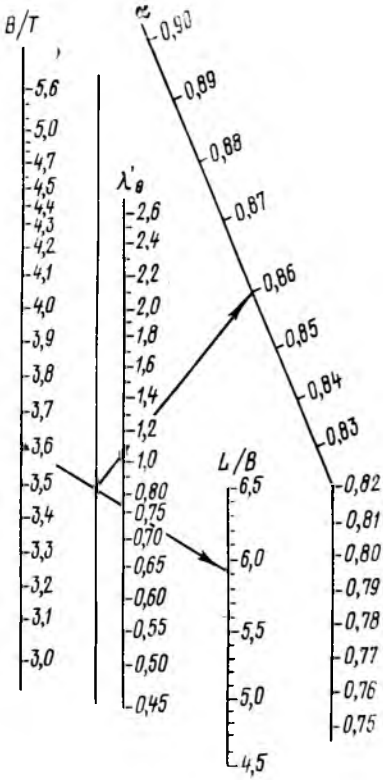


Рис. III.10. Номограмма для определения присоединенного момента инерции судов с большим отношением B/T.

Влияние скуловых килей может быть учтено эмпирической формулой

$$(\lambda_{44})_{\text{с килями}} = (\lambda_{44})_{\text{без килей}} \left(1 + 10 \frac{S_к}{S_{ВЛ}}\right), \qquad (III.15)$$

где $S_к$ — суммарная площадь скуловых килей (на оба борта); $S_{ВЛ}$ — площадь грузовой ватерлинии.

Практически все экспериментальные исследования демпфирующего момента показывают, что зависимость его от угловой скорости качки является не линейной, а скорее квадратичной, т. е.

$$M_{\text{демпф}} = W \dot{\theta} |\dot{\theta}|. \qquad (III.16)$$

Обычно эту зависимость линеаризируют, т. е. приводят к виду

$$M_{\text{демпф}} = B_{44} \dot{\theta} \qquad (III.17)$$

из условия равенства работ, совершаемых демпфирующим моментом при линейном и квадратичном законах. При этом коэффициенты B_{44} и W связаны между собой зависимостью

$$B_{44} = \frac{8}{3\pi} W \theta_0 \omega, \qquad (III.18)$$

где θ_0 — амплитуда колебаний, рад; ω — их частота.

Поскольку влияние демпфирования на качку существенно только вблизи резонанса, величину ω в формуле (III.18) часто заменяют собственной частотой бортовой качки ω_0 (см. § 20). Зависимость коэффициента B_{44} от амплитуды качки θ_0 является существенной и практически должна учитываться даже в линейной теории.

Для возможности переноса результатов модельных испытаний на натуру величины B_{44} и W необходимо приводить к безразмерному виду. В отечественной литературе обычно используются следующие безразмерные коэффициенты:

для квадратичного демпфирования

$$w = W/(I_{xx} + \lambda_{44}); \qquad (III.19)$$

для линейного демпфирования

$$\mu_\theta = \frac{B_{44}}{2(I_{xx} + \lambda_{44})\omega_\theta} = \frac{B_{44}\omega_\theta}{2Dh_0}, \qquad (III.20)$$

связанные между собой зависимостью

$$\mu_\theta = \frac{8}{6\pi} w\theta_0 \approx 0{,}425 w\theta_0. \qquad (III.21)$$

единенному моменту инерции тел с эллиптической формой шпангоутов содержатся в работе В. В. Луговского, А. Я. Войткунской, В. К. Трунина «Номограммы для определения гидродинамических характеристик бортовой качки» (Судостроение, 1983, № 11). Экспериментальные данные представлены в виде безразмерных коэффициентов $\bar{\lambda}_{44}$ и w_1, связанных с величинами λ_{44} и w соотношениями

$$\bar{\lambda}_{44} = \lambda_{44}/(\rho T^4 L);$$

$$w_1 = w \sqrt[8]{Dh_0^2/[(I_x + \lambda_{44})\, g]}.$$

Большое количество экспериментальных данных по коэффициентам w и μ_θ содержится в [2, 8, 51, 81, 99]. Здесь эти данные не повторяются. Из экспериментальных данных, не вошедших в указанные работы, приведем следующие.

В. А. Мореншильдт на основании испытаний большой серии моделей с обводами, характерными для сравнительно острых быстроходных судов, представила коэффициент μ_θ в виде суммы двух составляющих:

$$\mu_\theta = \mu_{\theta_1} + \mu_{\theta_2}, \qquad \text{(III.22)}$$

первая из которых определяет демпфирование судна без хода, а вторая учитывает влияние скорости судна. Полученные графические зависимости коэффициента μ_{θ_1} от основных характеристик судна были аппроксимированы А. И. Шмуруном следующей формулой:

$$\mu_{\theta_1} = (1{,}780 - 0{,}078\bar{\tau}_\theta)\,(0{,}500 + 0{,}050\theta_0) \times$$

$$\times \left[0{,}00125\,(B/T)^4 + 0{,}044 + \left(0{,}262 - \frac{0{,}484}{B/T}\right)\bar{S}_\text{к}\right]\left(\frac{B}{h_0}\right)10^{-2}, \qquad \text{(III.23)}$$

$$\bar{\tau} = \tau_\theta \sqrt{\frac{g}{B}}\,;$$

где τ_θ — собственный период бортовой качки; θ_0 — амплитуда качки, град.; $\bar{S}_\text{к} = \frac{S_\text{к}}{S_\text{ВЛ}}\,100$. Коэффициент μ_{θ_2} согласно [58] определяется выражением

$$\mu_{\theta_2} = 8\,\frac{T}{L}\,\bar{r}_m\left(\frac{z_g}{h_0} - 0{,}67\,\frac{T}{h_0}\right)\frac{1}{\delta\bar{\tau}_\theta}\sqrt{\frac{L}{B}}\,\text{Fr}, \qquad \text{(III.24)}$$

где $\text{Fr} = v/\sqrt{gL}$; $\bar{r}_m$— отнесенный к ширине радиус кругового цилиндра, имеющего ту же смоченную поверхность, что и судно. Для определения $\bar{r}_m$ используется формула Като [122]

$$\bar{r}_m = \frac{1}{\pi}\left[(0{,}887 + 0{,}145\delta)\left(1{,}7\,\frac{T}{B} + \delta\right) - 2\left(\frac{T}{B} - \frac{z_g}{B}\right)\right]. \qquad \text{(III.25)}$$

Формулы (III.23)—(III.25) дают результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом и удобные при выполнении расчетов на ЭВМ.

Номограммы для определения безразмерного линеаризированного коэффициента демпфирования малотоннажных промысловых судов с упрощенными формами обводов при отсутствии хода и выступающих частей имеются в [55].

Коэффициент w для судов с полными обводами и большим отношением B/T при отсутствии скуловых килей, без хода может быть определен по графику С. М. Паненко [66], приведенному на рис. III.11. По оси абсцисс графика отложен параметр Fr_θ, имеющий смысл числа Фруда при бортовой качке и определяющийся выражением

$$\text{Fr}_\theta = \frac{D}{g}\,\frac{\alpha^2 B h_0}{16\,(I_{xx} + \lambda_{44})}\left(1 + 6\,\frac{B}{T}\right)^2. \qquad \text{(III.26)}$$

Эксперименты по определению демпфирования бортовой качки проводились японскими исследователями. Характерной особенностью их работ является разделе-

ние демпфирующего момента на составляющие различной природы и изучение каждой из них на специальной серии моделей с систематически меняющимися параметрами. Коэффициент B_{44} представляется при этом в виде суммы

$$B_{44} = B_f + B_w + B_e + B_L + B_{\text{с. к}}, \tag{III.27}$$

где B_f — демпфирование трения; B_w — волновое демпфирование; B_e — вихревое демпфирование; B_L — демпфирование, вызванное подъемной силой, которая возникает на корпусе при наличии хода; $B_{\text{с. к}}$ — демпфирование, причиной которого являются скуловые кили.

Ниже приводятся формулы для расчета первых четырех составляющих демпфирования, пятая составляющая рассмотрена в гл. VIII второго раздела.

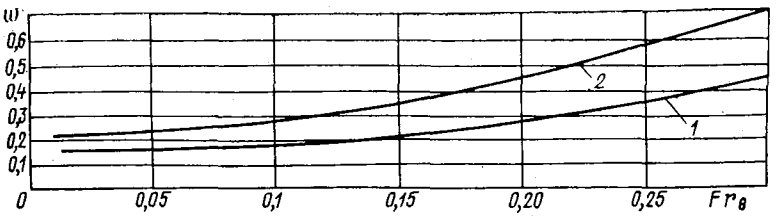


Рис. III.11. Безразмерный коэффициент квадратичного демпфирования для судов с полными обводами и большим отношением B/T.

1 — глубокая вода; *2* — мелководье ($H_{\text{воды}}/T \leqslant 2{,}5$).

Обстоятельное исследование демпфирования трения проводилось Като [122]. Выражение для момента трения имеет вид

$$M_F = \frac{\rho}{2} C_f S (\bar{r}_m B)^3 \dot{\theta}^2, \tag{III.28}$$

где $\bar{r}_m$ — осредненный относительный радиус, определяемый формулой (III.25); S — смоченная поверхность тела; C_f — коэффициент сопротивления трения.

При этом линеаризированный коэффициент демпфирующей составляющей B_f равен

$$B_f = \frac{8}{3\pi} \frac{\rho}{2} C_f (\bar{r}_m B)^3 \omega\theta_0 \approx 0{,}425\rho C_f (\bar{r}_m B)^3 \omega\theta_0. \tag{III.29}$$

На основании обработки большого экспериментального материала в [122] были получены следующие эмпирические формулы для коэффициента трения C_f при отсутствии хода:

при ламинарном обтекании

$$C_f = 1{,}328\mathrm{Re}^{-0{,}5}; \tag{III.30}$$

при турбулентном обтекании

$$C_f = 1{,}328\,\mathrm{Re}^{-0{,}5} + 0{,}014\,\mathrm{Re}^{-0{,}114}, \tag{III.31}$$

где Re — число Рейнольдса, характеризующее бортовую качку,

$$\mathrm{Re} = 3{,}22 \frac{(\bar{r}_m B)^2 \theta_0^2}{\tau\nu}, \tag{III.32}$$

θ_0 — амплитуда колебаний, рад; τ — их период; ν — кинематическая вязкость воды.

Влияние скорости судна на демпфирование трения в настоящее время изучено недостаточно. Однако влияние ее невелико, поэтому при выполнении практических расчетов его можно не учитывать.

Систематическое экспериментальное исследование вихревой составляющей демпфирования содержится в [146]. При отсутствии хода линеаризированный коэффициент B_e определяется выражением

$$B_e = 0{,}425\rho S\theta_0\omega r_e^3 C, \qquad (III.33)$$

где r_e — условное плечо вихревой составляющей; C — эмпирический коэффициент.

Величины r_e и C определялись путем испытания трех серий цилиндрических моделей, поперечные сечения которых показаны на рис. III.12. Там же показаны радиусы r_e. Для U-образного сечения коэффициент C вычисляется по формуле

$$C = k_1\left(\frac{B}{z_g}\right) k_2\left(\alpha_1, \frac{R}{T}\right) \exp\left(\frac{-uR}{T}\right). \qquad (III.34)$$

Зависимость k_1 от отношения B/z_g приведена в табл. III.1.

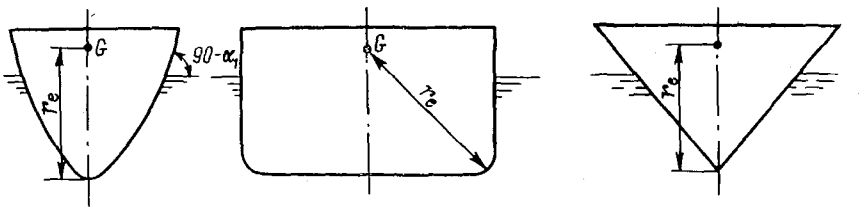


Рис. III.12. Схематизированные сечения для определения вихревой составляющей демпфирования.

Коэффициент k_2 зависит от α_1 — угла наклона к вертикали борта в районе ватерлинии и от отношения R/T, где T — осадка; R — величина, определяющаяся выражением

$$\left.\begin{aligned} R &= (B/2)\,[4{,}12 - 2{,}69\,(z_g/B) + 0{,}823\,(z_g/B)^2] \text{ при } z_g/B < 2{,}1; \\ R &= 0 \text{ при } (z_g/B) > 2{,}1. \end{aligned}\right\} \qquad (III.35)$$

Зависимость коэффициента k_2 от угла α_1 и отношения R/T определяется по табл. III.2.

Таблица III.1. **Зависимость k_1 от отношения B/z_g**

B/z_g	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
k_1	0,50	0,61	0,62	0,61	0,53	0,40	0,35	0,32	0,29	0,26

Таблица III.2. **Зависимость k_2 от угла α_1 и отношения R/T**

α_1, град.	R/T			
	0	0,057 1	0,114 2	0,171 3
0	1,00	1,00	1,00	1,00
5	0,86	0,75	0,74	0,70
10	0,77	0,67	0,72	0,72
20	0,68	0,75	0,89	1,20
30	0,65	0,92	1,34	1,94

Величина u равна

$$u = 14{,}1 - 46{,}7\theta_0 + 61{,}7\theta_0^2, \tag{III.36}$$

где θ_0 — амплитуда бортовой качки, рад.

Для прямоугольного сечения с небольшим закруглением скулы $k_2 = 1$, а величина R принимается равной радиусу закругления скулы. Для треугольного сечения коэффициент C вычисляется по формуле

$$C = 0{,}438 - 0{,}449\,(B/z_g) + 0{,}236\,(B/z_g)^2. \tag{III.37}$$

При определении вихревого демпфирования реального судна последнее по длине разбивается на несколько секций, каждая из которых должна быть отнесена к одной из рассмотренных форм (см. рис. III.12). Под величиной S в этом случае понимается смоченная поверхность секции, а вихревое демпфирование всего корпуса определяется интегрированием по длине.

С ростом скорости вихревое демпфирование резко уменьшается. Коэффициент $(B_e)_v$, соответствующий скорости v, м/с, связан с величиной B_e, определяемой по формуле (III.33), зависимостью

$$(B_e)_v = B_e\,\{1 + 625\,[v/(L\omega)]^2\}^{-1}. \tag{III.38}$$

Волновое демпфирование при отсутствии хода может быть рассчитано по методам А. З. Салькаева или Франка. Влияние скорости на эту составляющую исследовалось экспериментально в [119], где была получена следующая эмпирическая формула:

$$(B_w)_v = B_w \cdot 0{,}5\,\{(A_2 + 1) + (A_2 - 1)\,\mathrm{th}\,20\,(\Omega - 0{,}3) + \\ + (2A_1 - A_2 - 1)\exp[-150\,(\Omega - 0{,}25)^2]\}, \tag{III.39}$$

где

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= 1 + \xi_d^{-1,2} e^{-2\xi_d}; \\ A_2 &= 0{,}5 + \xi_d^{-1,0} e^{-2\xi_d}; \\ \xi_d &= \frac{\omega^2 T}{g}\ ;\ \ \Omega = \frac{\omega v}{g}. \end{aligned}\right\} \tag{III.40}$$

На ходу корпус судна ведет себя как крыло, на котором возникает циркуляция, а следовательно, и подъемная сила. Создаваемый ею демпфирующий момент линейно зависит от угловой скорости качки, т. е. $M_L = B_L\dot{\theta}$. Коэффициент демпфирования B_L исследовался в [119]. Для судна, колеблющегося относительно продольной оси Ox_1, лежащей в плоскости ватерлинии, величина B_L^0 согласно этой работе, определяется выражением

$$B_L^0 = \frac{\rho}{2}\,S v l_0 l_R C_y^\alpha, \tag{III.41}$$

где $S = LT$ — площадь погруженной части диаметральной плоскости судна; l_0 — расстояние от оси колебаний до точки приложения подъемной силы; l_R — расстояние от оси колебаний до точки измерения характерного угла атаки; C_y^α — производная подъемной силы по углу атаки. Для величин l_R, l_0 и C_y^α рекомендованы следующие формулы:

$$\left.\begin{aligned} l_R &= 0{,}3T; \\ l_0 &= 0{,}5T; \\ C_y^\alpha &= 2\pi\,\frac{T}{L} + k\left(4{,}1\,\frac{B}{T} - 0{,}045\right), \end{aligned}\right\} \tag{III.42}$$

$$k = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad \beta \leqslant 0{,}92; \\ 0{,}1 & \text{при} \quad 0{,}92 < \beta \leqslant 0{,}97; \\ 0{,}3 & \text{при} \quad 0{,}97 < \beta \leqslant 0{,}99. \end{cases}$$

Если считать, что ось бортовой качки проходит через центр тяжести судна, т. е. не лежит в плоскости ватерлинии, то качку относительно этой оси можно пред

ставить как угловые колебания вокруг оси Ox и поперечно-горизонтальные колебания этой оси, причем в результате последних создаются дополнительные углы атаки, а следовательно, и демпфирующий момент. Если уравнения бортовой качки составляются относительно оси Gx, проходящей через центр тяжести судна, коэффициент B_L в [119] рекомендуется вычислять по формуле

$$B_L = B_{L_0}\left(1 - 2\frac{z_p}{l_R} + \frac{z_p^2}{l_0 l_R}\right), \qquad (III.43)$$

где z_p — погружение центра тяжести под плоскостью ватерлинии.

В [145] рекомендуется следующая эмпирическая формула для коэффициента B_L, не учитывающая поперечно-горизонтальных колебаний оси Ox_1:

$$B_L = \rho v T^4 (\pi + 0{,}62B/T - 0{,}0068L/T)\left(0{,}3 - \frac{z_p}{T}\right)\left(0{,}5 - \frac{z_p}{T}\right). \qquad (III.44)$$

В [142] принимается, что подъемная сила на корпусе возникает только благодаря дейдвуду, и коэффициент B_L определяется выражением

$$B_L = \frac{\pi}{2}\rho v T^4 \bar{h}_s^2\left(1 - \frac{z_p}{T} - \frac{\bar{h}_s}{3}\right)^2, \qquad (III.45)$$

где h_s — высота дейдвуда у задней кромки, $\bar{h}_s = \frac{h_s}{T}$.

При наличии хода подъемная сила возникает и на различных выступающих частях (кормовых рулях, кронштейнах гребных валов и т. д.). Вклад каждой из них в составляющую B_L может быть вычислен по формуле

$$\Delta B_{L_i} = (\rho/2)\, S_i r_i^2 C_{y_i}^{\alpha}, \qquad (III.46)$$

где S_i — площадь данной выступающей части; r_i — ее плечо относительно продольной оси, проходящей через центр тяжести; $C_{y_i}^{\alpha}$ — производная коэффициента подъемной силы по углу атаки. Значения ΔB_{L_i} зависят от конфигурации выступающих частей и положения их на корпусе. Метод вычисления их предложен в [142]. Для приближенных расчетов выступающие части можно рассматривать как пластины и для определения коэффициента $C_{y_i}^{\alpha}$ использовать формулу Г. Ф. Бураго

$$C_{yi}^{\alpha} = 5{,}15\frac{2{,}75\lambda i}{2{,}75\lambda_i + 5{,}6}, \qquad (III.47)$$

где λ_i — относительное удлинение рассматриваемой выступающей части.

Коэффициент демпфирования в японских работах обычно приводится в виде безразмерной величины $\hat{B}_{44}$:

$$\hat{B}_{44} = \frac{B_{44}\sqrt{B/(2g)}}{\rho V B^2}, \qquad (III.48)$$

связанной с безразмерным коэффициентом демпфирования μ_θ, принятым в отечественной литературе, соотношением

$$\hat{B}_{44} = \sqrt{\frac{2g}{B\omega_\theta^2}}\,\frac{h_0}{B}\,\mu_\theta. \qquad (III.49)$$

Рис. III.13 демонстрирует роль отдельных составляющих в суммарном линеаризированном коэффициенте демпфирования при $\theta_0 = 0{,}1$ рад и $\bar{\omega} = \omega\sqrt{B/(2g)} = 1{,}0$.

При других значениях амплитуды и частоты количественное соотношение между отдельными составляющими может быть несколько иным, но общий характер зависимости сохраняется. Видно, что при отсутствии хода роль составляющих трения

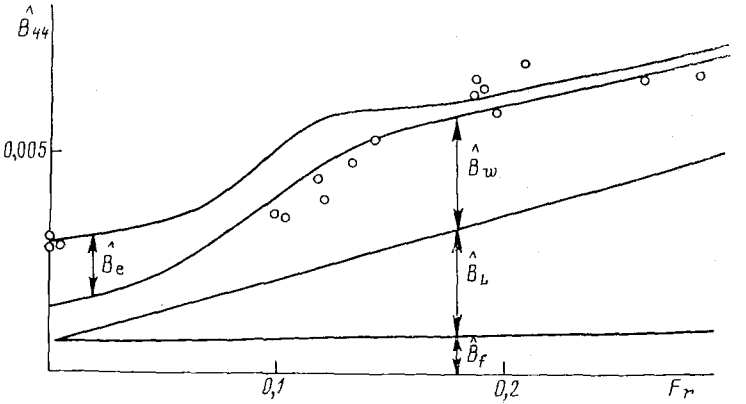


Рис. III.13. Роль отдельных составляющих в суммарном коэффициенте демпфирования бортовой качки.

——— расчет; ○ — эксперимент.

вихревой и волновой в суммарном демпфировании примерно одинакова. С ростом скорости роль вихревого демпфирования падает, а превалирующее значение имеют составляющие волновой и циркуляционной природы.

§ 16. ИНЕРЦИОННО-ДЕМПФИРУЮЩИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА СУДНО ПРИ НАЛИЧИИ ХОДА

Присоединенные массы и коэффициенты демпфирования для судна в целом, которые будем обозначать через λ_{mn} и μ_{mn} соответственно, при отсутствии хода определяются по методу плоских сечений интегрированием по длине судна. Следовательно,

$$\left.\begin{aligned}
&\lambda_{22} = \int_L \lambda_{22}^* \, dx; \quad \mu_{22} = \int_L \mu_{22}^* \, dx;\\
&\lambda_{24} = \lambda_{42} = \int_L \lambda_{24}^* \, dx; \quad \mu_{24} = \mu_{42} = \int_L \mu_{24}^* \, dx;\\
&\lambda_{44} = \int_L \lambda_{44}^* \, dx; \quad \mu_{44} = \int_L \mu_{44}^* \, dx;\\
&\lambda_{26} = \lambda_{62} = \int_L \lambda_{22}^* x \, dx; \quad \mu_{26} = \mu_{62} = \int_L \mu_{22}^* x \, dx;\\
&\lambda_{46} = \lambda_{64} = \int_L \lambda_{24}^* x \, dx; \quad \mu_{46} = \mu_{64} = \int_L \mu_{24}^* x \, dx;\\
&\lambda_{66} = \int_L \lambda_{22}^* x^2 \, dx; \quad \mu_{66} = \int_L \mu_{22}^* x^2 \, dx;\\
&\lambda_{33} = \int_L \lambda_{33}^* \, dx; \quad \mu_{33} = \int_L \mu_{33}^* \, dx.
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.50)}$$

При вычислении коэффициентов λ_{mn} и μ_{mn} необходимо учитывать, в какой системе координат составляются уравнения, и в зависимости от этого определять моменты λ^*_{24}, λ^*_{44}, μ^*_{24}, μ^*_{44}, а также отсчитывать координату x (от центра тяжести судна или от плоскости мидель-шпангоута). Коэффициенты λ_{26}, μ_{26}, λ_{46} и μ_{46} для судов, симметричных относительно плоскости мидель-шпангоута, равны нулю, а для большинства реальных судов малы по абсолютной величине. Поскольку инерционно-демпфирующие силы зависят от частоты колебаний, для судна, имеющего ход, они являются функцией кажущейся частоты $\omega_к$, определяющейся по формуле (III.4).

На основании результатов теоретического исследования влияния скорости на инерционно-демпфирующие силы, в [141] получены следующие формулы для расчета коэффициентов A_{mn} и B_{mn} судна, движущегося со скоростью v:

$$\left.\begin{aligned}
A_{22} &= M + \lambda_{22} - \frac{v}{\omega_к^2}\left(\mu^*_{22}\right)^A;\\
B_{22} &= \mu_{22} + v\left(\lambda^*_{22}\right)^A;\\
B_{24} &= B_{42} = \mu_{24} + v\left(\lambda^*_{24}\right)^A;\\
A_{24} &= \lambda_{24} - \frac{v}{\omega_к^2}\left(\mu^*_{24}\right)^A;\\
A_{26} &= \lambda_{26} + \frac{v}{\omega_к^2}\mu_{22} - \frac{v}{\omega_к^2}x_A\left(\mu^*_{22}\right)^A + \frac{v}{\omega_к^2}\left(\lambda^*_{22}\right)^A;\\
B_{26} &= \mu_{26} - v\lambda_{22} + vx_A\left(\lambda^*_{22}\right)^A + \frac{v^2}{\omega_к^2}\left(\mu^*_{22}\right)^A;\\
A_{44} &= I_{xx} + \lambda_{44} - \frac{v}{\omega_к^2}\left(\mu^*_{44}\right)^A;\\
B_{44} &= \mu_{44} + v\left(\lambda^*_{44}\right)^A + B'_{44};\\
A_{46} &= -E + \lambda_{46} + \frac{v}{\omega_к^2}\mu_{24} - \frac{v}{\omega_к^2}x_A\left(\mu^*_{24}\right)^A + \frac{v^2}{\omega_к^2}\left(\lambda^*_{24}\right)^A;\\
B_{46} &= \mu_{46} - v\lambda_{24} + vx_A\left(\lambda^*_{24}\right)^A + \frac{v^2}{\omega_к^2}\left(\mu^*_{24}\right)^A;\\
A_{62} &= \lambda_{26} - \frac{v}{\omega_к^2}\mu_{22} - \frac{v}{\omega_к^2}x_A\left(\lambda^*_{22}\right)^A;\\
B_{62} &= \mu_{26} + v\lambda_{22} + vx_A\left(\lambda^*_{22}\right)^A;\\
A_{64} &= -E + \lambda_{46} - \frac{v}{\omega_к^2}\mu_{24} - \frac{v}{\omega_к^2}x_A\left(\mu^*_{24}\right)^A;\\
B_{64} &= \mu_{46} + v\lambda_{24} + vx_A\left(\lambda^*_{24}\right)^A;\\
A_{66} &= I_{zz} + \lambda_{66} + \frac{v^2}{\omega_к^2}\lambda_{22} - \frac{v}{\omega_к^2}x_A^2\left(\mu^*_{22}\right)^A + \frac{v^2}{\omega_к^2}x_A\left(\lambda^*_{22}\right)^A;\\
B_{66} &= \mu_{66} + \frac{v^2}{\omega_к^2}\mu_{22} + vx_A^2\left(\lambda^*_{22}\right)^A + \frac{v^2}{\omega_к^2}x_A\left(\mu^*_{22}\right)^A.
\end{aligned}\right\} \quad \text{(III.51)}$$

Здесь M — масса судна; I_{xx} — момент инерции массы судна относительно центральной продольной оси; I_{zz} — то же относительно центральной вертикальной оси; E — центробежный момент инерции массы судна относительно центральной поперечной оси; $(\lambda^*_{mn})^A$ и $(\mu^*_{mn})^A$ — соответственно присоединенная масса и коэффициент демпфирования (на единицу длины) крайнего кормового сечения для судов с транцевой кормой; x_A — расстояние от этого сечения до начала координат; B'_{44} — вязкостная составляющая демпфирования бортовой качки.

При наличии экспериментальных данных по коэффициентам A_{44} и B_{44} использование их является предпочтительным.

Из выражений (III.50) видно, что при отсутствии хода взаимодействие рыскания с другими видами качки выражено слабо, так как оно определяется только асимметрией судна относительно плоскости мидель-шпангоута. По мере возрастания скорости влияние рыскания увеличивается, особенно на попутных курсовых углах к волне, когда кажущаяся частота $\omega_к$ мала.

Вертикальная качка в данной главе рассматривается лишь применительно к судну, симметричному относительно плоскости мидель-шпангоута и не имеющему хода. В этом случае коэффициенты A_{33} и B_{33} определяются выражениями

$$A_{33} = M + \lambda_{33}; \quad B_{33} = \mu_{33}. \tag{III.52}$$

§ 17. ПРАКТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРУЗКИ СУДНА, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ПОПЕРЕЧНУЮ КАЧКУ

Для расчета поперечной качки судна помимо сил и моментов гидродинамической природы необходимо знать величины, определяющиеся нагрузкой судна: его массу M, поперечную метацентрическую высоту h_0, а также моменты инерции массы I_{xx}, I_{zz} и E.

Вычисление первых двух величин затруднений не вызывает. Необходимо лишь иметь в виду два обстоятельства:

1) когда расчет производится в системе СИ, силы и моменты должны быть выражены в ньютонах и ньютонах-метрах (в том числе и момент остойчивости судна Dh_0). Массы при этом выражаются в тоннах и, в частности, масса M может приниматься непосредственно по расчету нагрузки масс судна. Если же при расчете используется техническая система единиц, то масса судна равна $M = D/g$ (тс²/м);

2) поперечная метацентрическая высота h_0 при расчетах качки должна приниматься без учета поправок на свободные поверхности жидкости в успокоительных цистернах и цистернах, расположенных в двойном дне. При наличии крупных цистерн (грузовые танки, диптанки) свободные поверхности должны учитываться лишь в тех случаях, когда собственная частота $\omega_ц$ колебаний жидкости в цистерне превосходит собственную частоту ω_θ бортовой качки судна не менее чем в два раза. Величина $\omega_ц$ для прямоугольных цистерн может быть вычислена по формуле

$$\omega_ц = \frac{\pi\sqrt{gH_ц}}{B_ц}, \tag{III.53}$$

где $B_ц$ — ширина цистерны; $H_ц$ — глубина налива жидкости.

Если имеется разбивка нагрузки судна по 20 шпациям, то момент инерции массы относительно центральной вертикальной оси определяется как

$$I_{zz} = \sum_{i=0}^{20} m_i x_i^2 - M x_g^2, \tag{III.54}$$

где m_i — масса, приходящаяся на шпацию, ограниченную шпангоутами с номерами i и $i+1$; x_i — абсцисса соответствующей составляющей относительно плоскости мидель-шпангоута, равная

$$x_i = (L/20)(9{,}5 - i). \tag{III.55}$$

Если разбивка нагрузки по шпациям отсутствует, величина I_{zz} может быть вычислена по эмпирической формуле

$$I_{zz} = 0{,}07\alpha ML^2, \tag{III.56}$$

где α — коэффициент полноты грузовой ватерлинии.

Момент инерции I_{xx} массы судна относительно центральной продольной оси Gx может быть вычислен по нагрузке судна с использованием соотношения

$$I_{xx} = \sum_j m_j \left[y_j^2 + (z_j - z_g)^2\right] + \sum_j i_{xj}, \tag{III.57}$$

где m_j — масса j-й статьи нагрузки; y_j и z_j — координаты ее центра тяжести относительно координатных осей, используемых в статике судна (начало которой расположено в точке пересечения плоскостей: основной, диаметральной и мидельшпангоута); i_{xj} — собственный момент инерции массы j-й статьи нагрузки.

При вычислении i_{xj} обычно принимается, что нагрузка каждой статьи равномерно распределена по прямоугольнику со сторонами z_{0j} и y_{0j}, тогда

$$i_{xj} = m_j \frac{z_{0j}^2 + y_{0j}^2}{12}. \tag{III.58}$$

Формула (III.57) обеспечивает достаточную точность лишь при разбивке нагрузки на большое количество мелких статей. Если имеются лишь укрупненные статьи, например «Набор корпуса», «Наружная обшивка», формула (III.57) непригодна.

Обычно для вычисления величины I_{xx} используется одна из следующих эмпирических формул:

формула Шиманского

$$I_{xx} = M\left[\frac{B^2\alpha^2}{11{,}4\delta} + H^2\right]; \tag{III.59}$$

формула Павленко

$$I_{xx} = (M/16)\,[B^2 + H^2]; \tag{III.60}$$

формула Дуайра

$$I_{xx} = (M/12)\,(B^2 + 4z_g^2). \tag{III.61}$$

Для грубой оценки величины I_{xx} используется формула

$$I_{xx} = M\rho_{xx}^2, \tag{III.62}$$

где ρ_{xx} — радиус инерции массы относительно центральной продольной оси, который для судов различных типов изменяется в пределах

$$0{,}35 \leqslant \rho_{xx}/B \leqslant 0{,}45. \tag{III.63}$$

На основании анализа данных по большому числу судов Като [121] предложил следующие уточненные эмпирические формулы для вычисления относительного радиуса инерции:

$$\left(\frac{\rho_{xx}}{B}\right)^2 = f\left[\delta\alpha_п + 1{,}1\alpha_п(1-\delta)\left(\frac{H_{пр}}{T} - 2{,}2\right) + \frac{H_{пр}^2}{B^2}\right], \tag{III.64}$$

где T — средняя осадка; δ — коэффициент общей полноты; $\alpha_п$ — коэффициент полноты площади верхней палубы; $H_{пр}$ — приведенная высота борта, равная

$$H_{пр} = H + (F_H/L_{\perp\perp}); \tag{III.65}$$

где F_H — площадь боковой проекции надстроек и рубок; f — эмпирический коэффициент, зависящий от типа судна и равный:

для пассажирских, грузопассажирских и сухогрузных судов	0,125
для танкеров	0,133
для траулеров	0,200
для китобойных судов	0,177

Для вычисления центробежного момента инерции E необходимо иметь разбивку нагрузки по длине и высоте судна. Тогда величина E может быть вычислена по формуле

$$E = \sum_j m_j x_j (z_j - z_g). \qquad \text{(III.66)}$$

Величина E для судов традиционных типов невелика и в практических расчетах, как правило, принимают $E = 0$, что соответствует условию горизонтальности главной продольной оси инерции судна.

§ 18. ВОССТАНАВЛИВАЮЩИЕ СИЛА И МОМЕНТ И ГЛАВНЫЕ ЧАСТИ ВОЗМУЩАЮЩИХ СИЛ И МОМЕНТА

Основой для определения этой категории сил на волнении является известная гипотеза А. Н. Крылова и формула (II.42) для потенциала набегающих прогрессивных волн, в которой с помощью (II.43) осуществляется переход от неподвижной системы координат к системе, связанной с судном.

В линейной теории качки все виды колебаний, а также амплитуда волны ζ_A считаются малыми величинами первого порядка. Поэтому члены, содержащие их произведения, считаются малыми высшего порядка и отбрасываются. Вследствие этого выражение для потенциала набегающих волн после перехода от комплексной формы к тригонометрической принимает вид

$$\Phi_W = (-g\zeta_A/\omega)\, e^{-kz_1} \sin(k_1 x + k_2 y - \omega_к t), \qquad \text{(III.67)}$$

где величины k_1, k_2 и $\omega_к$ рассчитываются по формулам (III.4).

Давление p^* в любой точке поверхности судна определяется суммой гидростатического и избыточного давлений, характеризуемых линеаризированным уравнением Лагранжа

$$p^* = \gamma\zeta_1 - \rho\left(\frac{\partial\Phi_W}{\partial t} - v\frac{\partial\Phi_W}{\partial x}\right). \qquad \text{(III.68)}$$

Проекции главного вектора и главного момента сил вычисляются для судна, статически отклоненного от положения равновесия на величины θ, η_g, ζ_g и χ. В этом случае на судно действуют только сила тяжести и давление воды. Для нахождения последних рассматривается давление $p^*\, d\Omega$, направленное по нормали к элементарной площадке $d\Omega$, вычисляются проекции этих сил на оси $O_1\eta$ и $O_1\zeta$, момент их относительно оси Gx и производится интегрирование по мгновенной смоченной поверхности судна в момент времени t.

Мгновенный погруженный объем $V(t)$ представляется в виде суммы

$$V(t) = V_0 + V_t, \qquad \text{(III.69)}$$

где V_0 — объем подводной части судна по ватерлинию равновесия; V_t — дополнительный объем, определяющийся качкой судна и положением волны.

При линейной постановке задачи результирующие силы и моменты распадаются на две категории: зависящие от качки судна, т. е. восстанавливающие, и зависящие от характеристик волны, т. е. главная (крыловская) часть возмущающих сил и моментов.

Для судна, симметричного относительно диаметральной плоскости, получаются следующие выражения восстанавливающих сил и моментов:

$$\left.\begin{aligned} C_{22} = C_{24} = C_{26} = C_{42} = C_{46} = C_{66} = C_{64} = C_{62} = 0;\\ C_{44}\theta = \gamma I_x\theta - \gamma V_0 (z_w - z_p)\,\theta = Dh_0\theta;\\ C_{33}\zeta_g = D - \gamma V_0 + \gamma S\zeta_g = \gamma S\zeta_g, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.70)}$$

где S — площадь грузовой ватерлинии; I_x — момент инерции ее относительно центральной продольной оси; z_w и z_p — соответственно погружение центра величины и центра тяжести судна под плоскостью ватерлинии.

При вычислении главных частей возмущающих сил и моментов для расчета поперечной качки судно обычно полагают симметричным не только относительно

диаметральной плоскости, но и относительно плоскости мидель-шпангоута, что позволяет при интегрировании по объему сохранять только четные функции от x и y. С учетом сказанного, выражения для главных частей возмущающих сил и моментов, которые действуют на судно, движущееся произвольным курсом к волне, принимают вид

$$P_{Wy} = \left(\gamma\zeta_A k_2 \int\limits_{V_0} e^{-kz_1} \cos k_1 x \cos k_2 y \, dv\right) \sin \omega_к t; \qquad (III.71)$$

$$M_{Wx} = \gamma\zeta_A \left\{ \int\limits_S y_0 \cos k_1 x \sin k_2 y_0 \, dS - k_2 \int\limits_{V_0} y e^{-kz_1} \cos k_1 x \sin k_2 y \, dv - \right.$$

$$\left. - k_2 \int\limits_{V_0} (z_1 - z_p) e^{-kz_1} \cos k_1 x \cos k_2 y \, dv \right\} \sin \omega_к t; \qquad (III.72)$$

$$P_{Wz} = \gamma\zeta_A \left\{ \int\limits_S \cos k_1 x \cos k_2 y \, dS - k \int\limits_{V_0} e^{-kz_1} \cos k_1 x \cos k_2 y \, dv \right\} \cos \omega_к t; \qquad (III.73)$$

$$M_{Wz} = \gamma\zeta_A k_2 \left\{ \int\limits_{V_0} e^{-kz_1} x \cos k_2 y \sin k_1 x \, dv \right\} \cos \omega_к t. \qquad (III.74)$$

Из формул (III.71)—(III.74) видно, что наличие хода изменяет лишь частоту воздействия на судно главной части возмущающих сил и моментов, тогда как их амплитуды в соответствии со смыслом гипотезы А. Н. Крылова зависят от истинной частоты ω, т. е. от соотношения между размерами судна и волны.

При вычислении главных частей возмущающих сил и моментов обычно используют понятие редукционных коэффициентов, представляющих собой отношение амплитуды силы (момента) при данной длине волны к амплитуде, соответствующей бесконечно длинной волне. При этом формулы (III.71)—(III.74) можно записать в виде

$$P_{Wy} = \varkappa_\eta \zeta_A M \omega^2 \sin \omega_к t; \qquad (III.75)$$

$$M_{Wx} = \varkappa_\theta \alpha_0 D h_0 \sin \omega_к t; \qquad (III.76)$$

$$P_{Wz} = \varkappa_\zeta \zeta_A \gamma S \cos \omega_к t; \qquad (III.77)$$

$$M_{Wz} = \varkappa_\chi \omega^2 \alpha_0 I_{zz} \cos \omega_к t, \qquad (III.78)$$

где $\alpha_0 = (\omega^2/g)\,\zeta_A = 2\pi\,(\zeta_A/\lambda)$ — амплитуда угла волнового склона; λ — длина волны; $I_{zz} = \frac{\gamma}{g} \int\limits_{V_0} x^2 dv$ — момент инерции массы воды, вытесненной судном, относительно центральной вертикальной оси.

При параболической аппроксимации обводов момент I_{zz} определяется выражением

$$I_{zz} = M \frac{L^2}{12\,(3 - 2\alpha)}. \qquad (III.79)$$

При этом редукционные коэффициенты определяются выражениями

$$\varkappa_\eta = \frac{\int\limits_{V_0} e^{-kz_1} \cos k_1 x \cos k_2 y \, dv}{V_0} \, |\sin \beta_в|; \qquad (III.80)$$

$$\varkappa_\theta = \frac{\int\limits_S y_0 \cos k_1 x \sin k_2 y_0 \, dS - k_2 \int\limits_{V_0} y e^{-kz_1} \cos k_1 x \sin k_2 y \, dv}{k_2 V (r - z_w + z_p)} -$$

$$- \frac{k_2 \int\limits_{V_0} (z_1 - z_p) e^{-kz_1} \cos k_1 x \cos k_2 y \, dv}{k_2 V (r - z_w + z_p)}; \qquad (III.81)$$

$$\varkappa_\zeta = \frac{\int\limits_S \cos k_1 x \cos k_2 y \, dS - k \int\limits_{V_0} e^{-kz_1} \cos k_1 x \cos k_2 y \, dv}{S - kV_0}; \qquad \text{(III.82)}$$

$$\varkappa_\chi = \frac{\int\limits_{V_0} e^{-kz_1} x \cos k_2 y \sin k_1 x \, dv}{k \int\limits_{V_0} x^2 \, dv} \qquad \text{(III.83)}$$

(здесь r — поперечный метацентрический радиус).

Для вычислений интегралов (III.80)—(III.83) реальные судовые обводы обычно аппроксимируются аналитическими зависимостями. С. Н. Благовещенский для параболической аппроксимации обводов судна получил следующую формулу редукционного коэффициента при бортовой качке:

$$\varkappa_\theta = \frac{\varkappa''_\beta \varkappa_r r - \varkappa'_\beta (\varkappa_{zw} z_w - \varkappa_{zp} z_p)}{h_0} \, |\sin \beta_в|. \qquad \text{(III.84)}$$

Вспомогательные коэффициенты, входящие в формулу (III.84), представлены в виде рядов

$$\varkappa_r = \varkappa_B \varkappa_T;$$

$$\varkappa_B = 1 - (B/\lambda)^2 \sqrt{\alpha};$$

$$\varkappa_T = 1 + \bar{\psi} \sum_{i=1,2\ldots}^{\infty} (-1)^i \frac{p^i}{i!} \frac{1}{\bar{\psi} + i(1 - \bar{\psi})};$$

$$\varkappa_{zp} = f_1 - (r/T) f_2;$$

$$f_1 = 1 + \sum_{i=1,2\ldots}^{\infty} (-1)^i \frac{p^i}{i!} \frac{1}{(i+1)(i+1-i\chi)};$$

$$f_2 = (p^2/2) \bar{\psi} f_1;$$

$$\varkappa_{zw} = f_3 - (r/T) f_4;$$

$$f_3 = 1 + 2(2 - \chi) \sum_{i=1,2\ldots}^{\infty} (-1)^i \frac{p^i}{i!} \frac{1}{(i+2)[1 + (i+1)(1-\chi)]};$$

$$f_4 = \frac{p^2}{2} \bar{\psi} \frac{2 - \chi}{2 - \bar{\psi}} f_3;$$

$$\varkappa'_\beta = 1 + \sum_{i=1,2\ldots}^{\infty} (-1)^i \frac{u^{2i}}{(2i+1)!} \frac{1}{\alpha + (2i+1)(1-\alpha)};$$

$$\varkappa''_\beta = 1 + \sum_{i=1,2\ldots}^{\infty} (-1)^i \frac{u^{2i}}{(2i+1)!} \frac{(\alpha+1)(2\alpha+1)}{[\alpha + (2i+1)(1-\alpha)] \times [2\alpha + (2i+1)(1-\alpha)][3\alpha + (2i+1)(1-\alpha)]};$$

$$p = kT = \frac{2\pi T}{\lambda}; \quad u = \frac{k_1 L}{2} = \frac{\pi L}{\lambda} \, |\cos \beta_в|.$$

(III.8

Здесь $\chi = \delta/\alpha$ — коэффициент вертикальной полноты; $\bar{\psi} = \bar{\chi} - 0{,}4(1 - \chi)$.

При выполнении расчетов вручную вспомогательные коэффициенты снимаются с графиков рис. III.14. При применении ЭВМ формулами (III.85) можно пользоваться при $p \leqslant 2$ и $u \leqslant 8$. При бо́льших значениях p и u количество членов рядов, необходимое для вычисления коэффициентов, резко возрастает, что приводит к неоправданному усложнению расчетов, поскольку абсолютная величина редукционных коэффициентов при этих значениях p и u мала. Поэтому при $p > 2$ и $u > 8$ все редукционные коэффициенты можно принимать равными нулю.

В. А. Мореншильдт, используя метод С. Н. Благовещенского, получила следующие формулы для расчетов редукционных коэффициентов при других видах поперечной качки:

$$\varkappa_\eta = \varkappa \,|\sin\beta_в|; \tag{III.86}$$

$$\varkappa = [\varkappa'_\beta f_1 - (\alpha^2/11{,}4\delta)\,(B/T)^2 f_2 \varkappa''_\beta \sin^2\beta_в]; \tag{III.87}$$

$$\varkappa_\theta = \varkappa'_\beta\,(1 - kT\chi f_1) - \frac{\alpha}{11{,}4}\,\varkappa''_\beta kT\,(B/T)^2\,[(kT/2) - f_2]\sin^2\beta_в; \tag{III.88}$$

$$\varkappa_\chi = \left[\varkappa'_\beta f_1 - \left(\frac{B}{T}\right)^2 \frac{\alpha^2}{6\chi\,(3-\alpha)}\,\varkappa''_\beta f_2 \sin^2\beta_в\right] |\sin\beta_в \cos\beta_в|. \tag{III.89}$$

При положении судна лагом к волне ($\beta = \pm 90°$) формулы для расчета редукционных коэффициентов упрощаются и принимают вид

$$\varkappa_\theta = \frac{\varkappa_r r - \varkappa_{zw} z_w + \varkappa_{zp} z_p}{h_0}; \tag{III.90}$$

$$\varkappa_\eta = f_1 - \frac{\alpha^2}{11{,}4\delta}\,(B/T)^2 f_2; \tag{III.91}$$

$$\varkappa_\zeta = 1 - kT\chi f_1 - \frac{\alpha}{11{,}4}\,kT\,(B/T)^2\,[(kT/2) - f_2]; \tag{III.92}$$

$$\varkappa_\chi = 0. \tag{III.93}$$

Метод Ю. В. Ремеза основан на гипотезе плоских сечений и не использует допущения о симметрии судна относительно плоскости мидель-шпангоута. Следует обратить внимание на то, что в этом методе моменты M_x^* и M_z^* вычисляются относительно координатных осей $Ox_1y_1z_1$, начало которых расположено не в центре тяжести судна, а в точке пересечения плоскостей мидель-шпангоута, диаметральной и грузовой ватерлинии. Поэтому моменты всех других категорий также необходимо вычислять относительно этих осей, что приводит к появлению в уравнениях движения переносных моментов инерции массы судна, а также затрудняет непосредственное использование экспериментальных данных по моментам демпфирующей и инерционной природы.

Амплитуды главной части возмущающих сил и моментов согласно этому методу представляются в следующем общем виде:

$$F_j^* = \rho_g \zeta_A e^{i\omega_K t} \int\limits_{-L/2}^{L/2} e^{ik_1 x} h_j\, dx, \tag{III.94}$$

где $j = 2$ соответствует горизонтальным поперечным колебаниям, $j = 3$ — вертикальной качке, $j = 4$ — бортовой качке, $j = 6$ — рысканию, т. е. $F_2^* = P_{Wy}$; $F_3 = P_{Wz}$; $F_4^* = M_{Wx}$; $F_6^* = M_{Wz}$.

Для величин h_j Ю. В. Ремезом получены выражения, которые с учетом направления координатных осей, принятого в данном справочнике, имеют вид

$$\left.\begin{aligned} h_2 &= -ik_2\Omega_1\varkappa_1; \\ h_3 &= b\varkappa_2; \\ h_4 &= -ik_2[(b^3/12)\,\varkappa_3 + \Omega_1 z_{\Omega_1}\varkappa_4], \end{aligned}\right\} \tag{III.95}$$

где b — ширина шпангоута по ватерлинии равновесия; Ω_1 — площадь погруженной части шпангоута; z_{Ω_1} — аппликата центра тяжести этой площади относительно плоскости ватерлинии.

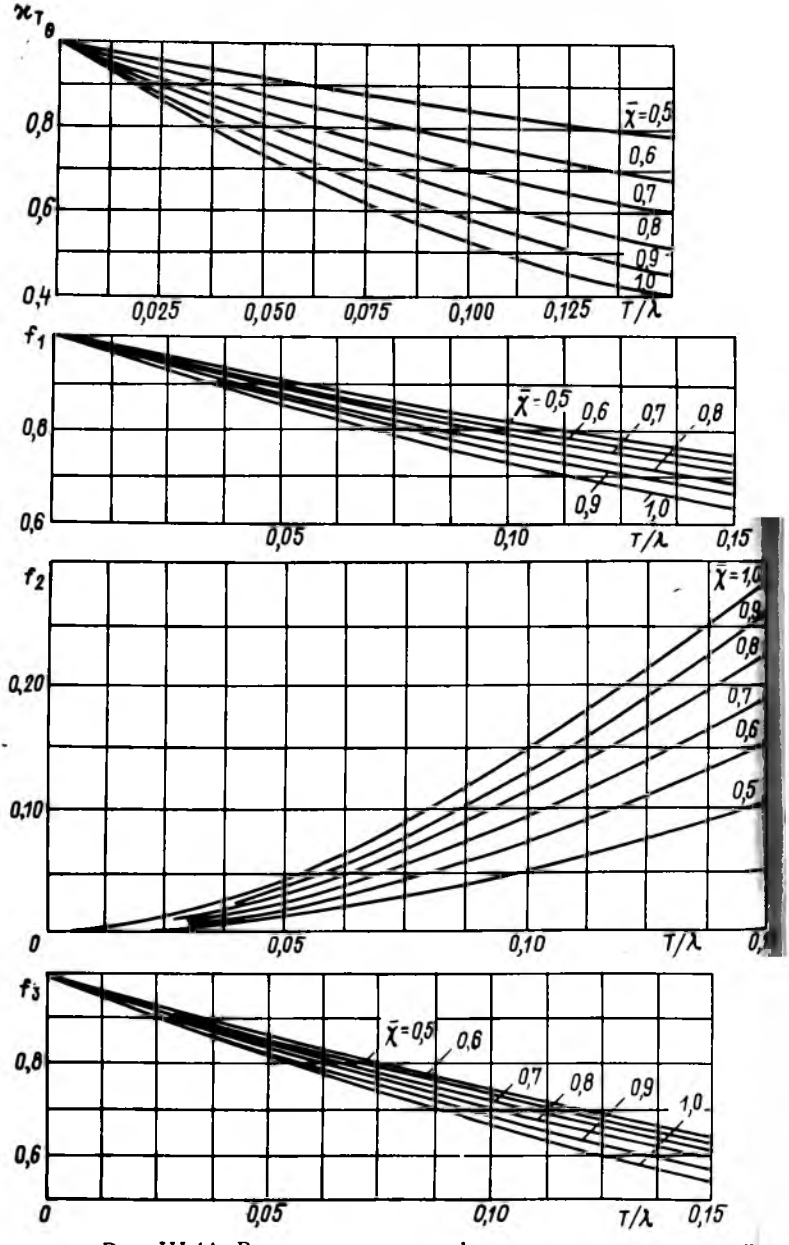
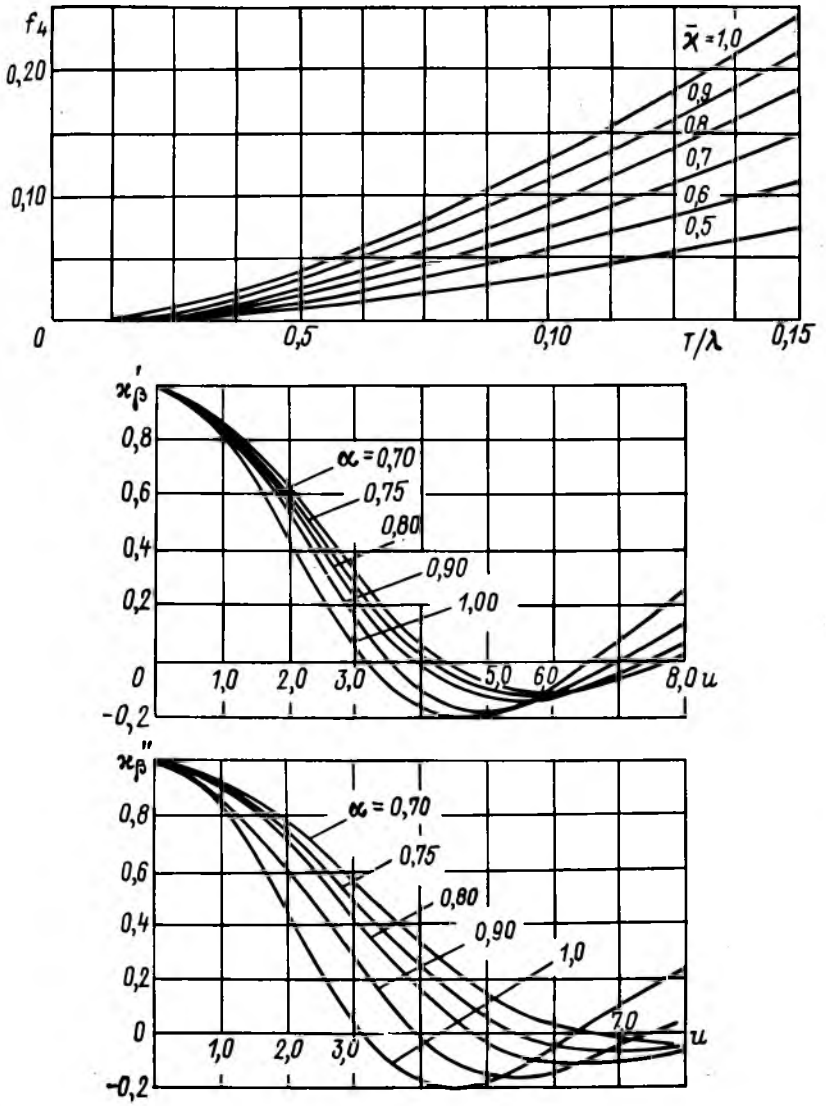


Рис. III.14. Вспомогательные графики для вычисления редук



ционных коэффициентов по методу С. Н. Благовещенского.

Редукционные коэффициенты $\varkappa_1 - \varkappa_4$ определяются выражениями

$$\left.\begin{aligned}
\varkappa_1 &= [2/(k_2\sigma)] \int_0^T e^{-kz} \sin k_2 y \, dz; \\
\varkappa_2 &= \int_0^T e^{-kz} \cos k_2 y \, dZ(z); \\
\varkappa_3 &= [3/(k_2 b)] \int_0^T e^{-kz} \sin k_2 y \, dZ^2(z); \\
\varkappa_4 &= \frac{2}{k_2 \sigma z_{\Omega 1}} \int_0^T e^{-kz} z \sin k_2 y \, dz,
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.96)}$$

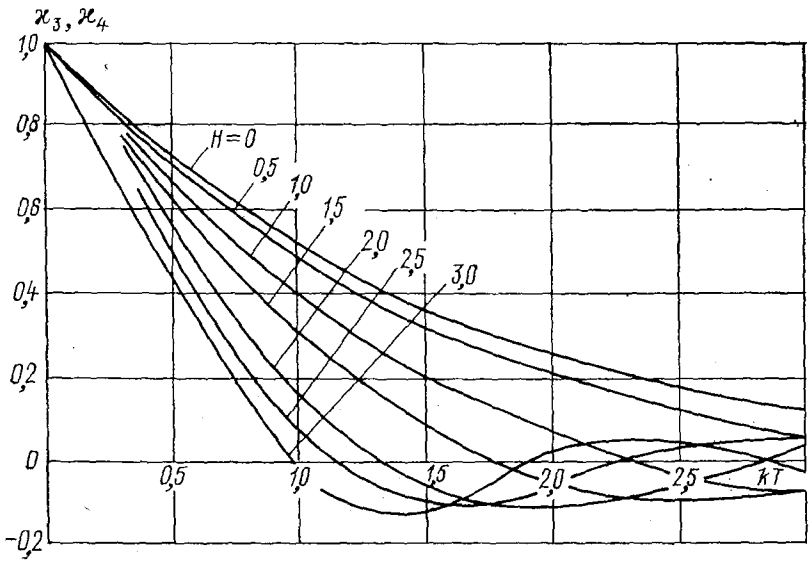


Рис. III.15. Редукционные коэффициенты к главной части возмущающих сил по расчету Ю. В. Ремеза.

где $Z(z)$ — функция, определяющая форму шпангоута, который соответствует уравнению судовой поверхности

$$y(x, z) = \pm b(x) Z(z). \qquad \text{(III.97)}$$

Для шпангоутов полуэллиптической формы коэффициенты $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ вычислены в [73] и представлены графически в функции от параметров kT и $H = \frac{b|\sin\beta_в|}{2T}$ на рис. IV.1 и IV.2. На рис. III.15 даны коэффициенты $\varkappa_3$, $\varkappa_4$.

При выполнении расчетов на ЭВМ форму шпангоутов можно задать более точно, например в виде

$$Z(z) = 1 - \left(\frac{z}{T}\right)^{\frac{\beta_x}{1-\beta_x}}, \qquad (III.98)$$

где β_x — коэффициент полноты шпангоута с абсциссой x. Составление программы расчета коэффициентов $\varkappa_1$—$\varkappa_4$ в функции от трех параметров kT, H и β_x затруднений не представляет.

§ 19. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ВОЗМУЩАЮЩИХ СИЛ И МОМЕНТОВ

Гидродинамические составляющие возмущающих сил и моментов учитывают дифракцию прогрессивных волн, набегающих на некачающееся судно, и определяются на основании общей гидродинамической теории качки [95, 96, 97] (см. гл. II второго раздела). Они определяются следующим общим выражением:

$$F_n = -\int\limits_{\Omega_t} p_0 \frac{\partial \varphi'_n}{\partial n} d\Omega, \qquad (III.99)$$

где p_0 — давление, обусловленное дифракцией набегающих волн из-за присутствия некачающегося судна; φ'_n — функция излучения.

Потенциал скоростей дифрагированных волн Φ_d можно записать в виде

$$\Phi_d(x, y, z, t) = \varphi_d(x, y, z)\, e^{-i\omega_{\text{к}} t}, \qquad (III.100)$$

причем на контуре судна должно выполняться условие

$$\frac{\partial \Phi_d}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi_W}{\partial n}, \qquad (III.101)$$

откуда

$$\frac{\partial \varphi_d}{\partial n} = \zeta_A \omega e^{i(k_1 x + k_2 y)} [\cos(n, y) + i \cos(n, z)]. \qquad (III.102)$$

Чаще всего функцию φ_d определяют как потенциал скорости на поверхности тела в безграничной жидкости, что позволяет найти лишь инерционную компоненту возмущающей силы. С. Мотора [131] и Г. А. Фирсов решали эту задачу для эллиптического контура, расположенного лагом к волне, С. М. Травинин [89] — для контура той же формы, расположенного под произвольным углом к набегающей волне, И. К. Бородай — для накрененного шпангоута при произвольном положении относительно волны. Ю. В. Ремезом [73] гидродинамические составляющие возмущающих сил определялись в предположении равенства редукционных коэффициентов к инерционной и демпфирующей компонентам. Наиболее точное решение рассматриваемой задачи для контуров типа Льюиса, расположенных лагом к волне, было получено А. З. Салькаевым [8], а при произвольном курсовом угле — А. Я. Войткунской [22]. В методе А. З. Салькаева возмущающие силы и моменты разбиваются не на главную и гидродинамическую, а на синусную и косинусную составляющие, одна из которых определяет сумму главной и инерционной компонент, а другая демпфирующую компоненту.

В данной главе приводятся только формулы для расчета гидродинамических составляющих возмущающих сил, полученные Ю. В. Ремезом [73] в предположении, что равенство

$$\int\limits_{\Omega_t} \varphi_d \frac{\partial \varphi'_n}{\partial n} d\Omega = \int\limits_{\Omega_t} \varphi'_n \frac{\partial \varphi_d}{\partial n} d\Omega, \qquad (III.103)$$

доказанное М. Д. Хаскиндом при отсутствии хода, справедливо и для судна, имеющего ход, если на контуре ватерлинии можно приближенно принимать $\cos(n, x) = 0$.

Гидродинамические составляющие сил и моментов вычисляются по методу плоских сечений, т. е. интегралы по смоченной поверхности представляются в виде двойных интегралов по длине судна L и по контуру шпангоута l. Контурные значения функции φ'_n представляются в виде

$$\left.\begin{aligned}
\varphi'_2 &= -\frac{1}{\rho\Omega_1}\left(\lambda^*_{22} - \frac{i}{\omega_к}\mu^*_{22}\right) y;\\
\varphi'_3 &= -\frac{1}{\rho\Omega_1}\left(\lambda^*_{33} - \frac{i}{\omega_к}\mu^*_{33}\right) z;\\
\varphi'_4 &= -\frac{1}{\rho\Omega_1 z_{\Omega_1}}\left(\lambda^*_{24} - \frac{i}{\omega_к}\mu^*_{24}\right) yz.
\end{aligned}\right\} \qquad (III.104)$$

После интегрирования по контуру шпангоута были получены следующие выражения гидродинамических составляющих возмущающих сил и моментов (с учетом принятого в Справочнике направления координатных осей):

$$\left.\begin{aligned}
P_{d_y} &= \zeta_A \omega e^{i\omega_к t} \int\limits_{-L/2}^{L/2} e^{ik_1 x} \varkappa_2^0 \left(\mu^*_{22} - i\lambda^*_{22}\omega_к\right) dx;\\
P_{d_z} &= -\zeta_A \omega e^{i\omega_к t} \int\limits_{-L/2}^{L/2} e^{ik_1 x} \varkappa_3^0 \left(\lambda^*_{33} - i\mu^*_{33}\right) dx;\\
M_{d_x} &= \zeta_A \omega e^{i\omega_к t} \int\limits_{-L/2}^{L/2} e^{ik_1 x} \varkappa_4^0 \left(\mu^*_{24} - i\lambda^*_{24}\omega_к\right) dx;\\
M_{d_z} &= \zeta_A \omega e^{i\omega_к t} \int\limits_{-L/2}^{L/2} e^{ik_1 x} \varkappa_2^0 \left(\lambda^*_{22} - \frac{i}{\omega_к}\mu^*_{22}\right) (ix\omega_к + v)\, dx,
\end{aligned}\right\} \qquad (III.105)$$

где

$$\left.\begin{aligned}
\varkappa_2^0 &= \left(\varkappa_6 - \frac{kb^2}{12\Omega_1}\varkappa_3\right) |\sin\beta_в|;\\
\varkappa_3^0 &= \varkappa_1 \sin^2\beta_в + \varkappa_5 \cos^2\beta_в;\\
\varkappa_4^0 &= \left(\varkappa_7 + \frac{ki_z}{\Omega_1 z_{\Omega_1}}\varkappa_8\right) |\sin\beta_в|;
\end{aligned}\right\} \qquad (III.106)$$

i_z — момент инерции площади шпангоута относительно диаметральной линии.

Коэффициенты $\varkappa_6$—$\varkappa_8$ приведены на рис. III.16. Момент $M^0_{x_1}$ в [73], также как и главная часть возмущающих сил и моментов, вычисляется относительно продольной оси, лежащей в плоскости ватерлинии. Для перехода к моменту M_x относительно оси, проходящей через центр тяжести судна, статические моменты λ^*_{24} и μ^*_{24}, входящие в формулу для момента, должны быть определены относительно той же оси. Коэффициент $\varkappa_5$ приведен на рис. IV.3.

Формулы (III.105) показывают, что амплитуды демпфирующих составляющих возмущающих сил пропорциональны истинной частоте волны, тогда как амплитуды

инерционных составляющих пропорциональны произведению истинной частоты на кажущуюся, т. е. в отличие от главных составляющих зависят от скорости судна.

Переходя от комплексной формы записи к тригонометрической и пренебрегая асимметрией судна относительно плоскости мидель-шпангоута, выражения

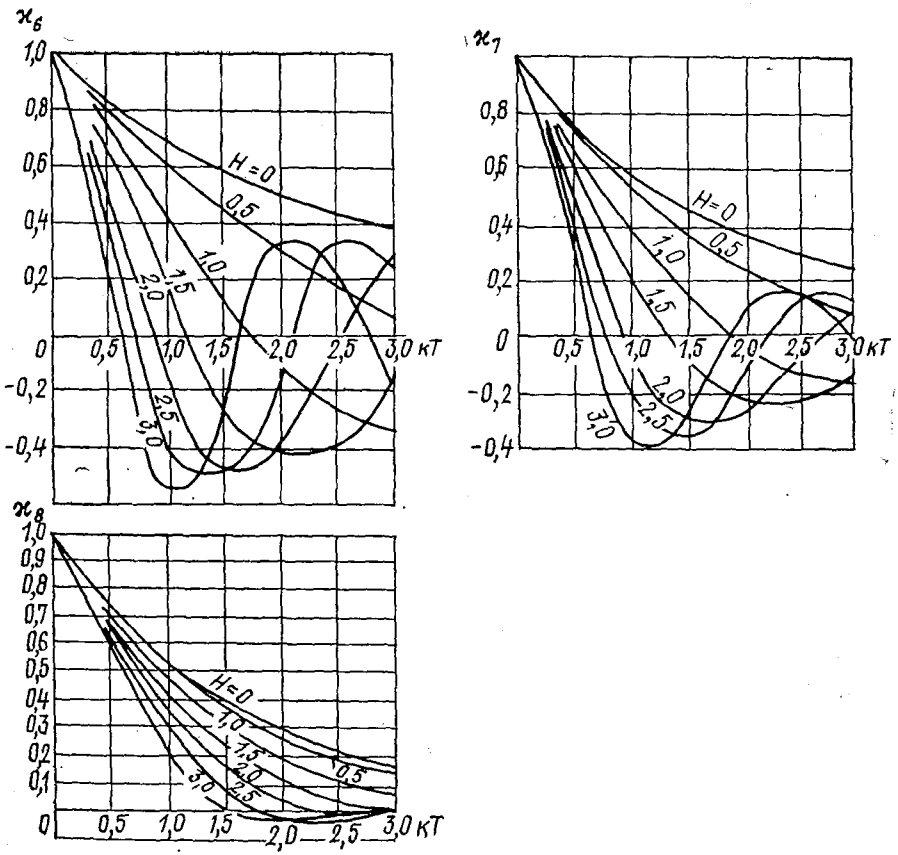


Рис. III.16. Редукционные коэффициенты к гидродинамическим составляющим возмущающих сил.

для гидродинамических составляющих сил и моментов можно представить в виде

$$\left.\begin{aligned}
P_{d_y} &= (\zeta_A \omega \omega_к \varkappa'_\eta \lambda_{22} \sin \omega_к t - \zeta_A \omega \varkappa''_\eta \mu_{22} \cos \omega_к t;\\
P_{d_z} &= -\zeta_A \omega \omega_к \varkappa'_\zeta \lambda_{33} \cos \omega_к t - \zeta_A \omega \varkappa''_\zeta \mu_{33} \sin \omega_к t;\\
M_{d_x} &= \zeta_A \omega \omega_к \varkappa'_\theta \lambda_{24} \sin \omega_к t - \zeta_A \omega \varkappa''_\theta \mu_{24} \cos \omega_к t;\\
M_{d_z} &= \left(\alpha_0 \omega \omega_к \varkappa'_\chi \lambda_{66} - v \zeta_A \frac{\omega}{\omega_к} \varkappa''_\eta \mu_{22}\right) \times\\
&\times \cos \omega_к t - (\alpha_0 \omega \varkappa''_\chi \mu_{66} - v \zeta_A \omega \varkappa'_\eta \lambda_{22}) \sin \omega_к t;
\end{aligned}\right\} \qquad (III.107)$$

$$
\left.
\begin{aligned}
\varkappa'_\eta &= \frac{\int\limits_{-L/2}^{L/2} \varkappa_2^0 \lambda_{22}^* \cos k_1 x\, dx}{\lambda_{22}}; \\
\varkappa''_\eta &= \frac{\int\limits_{-L/2}^{L/2} \varkappa_2^0 \mu_{22}^* \cos k_1 x\, dx}{\mu_{22}}; \\
\varkappa'_\theta &= \frac{\int\limits_{-L/2}^{L/2} \varkappa_4^0 \lambda_{24}^* \cos k_1 x\, dx}{\lambda_{24}}; \\
\varkappa''_\theta &= \frac{\int\limits_{-L/2}^{L/2} \varkappa_4^0 \mu_{24}^* \cos k_1 x\, dx}{\mu_{24}}; \\
\varkappa'_\zeta &= \frac{\int\limits_{-L/2}^{L/2} \varkappa_3^0 \lambda_{33}^* \cos k_1 x\, dx}{\lambda_{33}}; \\
\varkappa''_\zeta &= \frac{\int\limits_{-L/2}^{L/2} \varkappa_3^0 \mu_{33}^* \cos k_1 x\, dx}{\mu_{33}}; \\
\varkappa'_\chi &= \frac{\int\limits_{-L/2}^{L/2} \varkappa_2^0 \lambda_{22}^* x \sin k_1 x\, dx}{k\lambda_{66}}; \\
\varkappa''_\chi &= \frac{\int\limits_{-L/2}^{L/2} \varkappa_2^0 \mu_{22}^* x \sin k_1 x\, dx}{k\mu_{66}}.
\end{aligned}
\right\} \qquad (III.108)
$$

При положении лагом к волне $\cos k_1 x = 1$ и $\sin k_1 x = 0$, что существенно упрощает выражения для гидродинамических составляющих возмущающих сил. В частности, при $\beta = \pi/2$ и $v = 0$ оказывается равной нулю гидродинамическая составляющая момента M_{dz}, также как и главная, поэтому симметричное судно, расположенное лагом к волне без хода, не должно испытывать рыскания.

Многочисленные расчеты показывают, что для судов традиционных архитектурных форм редукционные коэффициенты к гидродинамическим составляющим горизонтальной проекции возмущающей силы P_{dy} и к моменту M_{dx} близки между собой, поэтому с достаточной для практических целей точностью можно принимать

$$\varkappa'_\eta = \varkappa''_\eta = \varkappa'_\theta = \varkappa''_\theta = \varkappa_\eta. \qquad (III.109)$$

Метод расчета главной и гидродинамической составляющих возмущающих сил и моментов в условиях мелководья можно найти в монографии А. М. Басина и др. «Гидродинамика судов на мелководье» (Л., Судостроение, 1976), а метод расчета сил этой категории для катамаранов изложен в книге «Многокорпусные суда» под ред. В. А. Дубровского (Л., Судостроение, 1978).

§ 20. ПОПЕРЕЧНАЯ КАЧКА СУДНА НА ТИХОЙ ВОДЕ БЕЗ ХОДА

Если судно находится на тихой воде, возмущающие силы отсутствуют, и колебания определяются инерционными, демпфирующими и восстанавливающими силами и моментами. Рассмотрим сначала случай, когда все виды колебаний происходят независимо, т. е. коэффициенты A_{mn} и B_{mn} системы (III.7) равны нулю при $m \neq n$.

В этом случае бортовая качка судна на тихой воде описывается уравнением

$$(I_{xx} + \lambda_{44})\,\ddot{\theta} + \mu_{44}\dot{\theta} + Dh_0\theta = 0 \qquad \text{(III.110)}$$

или

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta\dot{\theta} + \omega_\theta^2\theta = 0, \qquad \text{(III.111)}$$

где $\nu_\theta = \dfrac{\mu_{44}}{2\,(I_{xx} + \lambda_{44})}$ — относительный коэффициент демпфирования бортовой качки, $\omega_\theta = \sqrt{\dfrac{Dh_0}{I_{xx} + \lambda_{44}}}$ — собственная частота бортовой качки.

Решение уравнения (III.110) при начальных условиях при $t = 0$, $\theta = \theta_0$, $\dot{\theta} = 0$ имеет вид

$$\theta = \theta_0 e^{-\nu_\theta t}\cos\omega'_\theta t, \qquad \text{(III.112)}$$

где $\omega'_\theta = \sqrt{\omega_\theta^2 - \nu_\theta^2}$.

Поскольку $\nu_\theta^2 \ll \omega_\theta^2$, обычно принимают $\omega'_\theta = \omega_\theta$.

Таким образом, судно, отклоненное на тихой воде на некоторый угол θ_0, будет совершать затухающие свободные колебания, вид которых показан на рис. III.17 и которые полностью определяются двумя параметрами: относительным коэффициентом демпфирования ν_θ и собственной частотой ω_θ или собственным периодом (периодом свободных колебаний) τ_θ бортовой качки, связанным с частотой ω_θ известным соотношением

$$\tau_\theta = 2\pi/\omega_\theta. \qquad \text{(III.113)}$$

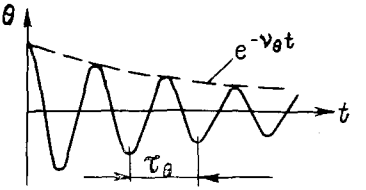


Рис. III.17. Затухающая свободная бортовая качка.

Увеличение относительного коэффициента демпфирования приводит к более быстрому затуханию свободных колебаний, а увеличение собственной частоты ω_θ — к появлению порывистой стремительной качки. Поэтому при проектировании судов стремятся к всемерному увеличению ν_θ и уменьшению ω_θ. Все данные, необходимые для расчета этих величин при отсутствии скуловых килей, приведены в § 14 — 17. Влияние скуловых килей дополнительно рассмотрено в гл. VIII. Для приближенного определения величины τ_θ часто используется так называемая «капитанская формула»

$$\tau_\theta = \frac{kB}{\sqrt{h_0}}. \qquad \text{(III.114)}$$

Эмпирический коэффициент k изменяется в следующих пределах:

для крупных пассажирских судов	0,80—0,85
для легких судов	0,78
для мелких рыболовных судов	0,83—0,86
для рыбопромысловых баз и грузовых судов с полным грузом	0,90

Величины B и h_0 должны подставляться в формулу (III.114) в метрах, при этом период получается в секундах.

Вертикальная качка судна на тихой воде описывается дифференциальным уравнением

$$(M + \lambda_{33})\,\ddot{\zeta}_g + \mu_{33}\dot{\zeta}_g + \gamma S\zeta_g = 0 \qquad \text{(III.115)}$$

или

$$\ddot{\zeta}_g + 2\nu_\zeta\dot{\zeta}_g + \omega_\zeta^2\zeta_g = 0, \qquad \text{(III.116)}$$

где $\nu_\zeta = \frac{\mu_{33}}{2(M+\lambda_{33})}$ — относительный коэффициент демпфирования вертикальной качки; $\omega_\zeta = \sqrt{\frac{\gamma S}{M+\lambda_{33}}}$ — собственная частота вертикальной качки.

Решение уравнения (III.116) при начальных условиях $t=0$, $\zeta_g = \zeta_{g_0}$, $\dot{\zeta}_g = 0$ имеет вид

$$\zeta_g = \zeta_{g_0} e^{-\nu_\zeta t} \cos \omega'_\zeta t, \tag{III.117}$$

где $\omega'_\zeta = \sqrt{\omega_\zeta^2 - \nu_\zeta^2} \approx \omega_\zeta$.

Свободная вертикальная качка принципиально не отличается от бортовой, но характеризуется более высокой частотой и быстрым затуханием, т. е. большим относительным демпфированием.

Собственный период вертикальной качки $\tau_\zeta = 2\pi/\omega_\zeta$, как правило, существенно меньше, чем бортовой. Для приближенного определения величины τ_ζ может применяться эмпирическая формула

$$\tau_\zeta = 2{,}5\sqrt{T}, \tag{III.118}$$

где T — осадка судна, м.

Поперечно-горизонтальное движение при отсутствии связи с другими видами качки описывается дифференциальным уравнением

$$(M+\lambda_{22})\ddot{\eta}_g + \mu_{22}\dot{\eta}_g = 0 \tag{III.119}$$

или

$$\ddot{\eta}_g + 2\nu_\eta \dot{\eta}_g = 0, \tag{III.120}$$

где $2\nu_\eta = \frac{\mu_{22}}{2(M+\lambda_{22})}$ — относительный коэффициент демпфирования при поперечно-горизонтальном движении.

Вследствие отсутствия восстанавливающей силы поперечно-горизонтальное движение судна на тихой воде имеет неколебательный характер. Решение уравнения (III.120) может быть записано в виде

$$\eta_g = C_1 - \frac{C_2}{2\nu_\eta} e^{-2\nu_\eta t}. \tag{III.121}$$

Постоянные C_1 и C_2 зависят от начальных условий. Если при $t=0$, $\eta_g = \eta_{g_0}$, $\dot{\eta}_g = 0$, то $C_1 = \eta_{g_0}$ и $C_2 = 0$, т. е. судно, отклоненное от положения равновесия на величину η_{g_0}, остается в отклоненном положении.

Если же в качестве начальных условий принять $t=0$, $\eta_g = 0$, $\dot{\eta}_g = \dot{\eta}_{g_0}$, то горизонтальное движение будет описываться выражением

$$\eta_g = \frac{\dot{\eta}_{g_0}}{2\nu_\eta}\left(1 - e^{-2\nu_\eta t}\right), \tag{III.122}$$

т. е. будет иметь апериодический затухающий характер.

Аналогично ведет себя судно, не имеющее хода, при рыскании. Последнее может быть описано дифференциальным уравнением:

$$(I_{zz}+\lambda_{66})\ddot{\chi} + \mu_{66}\dot{\chi} = 0 \tag{III.123}$$

или

$$\ddot{\chi} + 2\nu_\chi \dot{\chi} = 0, \tag{III.124}$$

где $\nu_\chi = \frac{\mu_{66}}{2(I_{zz}+\lambda_{66})}$ — относительный коэффициент демпфирования при рыскании.

Решение уравнения (III.124) при начальных условиях $t=0$, $\chi = 0$, $\dot{\chi} = \dot{\chi}_0$ имеет вид

$$\chi = \frac{\dot{\chi}_0}{2\nu_\chi}\left(1 - e^{-2\nu_\chi t}\right). \tag{III.125}$$

Рассмотрим теперь взаимное влияние бортовой качки и поперечно-горизонтальных колебаний. Для установления картины явления пренебрежем демпфированием и будем считать, что колебания определяются только инерционными и вос-

станавливающими силами. При отсутствии хода $A_{24} = A_{42} = \lambda_{24}$ и колебания судна описываются следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned}(M+\lambda_{22})\,\ddot{\eta}_g + \lambda_{24}\ddot{\theta} = 0;\\ (I_{xx}+\lambda_{44})\,\ddot{\theta} + \lambda_{24}\ddot{\eta}_g + Dh_0\theta = 0.\end{aligned}\right\} \qquad (\text{III}.126)$$

Выразив из первого уравнения $\ddot{\eta}_g$ через $\ddot{\theta}$ и подставив во второе, получим

$$\left.\begin{aligned}\left(I_{xx}+\lambda_{44}-\frac{\lambda_{24}^2}{M+\lambda_{22}}\right)\ddot{\theta} + Dh_0\theta = 0,\\ \text{или}\qquad \ddot{\theta} + \omega_\theta^2\theta = 0,\end{aligned}\right\} \qquad (\text{III}.127)$$

где

$$\omega_\theta = \sqrt{\frac{Dh_0}{I_{xx}+\lambda_{44}-\dfrac{\lambda_{24}^2}{M+\lambda_{22}}}}. \qquad (\text{III}.128)$$

Таким образом, влияние поперечно-горизонтальных колебаний на бортовую качку проявляется в виде уменьшения присоединенного момента инерции, а следовательно, и периода свободных колебаний. При больших значениях λ_{24}, соответствующих, как правило, высоко расположенному центру тяжести, это влияние может быть существенным.

Выражая $\ddot{\eta}_g$ через $\ddot{\theta}$ и интегрируя дважды, получаем следующее уравнение поперечно-горизонтальных колебаний:

$$\eta_g = -\frac{\lambda_{24}}{M+\lambda_{22}}\theta_0\cos\omega_\theta t + C_1 t + C_2. \qquad (\text{III}.129)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются начальными условиями. Если при $t = 0$, $\eta_g = 0$,

$$\dot{\eta}_g = \frac{\lambda_{24}\omega_\theta\theta_0}{M+\lambda_{22}},$$

то

$$\eta_g = -\frac{\lambda_{24}}{M+\lambda_{22}}\theta_0\cos\omega_\theta t. \qquad (\text{III}.130)$$

Следовательно, в этом случае центр тяжести судна будет совершать гармонические колебания, частота которых совпадает с частотой бортовой качки, а амплитуда пропорциональна произведению присоединенного статического момента на амплитуду бортовой качки.

Учитывая, что горизонтальные колебания точек, лежащих в диаметральной плоскости судна, определяются выражением

$$\eta = \eta_g - z\sin\theta \approx \eta_g - z\theta, \qquad (\text{III}.131)$$

можно найти отстояние от центра тяжести судна точки, остающейся неподвижной при поперечной качке, т. е. оси колебаний. Получим

$$z_0 = -\lambda_{24}/(M+\lambda_{22}). \qquad (\text{III}.132)$$

Поскольку знак величины λ_{24} зависит от формы корпуса и положения центра тяжести, ось колебаний может располагаться как выше, так и ниже последнего.

Аналогично может быть рассмотрено взаимное влияние бортовой качки и рыскания. Ограничиваясь инерционным взаимодействием, получим, что собственная частота бортовой качки с учетом влияния рыскания определяется выражением

$$\omega_\theta = \sqrt{\frac{Dh_0}{I_{xx}+\lambda_{44}-\dfrac{(\lambda_{46}-E)^2}{I_{zz}+\lambda_{66}}}}. \qquad (\text{III}.133)$$

Величина E определяется отклонением главной продольной оси от горизонтали, а величина λ_{46} — асимметрией судна относительно плоскости мидель-шпангоута.

Обе эти величины обычно очень малы по сравнению с суммарным моментом инерции массы $I_{zz} + \lambda_{66}$, поэтому при отсутствии хода влияние рыскания на свободную бортовую качку ничтожно.

§ 21. ПОПЕРЕЧНАЯ КАЧКА СУДНА, РАСПОЛОЖЕННОГО ЛАГОМ К ВОЛНЕ, БЕЗ ХОДА

Качка судна на волнении описывается дифференциальными уравнениями, решения которых складываются из общих решений, описывающих свободные колебания, и частных решений, соответствующих вынужденным колебаниям. Поскольку свободные колебания быстро затухают, обычно рассматривают лишь частные решения.

Основными характеристиками любого вида качки на волнении являются амплитуда и фаза. Зависимость амплитуды от частоты возмущения называется амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), зависимость фазы от частоты — фазово-частотной характеристикой (ФЧХ). При вычислении АЧХ входное возмущение (волнение) может характеризоваться как амплитудой волны ζ_A, так и амплитудой угла волнового склона α_0, поэтому необходимо четко оговаривать, по отношению к чему вычислена амплитудно-частотная характеристика. При определении фазового сдвига изменение процесса качки во времени может быть записано как в синусной, так и в косинусной форме. Для решения ряда прикладных задач (например, для вычисления кинематических характеристик произвольной точки) различные виды качки приходится суммировать, при этом их необходимо записывать в одной форме, предпочтительно в косинусной.

После этих вводных замечаний рассмотрим качку судна, расположенного лагом к волне, без хода. Вследствие слабой асимметрии судна относительно плоскости мидель-шпангоута пренебрежем влиянием рыскания и рассмотрим систему уравнений, описывающих бортовую качку и горизонтальные поперечные колебания судна:

$$\left.\begin{aligned}&(M+\lambda_{22})\,\ddot{\eta}_g+\mu_{22}\dot{\eta}_g+\lambda_{24}\ddot{\theta}+\mu_{24}\dot{\theta}=\\&=\varkappa_\eta\zeta_A M\omega^2\sin\omega t+\varkappa'_\eta\zeta_A\omega^2\lambda_{22}\sin\omega t-\varkappa''_\eta\zeta_A\omega\mu_{22}\cos\omega t;\\&(I_{xx}+\lambda_{44})\,\ddot{\theta}+\mu_{44}\dot{\theta}+Dh_0\theta+\lambda_{24}\ddot{\eta}_g+\\&+\mu_{24}\dot{\eta}_g=\varkappa_\theta Dh_0\alpha_0\sin\omega t+\varkappa'_\theta\zeta_A\omega^2\lambda_{24}\sin\omega t-\varkappa''_\theta\zeta_A\omega\mu_{24}\cos\omega t.\end{aligned}\right\}\quad(\text{III.134})$$

Решение этой системы затруднений не вызывает. Однако для более успешного анализа особенностей поведения судна, расположенного лагом к волне, ее целесообразно упростить. Во-первых, на основании данных (III.7) примем, что $\varkappa'_\eta=\varkappa''_\eta=\varkappa'_\theta=\varkappa''_\theta=\varkappa_\eta$, причем будем считать, что коэффициент $\varkappa_\eta$ может быть вычислен по формуле (III.91).

Теоретические и экспериментальные исследования показывают, что влияние бортовой качки на поперечно-горизонтальные колебания значительно меньше обратного. Это связано с тем обстоятельством, что демпфирующие и инерционные силы при поперечно-горизонтальных колебаниях велики, и члены $\lambda_{24}\ddot{\theta}$ и $\mu_{24}\dot{\theta}$ оказываются по сравнению с ними пренебрежимо малыми. При бортовой качке вблизи резонанса инерционные и восстанавливающие моменты взаимно уравновешиваются и возмущающему моменту противодействует только демпфирующий, который, как правило, мал. Поэтому члены $\lambda_{24}\ddot{\eta}_g$ и $\mu_{24}\dot{\eta}_g$ могут играть в этом случае существенную роль.

С учетом сказанного поперечно-горизонтальные колебания с достаточной для практических целей точностью могут быть описаны изолированным дифференциальным уравнением

$$(M+\lambda_{22})\,\ddot{\eta}_g+\mu_{22}\dot{\eta}_g\chi_\eta=\chi_\eta\zeta_A\omega^2(M+\lambda_{22})\sin\omega t-\varkappa_\eta\zeta_A\omega\mu_{22}\cos\omega t,\quad(\text{III.135})$$

решение которого имеет вид

$$\eta_g=-\varkappa_\eta\zeta_A\sin\omega t=\varkappa_\eta\zeta_A\cos[\omega t+(\pi/2)].\quad(\text{III.136})$$

Следовательно, поперечно-горизонтальные колебания судна, расположенного лагом к волне, без хода происходят в одной фазе с горизонтальной проекцией

бритального движения частиц волны, расположенных в начале системы координат $O_1\xi\eta\zeta$, а амплитуда колебаний судна η_{g_0} равна амплитуде колебаний частиц ζ_A, умноженной на редукционный коэффициент, учитывающий конечность размеров судна. Другими словами, АЧХ поперечно-горизонтальных колебаний (по отношению к амплитуде волны) равна редукционному коэффициенту, а ФЧХ (при записи в косинусной форме) равна $-\pi/2$:

$$\eta_{g_0}/\zeta_A = \varkappa_\eta;\ \varepsilon_\eta = -\pi/2. \qquad (III.137)$$

Подставив выражение η_g во второе уравнение системы (III.134), получим, что бортовая качка приближенно описывается «укороченным» уравнением

$$(I_{xx} + \lambda_{44})\ddot{\theta} + \mu_{44}\dot{\theta} + Dh_0\theta = Dh_0\varkappa_\theta\alpha_0 \sin \omega t \qquad (III.138)$$

или

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta\dot{\theta} + \omega_\theta^2\theta = \omega_\theta^2\varkappa_\theta\alpha_0 \sin \omega t, \qquad (III.139)$$

где $\varkappa_\theta$ — редукционный коэффициент, определяемый формулой (III.90). Частное решение уравнения (III.139) имеет вид

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t - \varepsilon_\theta^*) = \theta_0 \cos(\omega t - \varepsilon_\theta), \qquad (III.140)$$

где

$$\theta_0 = \frac{\omega_\theta^2\varkappa_\theta\alpha_0}{\sqrt{(\omega_\theta^2 - \omega^2)^2 + 4\nu_\theta^2\omega^2}}; \qquad (III.141)$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon_\theta^* = \frac{2\nu_\theta\omega}{\omega_\theta^2 - \omega^2}; \qquad (III.142)$$

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^* + (\pi/2). \qquad (III.143)$$

Четверть, в которой находится фазовый угол ε_θ^*, определяется в зависимости от знаков числителя и знаменателя формулы (III.142) (числитель — знак синуса, знаменатель — знак косинуса).

Разделим все члены выражений (III.141)—(III.142) на собственную частоту колебаний ω_θ и введем обозначения: $\omega/\omega_\theta = \sigma$ — относительная частота колебаний; $\nu_\theta/\omega_\theta = \mu_\theta$ — безразмерный коэффициент демпфирования бортовой качки.

Тогда АЧХ бортовой качки (по отношению к углу волнового склона) можно записать в виде

$$\frac{\theta_0}{\alpha_0} = \frac{\omega_\theta^2\varkappa_\theta}{\sqrt{(\omega_\theta^2 - \omega^2)^2 + 4\nu_\theta^2\omega^2}} = \frac{\varkappa_\theta}{\sqrt{(1 - \sigma^2)^2 + 4\mu_\theta^2\sigma^2}}, \qquad (III.144)$$

а по отношению к ординате волны в виде

$$\frac{\theta_0}{\zeta_A} = \frac{\omega^2}{g}\,\frac{\omega_\theta^2\varkappa_\theta}{\sqrt{(\omega_\theta^2 - \omega^2)^2 + 4\nu_\theta^2\omega^2}} = \frac{\omega^2}{g}\,\frac{\varkappa_\theta}{\sqrt{(1 - \sigma^2)^2 + 4\mu_\theta^2\sigma^2}}. \qquad (III.145)$$

ФЧХ при записи угла качки в косинусной форме равна

$$\varepsilon_\theta = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{2\nu_\theta\omega}{\omega_\theta^2 - \omega^2} = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{2\mu_\theta}{1 - \sigma^2}. \qquad (III.146)$$

Наибольших величин бортовая качка достигает при резонансе, когда $\omega = \omega_\theta$, т. е. $\sigma = 1$. Амплитуда ее при резонансе определяется выражением

$$(\theta_0/\alpha_0)_p = \varkappa_\theta/2\mu_\theta, \qquad (III.147)$$

фазовый сдвиг по отношению к углу волнового склона $\varepsilon_\theta^* = \pi/2$.

В § 15 второго раздела было показано, что демпфирование бортовой качки существенно зависит от ее амплитуды (или от амплитуды угловой скорости), что не-

обходимо учитывать, особенно вблизи резонанса, даже при линейной постановке задачи. При этом АЧХ бортовой качки при различных углах волнового склона получаются различными (рис. III.18).

Если исходные данные по демпфированию заданы в виде зависимости $\mu_\theta = f(\theta_0)$, для расчета АЧХ бортовой качки по формуле (III.144) при заданном угле волнового склона необходимо пользоваться методом последовательных приближений или графо-аналитическим, добиваясь равенства амплитуд, заложенных при определении коэффициента μ_θ и полученных в результате расчета. Если исходные данные по демпфированию заданы в виде зависимости $\mu_\theta = f(\dot{\theta}_0)$, тот же

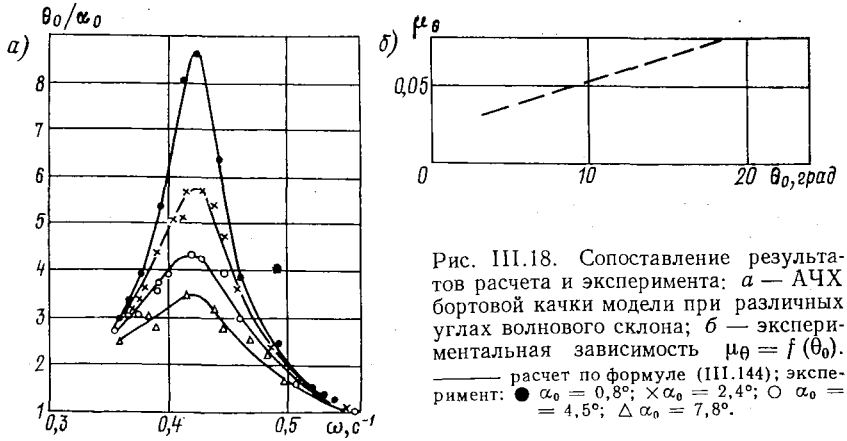


Рис. III.18. Сопоставление результатов расчета и эксперимента: *а* — АЧХ бортовой качки модели при различных углах волнового склона; *б* — экспериментальная зависимость $\mu_\theta = f(\theta_0)$. ——— расчет по формуле (III.144); эксперимент: ● $\alpha_0 = 0{,}8°$; × $\alpha_0 = 2{,}4°$; ○ $\alpha_0 = 4{,}5°$; △ $\alpha_0 = 7{,}8°$.

способ следует применить в отношении амплитуды угловой скорости бортовой качки, определяющейся выражением

$$\frac{\dot{\theta}_0}{\alpha_0} = \frac{\omega_\theta^2 \omega \varkappa_\theta}{\sqrt{(\omega_\theta^2 - \omega^2)^2 + 4\nu_\theta^2 \omega^2}} = \frac{\varkappa_\theta \omega}{\sqrt{(1-\sigma^2)^2 + 4\mu_\theta^2 \sigma^2}}. \qquad \text{(III.148)}$$

Из рис. III.18 видно, что описанный метод расчета вполне удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными.

Использование «укороченного» уравнения ни в коей мере не означает пренебрежения гидродинамическими составляющими возмущающего момента, а является лишь следствием формального исключения из уравнения взаимно компенсирующихся членов. Поэтому величину, стоящую в правой части уравнения, нельзя отождествлять с полным возмущающим моментом и сопоставлять ее с результатами теоретического или экспериментального определения последнего.

Вертикальная качка судна, расположенного лагом к волне, при допущениях, указанных в § 13 второго раздела, описывается дифференциальным уравнением

$$(M + \lambda_{33})\ddot{\zeta}_g + \mu_{33}\dot{\zeta}_g + \gamma S \zeta_g = (\varkappa_\zeta \gamma S - \varkappa'_\zeta \omega^2 \lambda_{33})\zeta_A \cos \omega t - \varkappa''_\zeta \omega \mu_{33} \zeta_A \sin \omega t \qquad \text{(III.149)}$$

или

$$\ddot{\zeta}_g + 2\nu_\zeta \dot{\zeta}_g + \omega_\zeta^2 \zeta_g = (\varkappa_\zeta \omega_\zeta^2 - \varkappa''_\zeta q_\zeta \omega^2)\zeta_A \cos \omega t - 2\nu_\zeta \omega \varkappa''_\zeta \zeta_A \sin \omega t, \qquad \text{(III.150)}$$

где помимо приведенных выше обозначений

$$q_\zeta = \lambda_{33}/(M + \lambda_{33}). \qquad \text{(III.151)}$$

Решение уравнения (III.150) имеет вид

$$\zeta_g = \zeta_{g_0} \cos(\omega t - \varepsilon_\zeta). \qquad \text{(III.152)}$$

При этом АЧХ вертикальной качки определяется выражением

$$\frac{\zeta_{g_0}}{\zeta_A} = \sqrt{\frac{(\varkappa_\zeta \omega_\zeta^2 - \varkappa'_\zeta q_\zeta \omega^2)^2 + (\varkappa''_\zeta 2\nu_\zeta \omega)^2}{(\omega_\zeta^2 - \omega^2)^2 + 4\nu_\zeta^2 \omega^2}}, \qquad (III.153)$$

а ФЧХ — выражением

$$\operatorname{tg} \varepsilon_\zeta = \frac{(\varkappa_\zeta \omega_\zeta^2 - \varkappa'_\zeta q_\zeta \omega^2) \cdot 2\nu_\zeta \omega - \varkappa''_\zeta \cdot 2\nu_\zeta \omega (\omega_\zeta^2 - \omega^2)}{(\varkappa_\zeta \omega_\zeta^2 - \varkappa'_\zeta q_\zeta \omega^2)(\omega_\zeta^2 - \omega^2) + \varkappa''_\zeta \cdot 4\nu_\zeta^2 \omega^2}. \qquad (III.154)$$

Формулы для расчета всех величин, определяющих вертикальную качку, имются в предыдущих параграфах.

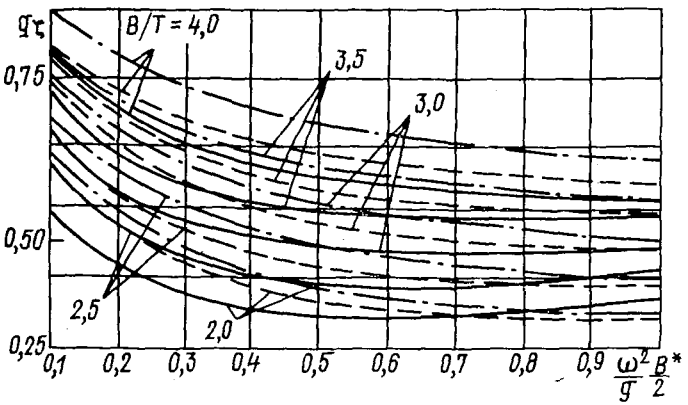


Рис. III.19. Отношение присоединенной массы при вертикальной качке к суммарной. ——— транспортные суда; — — — легкие быстроходные суда; —.— буксирные и промысловые суда.

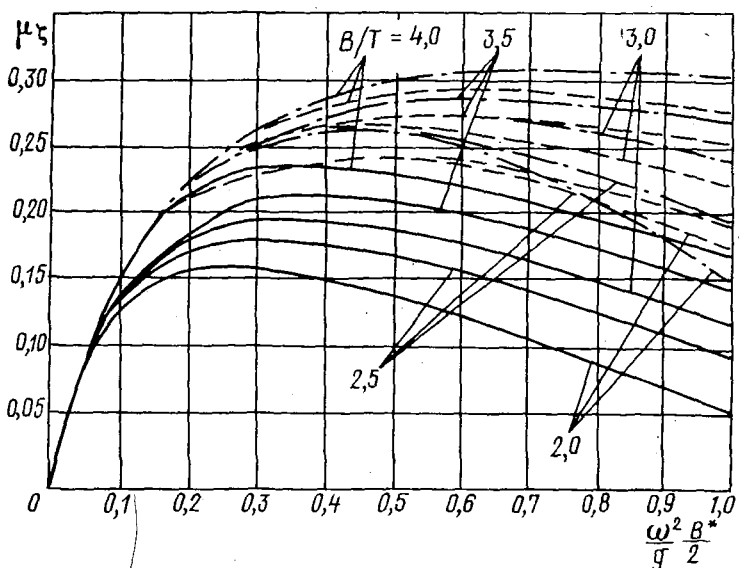


Рис. III.20. Безразмерный коэффициент сопротивления вертикальной качке.
Обозначения те же, что на рис. III.19.

Для уменьшения трудоемкости приближенных расчетов, выполняемых вручную, можно полагать равными редукционные коэффициенты по отношению к различным составляющим возмущающей силы, т. е. принимать $\varkappa'_\zeta = \varkappa''_\zeta = \varkappa_\zeta$, вычисляя последний по (III.92). При определении присоединенных масс и коэффициентов демпфирования можно избежать применения метода плоских сечений, если воспользоваться графиками рис. III.19, III.20. На этих рисунках представлены безразмерные коэффициенты $q_\zeta = \lambda_{33}/(M + \lambda_{33})$ и $\mu_\zeta = \nu_\zeta/n_\zeta$ для судов трех типов: транспортных, легких быстроходных, буксирных и промысловых при различных отношениях B/T. По оси абсцисс отложен безразмерный частотный параметр $(\omega^2/g) \times \times (B^*/2)$, при определении которого величина B^* вычислялась по формуле

$$B^* = \frac{B_5 + B_{10} + B_{15}}{3}, \qquad \text{(III.155)}$$

где B_5, B_{10} и B_{15} — ширина судна по ватерлинии на 5, 10 и 15-м теоретических шпангоутах (при разбивке на 20 шпаций).

§ 22. ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ И КУРСОВОГО УГЛА НА ПОПЕРЕЧНУЮ КАЧКУ СУДНА

В предыдущем параграфе было принято, что при положении судна лагом к волне без хода, гидродинамические составляющие возмущающего момента и члены, учитывающие влияние горизонтальных поперечных колебаний на бортовую качку,

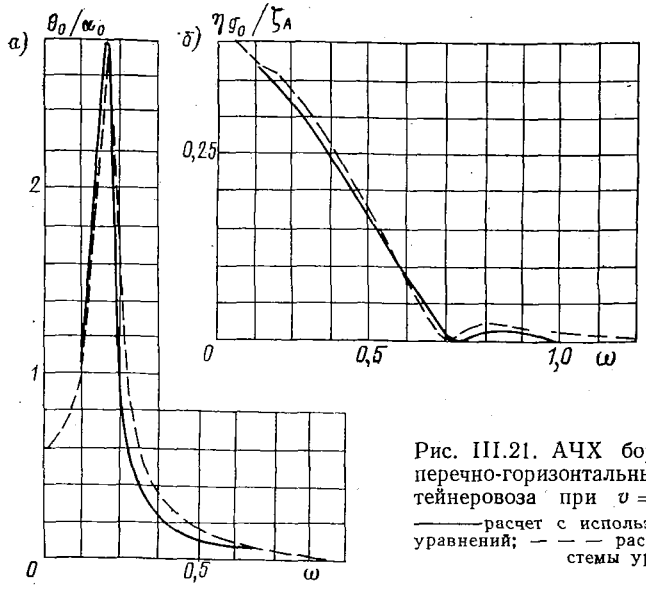


Рис. III.21. АЧХ бортовой качки (*а*) и поперечно-горизонтальных колебаний (*б*) контейнеровоза при $v = 22$ уз и $\beta_в = 150°$.
——— расчет с использованием изолированных уравнений; — — — расчет с использованием системы уравнений.

взаимно компенсируются, что позволило описывать эти два вида колебаний изолированными уравнениями. Такое же положение наблюдается при ходе судна лагом к волне или при положении его под любым курсовым углом к волне без хода, т. е. во всех тех случаях, когда кажущаяся частота $\omega_к$ равна истинной частоте волны ω.

При $\omega_к \neq \omega$ допущение о взаимной компенсации моментов указанных категорий не может быть доказано, однако оно часто используется в практических расчетах, причем для судов традиционных архитектурных форм оно обеспечивает получение достаточно точных результатов на всех курсовых углах, кроме попутных (т. е. при $\beta_в > 30°$). Это подтверждается рис. III.21, на котором приведены АЧХ поперечно-горизонтальных колебаний и бортовой качки, рассчитанные с исполь-

зованием изолированных уравнений и с использованием системы (III.7) для контейнерного судна при $v = 22$ уз и $\beta_в = 150°$.

Учитывая сказанное, рассмотрим особенности изолированных уравнений, описывающих бортовую качку и поперечно-горизонтальные колебания судна, движущегося произвольным курсом к волне. «Укороченное» уравнение бортовой качки в этом случае будет иметь вид

$$(I_{xx} + \lambda_{44})\ddot{\theta} + \mu_{44}\dot{\theta} + Dh_0\theta = \varkappa_\theta Dh_0 \sin\omega_к t \quad (III.156)$$

или

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta\dot{\theta} + \omega_\theta^2\theta = \varkappa_\theta\omega_\theta^2 \sin\omega_к t, \quad (III.157)$$

где $\varkappa_\theta$ — редукционный коэффициент, определяемый выражением (III.84); $\omega_к$ — кажущаяся частота, связанная с истинной частотой волнения формулой (III.4).

Частное решение уравнения (III.157) имеет вид

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega_к t - \varepsilon_\theta^*) = \theta_0 \cos(\omega_к t - \varepsilon_\theta). \quad (III.158)$$

При этом АЧХ бортовой качки по отношению к углу волнового склона определяется выражением

$$\frac{\theta_0}{\alpha_0} = \frac{\varkappa_\theta\omega_\theta^2}{\sqrt{(\omega_\theta^2 - \omega_к^2)^2 + 4\nu_\theta^2\omega_к^2}}, \quad (III.159)$$

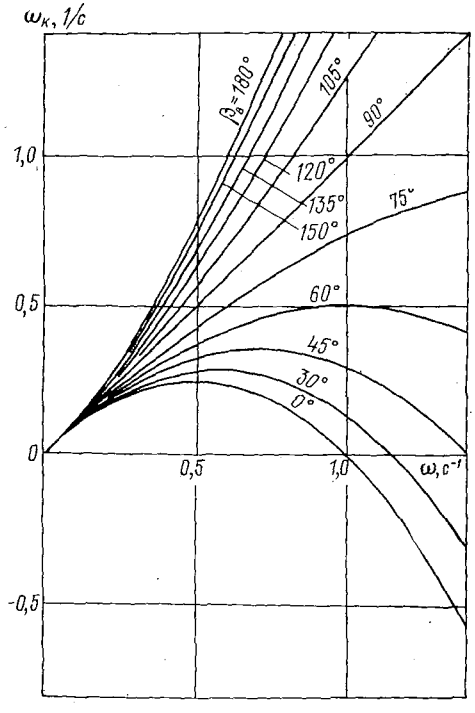


Рис. III.22. Зависимость кажущейся частоты от истинной.

а ФЧХ — выражениями

$$\operatorname{tg}\varepsilon_\theta^* = \frac{2\nu_\theta\omega_к}{\omega_\theta^2 - \omega_к^2}; \quad (III.160)$$

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^* + (\pi/2). \quad (III.161)$$

АЧХ бортовой качки судна по отношению к ординате волны определяется формулой

$$\frac{\theta_0}{\zeta_A} = \frac{\omega^2}{g}\,\frac{\varkappa_\theta\omega_\theta^2}{\sqrt{(\omega_\theta^2 - \omega_к^2)^2 + 4\nu_\theta^2\omega_к^2}}. \quad (III.162)$$

Нелинейность демпфирования необходимо учитывать так же, как при положении судна лагом к волне.

При расчете бортовой качки судна, движущегося произвольным курсом к волне, необходимо иметь в виду следующее. Возмущающие моменты зависят от соотношения между размерами судна и размерами волны, поэтому редукционные коэффициенты определяются истинной частотой ω. Присоединенные массы и коэффициенты демпфирования зависят от частоты колебаний, т. е. при любом из описанных выше способов определения они должны рассматриваться как функции кажущейся частоты.

Зависимость кажущейся частоты от истинной имеет вид, показанный на рис. III.22. Видно, что при набегании волны с носовой четверти ($90° < \beta_в < 270°$ кажущаяся частота больше истинной, при набегании с кормовой четверти ($0° < \beta_в < 90°$ и $270° < \beta_в < 360°$) — меньше.

При определенных комбинациях собственной частоты бортовой качки ω_θ и скорости v могут появиться такие курсовые углы, при которых в широком диапазоне истинных частот ω кажущаяся частота $\omega_к$ близка к ω_θ. Например, при $v = 19$ уз и $\omega_\theta = 0{,}45$ 1/с кажущаяся частота отличается от частоты свободных колебаний не более чем на 0,05 1/с в диапазоне истинных частот $0{,}55 \leqslant \omega \leqslant 1{,}45$ 1/с. При этом АЧХ бортовой качки имеет вид, показанный на рис. III.23.

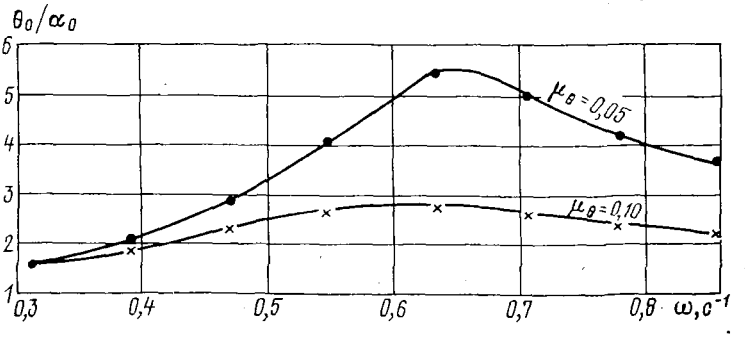


Рис. III.23. АЧХ бортовой качки при движении судна под «резонансным» курсовым углом к волне.

Видно, что хотя пик АЧХ при этом, как правило, оказывается ниже, чем при положении судна лагом к волне (из-за меньшего значения редукционного коэффициента), вся АЧХ оказывается значительно более растянутой в частотной области. На нерегулярном волнении (гл. V второго раздела) бортовая качка оказывается особенно неблагоприятной именно при таких курсовых углах, которые получили название «резонансных».

«Резонансный» курсовой угол определяется из условия

$$\cos \beta_р = g/(4{,}4\omega_\theta v). \qquad (III.163)$$

Если по формуле (III.163) получается $\cos \beta_р \geqslant 1$, это свидетельствует о невозможности попадания судна в «резонанс» в указанном выше смысле при данной комбинации скорости судна и собственной частоты колебаний.

Поперечно-горизонтальные колебания судна, движущегося произвольным курсом к волне при $\varkappa'_\eta = \varkappa''_\eta = \varkappa_\eta$, описываются следующим дифференциальным уравнением:

$$(M + \lambda_{22})\,\ddot{\eta}_g + \mu_{22}\dot{\eta}_g = \zeta_A \varkappa_\eta\,[(M + \omega\omega_к\lambda_{22}) \sin \omega_к t - \omega\mu_{22} \cos \omega_к t] \qquad (III.164)$$

или

$$\ddot{\eta}_g + 2\nu_\eta \dot{\eta}_g = \zeta_A \varkappa_\eta\,[q_\eta \omega^2 \sin \omega_к t - 2\nu_\eta \omega \cos \omega_к t], \qquad (III.165)$$

где

$$2\nu_\eta = \frac{\mu_{22}}{M + \lambda_{22}}; \qquad (III.166)$$

$$q_\eta = \frac{M + (\omega_к/\omega)\,\lambda_{22}}{M + \lambda_{22}}. \qquad (III.167)$$

Частное решение уравнения (III.165) имеет вид

$$\eta = -\eta_{g_0} \sin(\omega_к t - \varepsilon^*_\eta) = \eta_{g_0} \cos(\omega_к t - \varepsilon_\eta). \qquad (III.168)$$

Амплитудно- и фазово-частотные характеристики поперечно-горизонтальных колебаний определяются выражениями

$$\frac{\eta_{g_0}}{\zeta_A} = \varkappa_\eta \frac{\omega}{\omega_\text{к}} \sqrt{\frac{q_\eta^2\omega^2 + 4\nu_\eta^2}{\omega_\text{к}^2 + 4\nu_\eta^2}}; \tag{III.169}$$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} \varepsilon_\eta^* &= -\frac{(q_\eta\omega - \omega_\text{к})\, 2\nu_\eta}{q_\eta\omega\omega_\text{к} + 4\nu_\eta^2}; \\ \varepsilon_\eta &= \varepsilon_\eta^* - \frac{\pi}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{III.170}$$

Из выражения (III.169) видно, что при ходе судна произвольным курсовым углом к волне амплитуда горизонтальных поперечных колебаний пропорциональна отношению истинной частоты к кажущейся. Поэтому при набегании волны с кормовых углов амплитуда возрастает и при режимах движения, для которых $\omega_\text{к} \to 0$, согласно линейной теории стремится к бесконечности. При этом амплитуда скорости $\dot{\eta}_{g_0} = \eta_{g_0}\omega_\text{к}$ остается конечной, а амплитуда ускорений, равная $\ddot{\eta}_{g_0} = \eta_{g_0}\omega_\text{к}^2$, стремится к нулю. Аналогичные результаты могут быть получены и в отношении продольно-горизонтальных колебаний ξ_g.

При $\eta_{g_0} \to \infty$ становится несправедливым основное допущение линейной теории о малости всех видов колебаний по сравнению с длиной волны, а следовательно, и формулы (III.6). Давление набегающей волны в любой точке судна следует в этом случае определять по формуле

$$p^* = -\rho g \zeta_A e^{-kz} \cos\left(k_1\xi_g + k_2\eta_g + k_1 x + k_2 y - \omega_\text{к} t\right), \tag{III.171}$$

в которой учтен переход от скользящей системы координат $O_1\xi\eta\zeta$ к связанной с судном системе $Gxyz$:

$$\xi = \xi_g + x; \quad \eta = \eta_g + y. \tag{III.172}$$

Используя формулу (III.171), можно получить выражения сил P_{Wx} и P_{Wy} и составить уравнение движения судна относительно осей $O_1\xi$ и $O_1\eta$. Однако такой путь неудобен, так как продольные и поперечные колебания получаются при этом взаимосвязанными.

Из рис. III.1 видно, что

$$k_1\xi_g + k_2\eta_g = k\xi_g^0, \tag{III.173}$$

где ξ_g^0 — проекция колебаний центра тяжести судна на направление бега волн (ось ξ^0). Поэтому в случае малых кажущихся частот удобнее рассматривать поступательные колебания судна именно в этом направлении. В [57] было получено следующее нелинейное уравнение колебаний судна в направлении ξ^0:

$$\begin{aligned} (M + \lambda_{\xi^0})\, \ddot{\xi}_g^0 + \mu_{\xi^0}\dot{\xi}_g^0 = -\zeta_A\varkappa \left[\left(M\omega^2 + \lambda_{\xi^0}\omega\omega_\text{к}\right)\right] \sin\left(k\xi_g^0 - \omega_\text{к} t\right) + \\ + \omega\mu_{\xi^0} \cos\left(k\xi_g^0 - \omega_\text{к} t\right)\Big], \end{aligned} \tag{III.174}$$

где λ_{ξ^0} и μ_{ξ^0} — соответственно присоединенная масса и коэффициент демпфирования при колебаниях судна в направлении ξ^0; $\varkappa$ — редукционный коэффициент, определяющийся формулой (III.87).

Уравнение (III.174) может быть приведено к виду

$$\ddot{\xi}_g^0 + 2\nu_{\xi^0}\dot{\xi}_g^0 = -\zeta_A\varkappa \left[q_{\xi^0}\omega^2 \sin\left(k\xi_g^0 - \omega_\text{к} t\right) + 2\nu_{\xi^0}\omega \cos\left(k\xi_g^0 - \omega_\text{к} t\right)\right., \tag{III.175}$$

где

$$\left.\begin{aligned} 2\nu_{\xi^0} &= \frac{\mu_{\xi^0}}{M + \lambda_{\xi^0}}; \\ q_{\xi^0} &= \frac{M + \dfrac{\omega_\text{к}}{\omega}\lambda_{\xi^0}}{M + \lambda_{\xi^0}}. \end{aligned}\right\} \tag{III.176}$$

Моделирование уравнения (III.174) на аналоговой ЭВМ показало, что характер движения зависит от величины A, определяющейся выражением

$$A = \left| \frac{\omega_{\text{к}} g \sqrt{\omega_{\text{к}}^2 + 4\nu_{\xi^0}^2}}{\zeta_A \varkappa \omega^3 \sqrt{q_{\xi^0}^2 \omega^2 + 4\nu_{\xi^0}^2}} \right|. \qquad \text{(III.177)}$$

Характерные образцы моделирования показаны на рис. III.24. Видно, что при $A > 4{,}0$ судно совершает гармонические колебания, т. е. нелинейность уравнения (III.175) практически не проявляется. Решение, полученное при $1{,}0 < A \leqslant 4{,}0$ свидетельствует о том, что судно получает дополнительную поступательную

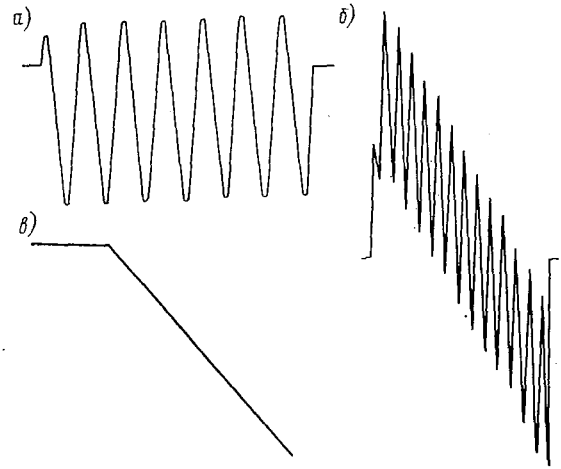


Рис. III.24. Характерные образцы моделирования нелинейного уравнения поступательных горизонтальных колебаний: *а* — $A > 4{,}0$; *б* — $1{,}0 < A \leqslant 4{,}0$; *в* — $A \leqslant 1{,}0$.

скорость v_1, на которую накладываются гармонические колебания. При этом частота колебаний становится несколько меньше величины $\omega_{\text{к}}$, соответствующей решению линейного уравнения, а амплитуда сохраняется неизменной. При $A \leqslant 1$ гармоническая составляющая в решении нелинейного уравнения исчезает, а дополнительная скорость поступательного движения v_1 становится равной

$$v_1 = \omega_{\text{к}}/k = c - v \cos \beta_{\text{в}}. \qquad \text{(III.178)}$$

Вследствие этого судно начинает двигаться в направлении оси ξ^0 не с присущей ему скоростью $v \cos \beta_{\text{в}}$, а со скоростью распространения волн c, т. е. происходит явление, известное под названием «захват судна волной». В связи с этим условие $A \leqslant 1$ названо «критерием захвата».

Поскольку переходная область, показанная на рис. III.24, очень узка, ее можно не учитывать, полагая что при $A > 1$ поперечно-горизонтальные колебания описываются линейным дифференциальным уравнением (III.164). Режимы, соответствующие $A \leqslant 1$, из расчета колебаний судна должны исключаться.

Переход колебательного движения в «захват» появляется не вследствие упрощения дифференциального уравнения, а является физической особенностью колебаний судна в горизонтальной плоскости, связанной с отсутствием восстанавливающей силы. Поэтому в тех случаях, когда поперечно-горизонтальные колебания, бортовая качка и рыскание описываются системой дифференциальных уравнений, также необходимо производить проверку по «критерию захвата» и исключать из рассмотрения амплитуды поперечно-горизонтальных колебаний, соответствующие условию $A \leqslant 1$.

При расчете поперечно-горизонтальных колебаний величины λ_{22} и μ_{22} определяются по методу плоских сечений. Для приближенных расчетов можно воспользоваться графиками на рис. III.25, III.26, на которых

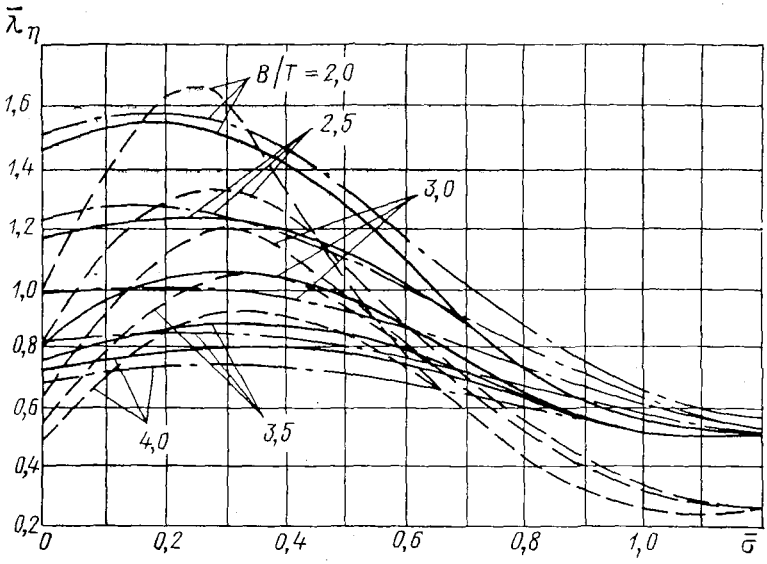


Рис. III.25. Присоединенная масса при поперечно-горизонтальных колебаниях.

——— транспортные суда: — — — легкие быстроходные суда; —.— буксирные и промысловые суда.

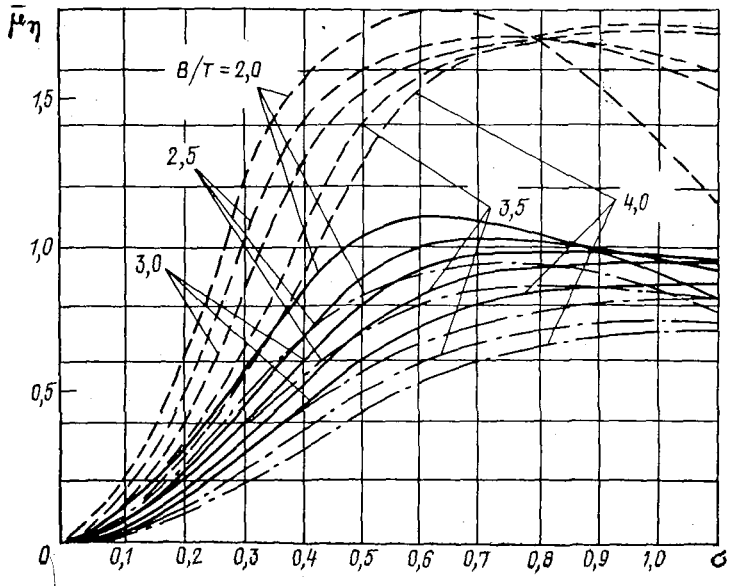


Рис. III.26. Коэффициент демпфирования при поперечно-горизонтальных колебаниях

——— транспортные суда; — — — легкие быстроходные суда; —.— буксирные и промысловые суда.

и коэффициенты демпфирования для судов трех типов при различных отношениях B/T представлены в виде зависимостей

$$\bar{\lambda}_\eta = f(\bar{\sigma}) \text{ и } \bar{\mu}_\eta = f(\bar{\sigma}),$$

где $\bar{\lambda}_\eta = \frac{\lambda_{22}}{M}$; $\bar{\mu}_\eta = \frac{\mu_{22}}{\rho\,|\,\omega_к\,|\,T^2L}$; $\bar{\sigma} = \frac{\omega_к^2 \alpha B}{2g}$ (α — коэффициент полноты площади ватерлинии).

Присоединенные массы и коэффициенты демпфирования при колебаниях судна в направлении оси ξ^0, составляющей некоторый угол с диаметральной плоскостью судна, в настоящее время изучены недостаточно. Для приближенных расчетов можно принимать

$$\left.\begin{aligned} \lambda_{\xi^0} &= \sqrt{\lambda_{22}^2 \sin^2 \beta_в + \lambda_{11}^2 \cos^2 \beta_в}; \\ \mu_{\xi^0} &= \sqrt{\mu_{22}^2 \sin^2 \beta_в + \mu_{11}^2 \cos^2 \beta_в}, \end{aligned}\right\} \qquad (III.179)$$

где λ_{11} и μ_{11} — присоединенная масса и коэффициент сопротивления при продольно-горизонтальных колебаниях соответственно.

Величины λ_{11} и μ_{11}, согласно [96], могут быть вычислены по формулам

$$\lambda_{11} = \left(\frac{B}{L}\right)^2 \left(\ln \frac{2}{B/L} - 1\right)\left(1 + \left(\frac{B}{L}\right)^2 \ln \frac{2}{B/L}\right) M; \qquad (III.180)$$

$$\mu_{11} = \left(K_к^3/4\rho\right) \lambda_{11}^2 \omega_к, \qquad (III.181)$$

где $K_к = \omega_к^2/g$ — частота формы, вычисленная по кажущейся частоте волны

При курсовых углах, близких к попутным, описание бортовой качки «укороченным» уравнением может дать значительную погрешность. При этом для быстроходных судов с большой площадью кормовых рулей использование системы (III.7) не улучшает сходимости расчета с экспериментом. Для подтверждения сказанного на рис. III.27 приведены результаты расчета бортовой качки контейнеровоза при $v = 22$ уз и $\beta_в = 30°$. Там же нанесены экспериментальные точки, заимствованные из [59]. Указанное расхождение объясняется тем обстоятельством что система (III.7) учитывает лишь волновую («короткопериодную») составляющую рыскания. Кроме того судно, вследствие неустойчивости на курсе, совершает так называемое «длиннопериодное» рыскание, сопровождающееся перекладкой кормовых рулей для удержания судна на заданном курсе. При большой площади рулей и удалении их от продольной оси, проходящей через центр тяжести судна могут возникать значительные поперечные силы и моменты, влияющие на качку судна. Поэтому система дифференциальных уравнений, описывающих горизонтальные поперечные колебания, бортовую качку и рыскание, должна быть дополнена членами, учитывающими силы и моменты, создаваемые кормовым рулем, а также уравнением, описывающим его перекладку. Последнее может быть составлено достаточно точно лишь при управлении рулем от авторулевого, тогда как управление судна рулевым-человеком вносит в уравнение элемент неопределенности. Согласно [140] рыскание и работа кормового руля оказывают существенное влияние на бортовую качку лишь при низких кажущихся частотах, определяющихся условием

$$L\omega_к/v \leqslant 3{,}5. \qquad (III.182)$$

Обычно авторулевой вырабатывает управляющий сигнал ψ_a, представляющий собой линейную комбинацию членов, пропорциональных углу χ и угловой скорости $\dot{\chi}$ рыскания, т. е.

$$\psi_a = k_0\chi + k_1\dot{\chi}, \qquad (III.183)$$

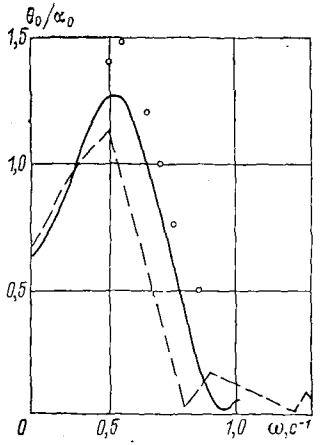
где k_0 и k_1 — константы.

Однако в [140] отмечается, что такое управление кормовым рулем приводит к заметному возрастанию бортовой качки. Для уменьшения последней в сигнал

авторулевого целесообразно вводить члены, пропорциональные θ и $\dot{\theta}$, с соответствующим подбором коэффициентов при этих параметрах.

Авторулевые, используемые при проведении модельных испытаний, как правило, отличаются от натурных. В частности, в них иногда используются сигналы, пропорциональные η_g и $\dot{\eta}_g$. Поэтому для сопоставления с модельным экспериментом в расчетный закон управления рулем необходимо включать и эти составляющие.

Поскольку привод кормового руля имеет определенные ограничения по скорости перекладки, а также зону нечувствительности, зависимость скорости перекладки руля $d\delta/dt$ от управляющего сигнала ψ имеет вид, показанный на рис. III.28.



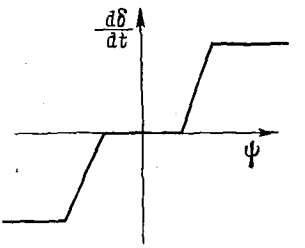


Рис. III.27. АЧХ бортовой качки контейнеровоза при $v = 22$ уз и $\beta_в = 30°$.
——— расчет по изолированному уравнению; — — — расчет по системе уравнений; O — эксперимент.

Рис. III.28. Зависимость угла перекладки кормового руля от управляющего сигнала.

Качка судна с учетом работы кормового руля и авторулевого описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&A_{22}\ddot{\eta}_g + B_{22}\dot{\eta}_g + A_{24}\ddot{\theta} + B_{24}\dot{\theta} + A_{26}\ddot{\chi} + B_{26}\dot{\chi} - C_y^{\delta}\delta\,(\rho v^2/2)\,S_p = Y;\\
&A_{44}\ddot{\theta} + B_{44}\dot{\theta} + C_{44}\theta + A_{42}\ddot{\eta}_g + B_{42}\dot{\eta}_g + A_{46}\ddot{\chi} + B_{46}\dot{\chi} + C_y^{\delta}\delta\,(\rho v^2/2)\,l_p S_p = M_x;\\
&A_{66}\ddot{\chi} + B_{66}\dot{\chi} + A_{62}\ddot{\eta}_g + B_{62}\dot{\eta}_g + A_{64}\ddot{\theta} + B_{64}\dot{\theta} - C_y^{\delta}\delta\,(\rho v^2/2)\,x_p S_p = M_z;\\
&\frac{d\delta}{dt} = f(\psi_a);\\
&\psi_a = k_0\chi + k_1\dot{\chi} + k_2\eta_g + k_3\dot{\eta}_g + k_4\theta + k_5\dot{\theta}.
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.184)}$$

Здесь помимо приведенных выше обозначений: δ — угол перекладки кормовых рулей; C_y^{δ} — производная подъемной силы, создаваемой рулем, по углу его перекладки; S_p — суммарная площадь рулей; l_p — расстояние от центра давления руля до центральной продольной оси; x_p — то же до центральной поперечной оси; ψ — управляющий сигнал; f — функция, имеющая вид, показанный на рис. III.28.

Система (III.184) существенно нелинейна, и решение ее требует применения цифровых или аналоговых ЭВМ.

Как указывалось в § 13, вертикальную качку при наличии хода нельзя считать не зависящей от килевой, поэтому эти два вида качки будут рассмотрены совместно в следующей главе.

§ 23. ОСОБЕННОСТИ КАЧКИ ПЛАВУЧИХ БУРОВЫХ УСТАНОВОК

Освоение континентального шельфа привело к созданию нового типа инженерных сооружений — плавучих буровых установок. Различают установки самоподъемного (СПБУ) и полупогруженного (ППБУ) типов (рис. III.29, III.30).

СПБУ представляет собой понтон, снабженный тремя-четырьмя опорными колоннами, на нижних концах которых расположены балластные цистерны. Колонны имеют возможность перемещаться относительно понтона. В режимах бурения колонны опираются на грунт, понтон поднимается над поверхностью воды, и СПБУ превращается в стационарную установку. Качку СПБУ необходимо рассматривать в режимах транспортировки и постановки на точку бурения, когда опорные колонны могут занимать различные положения относительно понтона. СПБУ, как правило, используются при глубинах акватории до 100 м.

Наиболее эффективным средством для проведения разведочного бурения на глубинах от 100 до 300 м считаются полупогружные плавучие буровые установки. Основное технологическое оборудование ППБУ размещается на надводной плат-

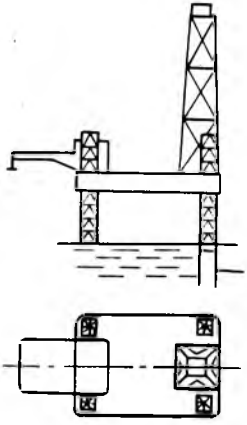


Рис. III.29. Схема СПБУ.

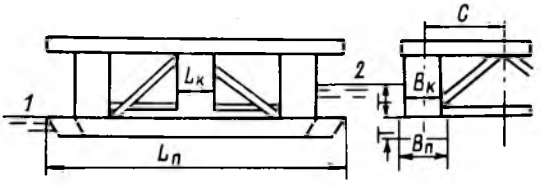


Рис. III.30. ППБУ типа «Акер».

1 — ВЛ при переходе; *2* — ВЛ при бурении.

форме, соединенной с подводными объемами посредством ряда стабилизирующих колонн. Для обеспечения жесткости сооружения используются цилиндрические соединительные раскосы. ППБУ довольно разнообразны по архитектуре, отличаются числом колонн, взаимным расположением колонн и подводных объемов, формой последних. На рис. III.30 показана ППБУ типа «Акер», у которой подводные объемы представляют собой понтоны с прямоугольным поперечным сечением. ППБУ типа «Седко» имеет в плане форму равностороннего треугольника, в вершинах которого расположены три водонепроницаемые стабилизирующие колонны, соединенные в верхней части с надводной платформой, а в нижней — с понтонами, имеющими форму круговых цилиндров большого диаметра. В режиме транспортировки стабилизирующие колонны и раскосы находятся выше уровня воды и не оказывают влияния на качку ППБУ. В рабочем режиме ППБУ удерживается над точкой бурения с помощью якорной системы, упругость которой в принципе влияет на качку ППБУ. Этот вопрос исследовался А. Б. Молодожниковым [1]. Однако им было показано, что это влияние сказывается только в области очень низких частот и практически не влияет на качку ППБУ в эксплуатационных условиях. На основании изложенного в данном параграфе будет рассмотрена только качка СПБУ при постановке на точку бурения и качка ППБУ типа «Акер» в режиме бурения без учета якорной системы удержания.

Характерной особенностью плавучих буровых установок (ПБУ) являются близкие значения длины и ширины сооружения, что приводит к малому отличию в параметрах качки в продольной и поперечной плоскостях. Поэтому изложен-

[1] А. Б. Молодожников. Исследование и методика расчета качки заякоренных плавучих полупогружных буровых установок на нерегулярном волнении. Дис. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. Ленинград, 1983.

ный ниже метод расчета бортовой качки и поперечно-горизонтальных колебаний можно распространить на килевую качку и продольно-горизонтальные колебания.

Существенное отличие формы подводной части ПБУ от судов традиционной архитектуры исключает возможность использования гипотезы о взаимной компенсации гидродинамической составляющей возмущающего момента и членов, учитывающих влияние поперечно-горизонтальных колебаний на бортовую качку. Поэтому эти два вида качки необходимо описывать системой уравнений (III.134), а вертикальную качку — уравнением (III.149). В необходимых случаях должна учитываться нелинейность демпфирования бортовой качки. Методы расчета статического момента демпфирования μ_{24} в настоящее время разработаны недостаточно, а доля его в суммарных гидродинамических силах и моментах незначительна. Поэтому при выполнении расчетов качки ПБУ этими членами обычно пренебрегают. С учетом сказанного, качка ПБУ, расположенной лагом к волне, описывается уравнениями

$$(M+\lambda_{22})\ddot{\eta}_g+\mu_{22}\dot{\eta}_g+\lambda_{24}\ddot{\theta}=\zeta_A\omega^2\left(\varkappa_\eta^{гл}M+\varkappa_\eta^{ин}\lambda_{22}\right)\sin\omega t; \quad (III.185)$$

$$(I_{xx}+\lambda_{44})\ddot{\theta}+\mu_{44}(\dot{\theta}_0)\dot{\theta}+Dh_0\theta=\zeta_A\omega^2\left(\varkappa_\theta^{гл}(Dh_0/g)+\varkappa_\theta^{ин}\lambda_{24}\right)\sin\omega t; \quad (III.186)$$

$$(M+\lambda_{33})\ddot{\zeta}_g+\mu_{33}\dot{\zeta}_g+\gamma S_{ВЛ}\zeta_g=\zeta_A\left(\gamma S_{ВЛ}\varkappa_\zeta^{гл}-\omega^2\lambda_{33}\varkappa_\zeta^{ин}\right)\cos\omega t. \quad (III.187)$$

Уравнения (III.185)—(III.187) могут использоваться для расчета качки как самоподъемных, так и полупогружных установок при условии, что их особенности будут учтены в коэффициентах уравнений. Ниже даются некоторые рекомендации по определению коэффициентов.

Самоподъемные ПБУ. Обширные экспериментальные и теоретические исследования качки СПБУ проводились А. Н. Куликовой. Ею были выполнены испытания шести вариантов модели СПБУ, имеющей длину понтона $L_п = 57{,}6$ м, ширину $B_п = 47{,}4$ м, осадку $T_п = 5{,}25$ м и водоизмещение около 12000 т. Варианты отличались различным заглублением опорных колонн и наличием (или отсутствием) воды в балластных цистернах. Показано, что момент инерции массы СПБУ относительно центральной продольной оси должен вычисляться по формуле

$$I_{xx}=I_{xx}^0+I_{x_ц}-Md^2, \quad (III.188)$$

где I_{xx}^0 — момент инерции массы СПБУ без воды в балластных цистернах относительно оси, проходящей через центр тяжести установки; $I_{x_ц}$ — дополнительный момент инерции массы воды в цистернах относительно той же оси; M — суммарная масса установки и жидкости в балластных цистернах; d — смещение центра тяжести установки при заполнении цистерн водой.

Влияние положения опорных колонн на присоединенный момент инерции λ_{44} характеризуется данными, приведенными в табл. III.3.

Таблица III.3. **Влияние положения опорных колонн на присоединенный момент инерции λ_{44}**

Характеристика варианта	Варианты модели СПБУ					
	1	2	3	4	5	6
Наличие воды в балластных цистернах	Нет	Нет	Есть	Есть	Есть	Есть
Отношение заглубления опорных колонн от ВЛ к ширине судна H/B	0,15	0,25	0,25	0,63	1,27	1,90
Отношение λ_{44}/I_{xx}^0	0,14	0,10	Данные отсутствуют	0,37	1,61	1,96

Видно, что при большом заглублении опорных колонн присоединенный момент инерции может вдвое превосходить собственный.

На рис. III.31 показаны удвоенные безразмерные коэффициенты сопротивления $2\mu_\theta$ бортовой качки для тех же шести вариантов. Зависимость μ_θ от заглубления колонн не является монотонной. При увеличении заглубления с 12 м (варианты 2—3) до 40 м (вариант 4) величина $2\mu_\theta$ уменьшается. Объяснением этого, на первый взгляд парадоксального, явления служит то, что коэффициенты μ_{44} и $2\mu_\theta$ связаны известным соотношением

$$2\mu_\theta = \frac{\mu_{44}}{\sqrt{(I_{xx} + \lambda_{44})\, Dh_0}}. \qquad \text{(III.189)}$$

С увеличением заглубления колонн растут как числитель, так и знаменатель выражения (III.189), причем при определенных величинах заглубления последний может расти быстрее. С учетом сказанного, в качестве расчетного режима следует выбирать такой, при котором демпфирование бортовой качки минимально. Энергостатистическая линеаризация коэффициента μ_θ должна производиться так же, как это делается для судов традиционной архитектуры.

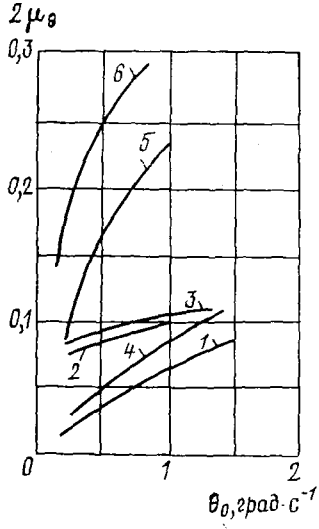


Рис. III.31. Коэффициент сопротивления бортовой качке СПБУ.

Величину λ_{22} можно рассматривать как сумму присоединенных масс понтона $\lambda_{22}^{п}$ и опорных колонн $\lambda_{22}^{к}$. При определении последней составляющей пренебрежем взаимным влиянием колонн, а также тем обстоятельством, что они представляют собой ферменные конструкции, и будем рассматривать их как прямоугольные параллелепипеды, имеющие площадь поперечного сечения $s_к = a_к^2$ и высоту H. В этом случае можно написать [1]

$$\left.\begin{aligned} \lambda_{22} &= \lambda_{22}^{п} + \lambda_{22}^{к}; \\ \lambda_{22}^{п} &\approx 1{,}5\rho\pi n_п L_п (T_п/2)^2; \\ \lambda_{22}^{к} &\approx 1{,}5\rho\pi n_к a_к (H/2)^2, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.190)}$$

где $n_п$ — количество понтонов (для СПБУ со сплошной платформой $n_п = 1$); $L_п$ — длина понтона; $T_п$ — его осадка; $n_к$ — число опорных колонн; $a_к$ — сторона сечения опорной колонны; H — ее заглубление.

Присоединенный статический момент относительно продольной оси, проходящей через центр тяжести установки, равен

$$\lambda_{24} = \lambda_{22}^{п}\left(\frac{T_п}{2} - z_p\right) + \lambda_{22}^{к}\left(\frac{H}{2} - z_p\right), \qquad \text{(III.191)}$$

где z_p — погружение центра тяжести СПБУ под плоскостью ватерлинии при рассматриваемом положении опорных колонн.

Присоединенная масса при вертикальных колебаниях λ_{33} практически не зависит от положения колонн и определяется только размерами понтона. Приближенно при малых частотах колебаний можно принимать

$$\lambda_{33} \approx 1{,}5\rho\pi L_п (B_п/2)^2. \qquad \text{(III.192)}$$

Удвоенный безразмерный коэффициент сопротивления вертикальной качке по данным японских исследователей, может считаться не зависящим от частоты колебаний и равным $\mu_\zeta = 0{,}06$. Тогда

$$\mu_{33} = 0{,}06\sqrt{(M + \lambda_{33})\,\gamma S_{ВЛ}}. \qquad \text{(III.193)}$$

[1] Многокорпусные суда. Под ред. В. А. Дубровского, Л., Судостроение, 1978.

Опорные колонны СПБУ слабо влияют на возмущающие силы и моменты, которые могут определяться только для платформы, рассматриваемой как прямоугольный параллелепипед со сторонами $L_п$, $B_п$ и $T_п$. В этом случае интегралы, входящие в выражения (III.80)—(III.82) вычисляются в конечном виде. Выполняя необходимые расчеты и принимая $\varkappa_\theta^{ин} = \varkappa_\eta^{ин} = \varkappa_\eta^{гл}$, $\varkappa_\zeta^{ин} = \varkappa_\zeta^{гл}$, получаем

$$\varkappa_\theta^{ин} = \varkappa_\eta^{ин} = \varkappa_\eta^{гл} = \frac{2\sin(kB_п/2)}{kB_п}; \qquad (III.194)$$

$$\varkappa_\zeta^{гл} = \varkappa_\zeta^{ин} = \frac{2\sin(kB_п/2)}{kB_п}(1 - kT_п); \qquad (III.195)$$

$$\varkappa_\theta^{гл} = \frac{\frac{(1-kT_п)}{k^2}\left(2\sin\frac{kB_п}{2} - kB_п\cos\frac{kB_п}{2}\right) + T_п(T_п - z_g)\sin\frac{kB_п}{2}}{kB_п T_п h_0}, \qquad (III.196)$$

где $k = \omega^2/g$ — частота формы волны.

Полупогружные ПБУ. При определении гидродинамических коэффициентов и возмущающих сил, действующих на ПБУ, корпус ее разбивается на элементы простейшей геометрической формы — прямоугольные параллелепипеды, круговые и эллиптические цилиндры, гидродинамическое взаимодействие между которыми не учитывается. Формулы и графики этих величин можно найти в указанных выше диссертации А. Б. Молодожникова и монографии под редакцией В. А. Дубровского. При выполнении приближенных расчетов можно использовать уравнения (III.185)—(III.187), руководствуясь для определения входящих в него величин следующими рекомендациями. При определении сил всех категорий раскосами можно пренебречь, а понтоны и стабилизирующие колонны считать прямоугольными параллелепипедами. Если они имеют цилиндрическую форму, то размеры $B_п$, $T_п$, $B_к$, $L_к$ должны быть выбраны из условия равенства площадей соответствующих прямоугольника и круга. В этом случае присоединенная масса λ_{22} может быть вычислена по формулам (III.190), в которых под величиной H следует понимать осадку стабилизирующей колонны $T_к$ (см. рис. III.30).

Величины λ_{24}, λ_{33} и λ_{44} определяются выражениями

$$\lambda_{24} = \lambda_{22}^п\left(T_к + \frac{T_п}{2} - z_p\right) + \lambda_{22}^к\left(\frac{T_к}{2} - z_p\right); \qquad (III.197)$$

$$\left.\begin{aligned} \lambda_{33} = \lambda_{33}^п + \lambda_{33}^к;\ \ \lambda_{33}^п = 1{,}5\rho\pi n_п L_п (B_п/2)^2; \\ \lambda_{33}^к = 1{,}5\rho\pi n_к L_к (B_к/2)^2; \end{aligned}\right\} \qquad (III.198)$$

$$\lambda_{44} = 0{,}85\lambda_{33}c^2, \qquad (III.199)$$

где c — половина поперечного клиренса ППБУ.

Демпфирование оказывает слабое влияние на качку ППБУ в режиме бурения. Поэтому для расчета его можно пользоваться грубыми эмпирическими формулами. Рекомендуется принимать $\mu_{22} = 0$, для определения величины μ_{33} использовать формулу (III.193), а величину μ_{44} рассчитывать по формуле

$$\mu_{44} = 0{,}21\sqrt{(I_{xx} + \lambda_{44})Dh_0}. \qquad (III.200)$$

Для редукционных коэффициентов к главной и инерционной составляющим возмущающих сил и моментов в сборнике «Многокорпусные суда» рекомендуются следующие формулы:

$$\varkappa_\eta^{гл} = \frac{\left[V_п e^{-kz_w} + S_{ВЛ}\frac{1 - e^{-kT_к}}{k}\right]\cos kc}{V}; \qquad (III.201)$$

$$\varkappa_\eta^{ин} = \frac{\left[\lambda_{22}^п e^{-kz_w} + \lambda_{22}^к\left(1 - e^{-kT_к}\right)\right]\cos kc}{\lambda_{22}^п + \lambda_{22}^к}; \qquad (III.202)$$

$$\varkappa_\zeta^{\text{гл}} = \frac{2\sum_i \left(s^{\text{к}} \cos kx_i e^{-kT_{\text{к}}}\right) - 2L_{\text{п}}B_{\text{п}}T_{\text{п}}ke^{-kz_w}\left(\sin\frac{kL_{\text{п}}}{2}\Big/\frac{kL_{\text{п}}}{2}\right)}{S_{\text{ВЛ}}}; \qquad \text{(III.203)}$$

$$\varkappa_\zeta^{\text{ин}} = \left[\lambda_{33}^{\text{п}}\frac{\sin(kL_{\text{п}}/2)}{kL_{\text{п}}/2} + \lambda_{33}^{\text{к}}\frac{\sin(kL_{\text{к}}/2)}{kL_{\text{к}}/2}\right]\frac{e^{-kz_w}}{\lambda_{33}^{\text{п}} + \lambda_{33}^{\text{к}}}; \qquad \text{(III.204)}$$

$$\varkappa_\theta^{\text{гл}} = \frac{S_{\text{ВЛ}}c^2}{Vh_0}\left\{\frac{\sin kc}{kc}\left(e^{-kT_{\text{к}}} - e^{-kz_w}\frac{2kL_{\text{п}}B_{\text{п}}T_{\text{п}}}{S_{\text{ВЛ}}}\right) - \right.$$

$$\left. - T_{\text{к}}[T_{\text{к}} + (T_{\text{п}}/2) - z_p]\cos kc\left(e^{-kz_w}\frac{2L_{\text{п}}B_{\text{п}}T_{\text{п}}}{S_{\text{ВЛ}}T_{\text{к}}} + e^{-kT_{\text{к}}/2}\frac{(T_{\text{к}}/2) - z_p}{T_{\text{к}} + (T_{\text{п}}/2) - z_p}\right)\right\}; \qquad \text{(III.205)}$$

$$\varkappa_\theta^{\text{ин}} = \frac{e^{-kz_w}\sin kc}{0{,}85kc}. \qquad \text{(III.206)}$$

Здесь $V_{\text{п}}$ — суммарный объем понтонов; z_w — погружение центра величины понтонов под плоскостью ватерлинии; $s^{\text{к}}$ — площадь поперечного сечения колонны; x_i — абсцисса центра i-й колонны; V — объемное водоизмещение всей ПБУ.

ПРИМЕР РАСЧЕТА АМПЛИТУДНО- И ФАЗОВО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОПЕРЕЧНОЙ КАЧКИ СУДНА, РАСПОЛОЖЕННОГО ЛАГОМ К ВОЛНЕ. Тип судна — легкое быстроходное. Элементы судна.

$$L = 132 \text{ м},\ B = 14{,}0 \text{ м},\ T = 4{,}8 \text{ м},\ \delta = 0{,}500,\ \alpha = 0{,}715,$$

$$z_c = 2{,}80 \text{ м},\ r = 3{,}65 \text{ м},\ z_g = 5{,}35 \text{ м},\ h_\theta = 1{,}10 \text{ м},$$

$$S_{\text{кил}} = 40 \text{ м}^2,\ B^* = 11{,}9 \text{ м},\ \tau_\theta = 10{,}5 \text{ с},\ \tau_\zeta = 5{,}25 \text{ с}.$$

Зависимость безразмерного линеаризированного коэффициента демпфирования от амплитуды бортовой качки задана рис. III.32.

Требуется рассчитать амплитудно- и фазово-частотные характеристики горизонтальных поперечных колебаний, вертикальной качки и бортовой качки при амплитудах угла волнового склона $\alpha_0 = 4{,}5°$ и $\alpha_0 = 9{,}0°$.

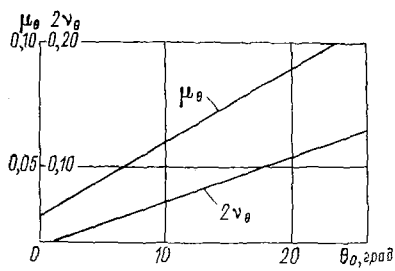


Рис. III.32. К примеру практического расчета. Зависимости $\mu_\theta = f(\theta_0)$ и $2\nu_\theta = f(\theta_0)$.

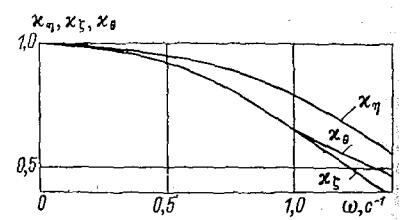


Рис. III.33. К примеру практического расчета. Зависимость редукционных коэффициентов от частоты.

Расчет редукционных коэффициентов. Вычисляем вспомогательные величины: $z_p = T - z_g = -0{,}55$ м; $z_w = T - z_c = 2{,}00$ м, $r/T = 0{,}76$; $B/T = 2{,}92$; $\sqrt{\alpha} = 0{,}845$; $\chi = \delta/\alpha = 0{,}70$; $2\pi g/T = 12{,}85$ с$^{-2}$; $\frac{\alpha^2}{11{,}4\delta}\left(\frac{B}{T}\right)^2 = \frac{0{,}715^2}{11{,}4\cdot 0{,}5} \times 2{,}92^2 \approx 0{,}765$; $\frac{\alpha}{11{,}4}\left(\frac{B}{T}\right)^2 = \frac{0{,}715}{11{,}4}\cdot 2{,}92^2 \approx 0{,}536$.

Дальнейший расчет производим в табл. III.4.

Таблица III.4. **Расчет редукционных коэффициентов**

№ п/п	Наименование величин	T/λ									
		0,015	0,030	0,045	0,060	0,075	0,090	0,105	0,120	0,135	0,150
1	$B/\lambda = (T/\lambda)\,(B/T)$	0,044	0,088	0,132	0,175	0,219	0,263	0,306	0,350	0,399	0,438
2	$(B/\lambda)^2 = (1)^2$	0,002	0,008	0,017	0,031	0,048	0,069	0,094	0,122	0,156	0,192
3	$(B/\lambda)^2 \sqrt{\alpha} = 0{,}845\cdot(2)$	0,002	0,007	0,014	0,026	0,041	0,058	0,079	0,103	0,132	0,163
4	$\varkappa_B = 1 - (3)$	0,998	0,993	0,986	0,974	0,959	0,942	0,921	0,897	0,868	0,837
5	$\varkappa_T$ (с рис. III.14)	0,950	0,900	0,850	0,805	0,760	0,725	0,695	0,655	0,625	0,600
6	$\varkappa_r = (4)\cdot(5)$	0,948	0,893	0,838	0,783	0,729	0,683	0,640	0,587	0,541	0,502
7	$\varkappa_r r = 3{,}65\cdot(6)$	3,450	3,260	3,060	2,860	2,660	2,490	2,340	2,140	1,980	1,830
8	f_1 (с рис. III.14)	0,960	0,935	0,900	0,875	0,840	0,815	0,785	0,760	0,735	0,710
9	f_2 (с рис. III.14)	0	0,010	0,020	0,035	0,055	0,075	0,100	0,128	0,157	0,188
10	$(r/T)\,f_2 = 0{,}76\cdot(9)$	0	0,008	0,015	0,027	0,042	0,057	0,076	0,097	0,120	0,143
11	$\varkappa_{zp} = (8)-(10)$	0,960	0,927	0,885	0,848	0,798	0,758	0,709	0,663	0,615	0,567
12	$\varkappa_{zp} z_p = -0{,}55\cdot(11)$	−0,528	−0,550	−0,487	−0,466	−0,439	−0,417	−0,390	−0,365	−0,338	−0,312
13	f_3 (с рис. III.14)	0,950	0,900	0,860	0,815	0,780	0,740	0,710	0,670	0,640	0,610
14	f_4 (с рис. III.14)	0	0,010	0,019	0,030	0,045	0,063	0,080	0,102	0,125	0,148
15	$(r/T)\,f_4 = 0{,}76\cdot(14)$	0	0,008	0,014	0,023	0,034	0,048	0,062	0,078	0,095	0,113

Продолжение табл. III.4

№ п/п	Наименование величин	T/λ									
		0,015	0,030	0,045	0,060	0,075	0,090	0,105	0,120	0,135	0,150
16	$\varkappa_{zw} = (13)—(15)$	0,950	0,892	0,846	0,792	0,746	0,692	0,649	0,592	0,545	0.497
17	$\varkappa_{zw} z_w = 2{,}0 \cdot (16)$	1,900	1,780	1,690	1,580	1,490	1,385	1,298	1,185	1,090	0,995
18	$(7)+(12)—(17)$	1,022	0,970	0,883	0,814	0,731	0,688	0,652	0,590	0,552	0,523
19	$\varkappa_\theta = (18)/h_0$	0,930	0,888	0,802	0,740	0,665	0,625	0,593	0,537	0,502	0,475
20	$(\alpha^2/11{,}4\delta)(B/T)^2 f_2 = 0{,}765\ (9)$	0	0,008	0,015	0,027	0,042	0,057	0,077	0,098	0,120	0,144
21	$\varkappa_\eta = (8)—(20)$	0,960	0,927	0,885	0,848	0,798	0,758	0,708	0,662	0,615	0,566
22	$kT = 2\pi\ (T/\lambda)$	0,094	0,189	0,283	0,377	0,471	0,565	0,660	0,755	0,848	0,943
23	$kT/2 = (22)/2$	0,047	0,095	0,142	0,188	0,235	0,282	0,330	0,377	0,424	0,472
24	$kT/2—f_2 = (23)—(9)$	0,047	0,085	0,122	0,153	0,180	0,207	0,230	0,249	0,267	0,284
25	$(\alpha/11{,}4)(B/T)^2\ kT = 0{,}536\ (22)$	0,050	0,102	0,152	0,202	0,253	0,304	0,354	0,405	0,455	0,505
26	(24) (25)	0,002	0,009	0,019	0,031	0,046	0,063	0,081	0,101	0,121	0,143
27	$kT \cdot f_1 = (22) \cdot (8)$	0,090	0,177	0,255	0,330	0,396	0,460	0,518	0,574	0,623	0,669
28	$kT \cdot f_1\ \chi = 0{,}7 \cdot (27)$	0,063	0,124	0,179	0,232	0,278	0,323	0,364	0,402	0,436	0.469
29	$\varkappa_\zeta = 1—(28)—(26)$	0,935	0,867	0,802	0,737	0,676	0,614	0,555	0,497	0,443	0,388
30	$\omega^2 = 2\pi g/T \cdot (T/\lambda)$	0,193	0,385	0,576	0,770	0,960	1,155	1,350	1,540	1,730	1,925
31	$\omega = \sqrt{(30)}\ \text{с}^{-1}$	0,440	0,620	0,760	0,877	0,980	1,070	1,160	1,240	1,315	1,390

Таблица III.5. Расчет амплитудно- и фазово-частотных характеристик бортовой качки $\alpha_0 = 9°$

№ п/п	Наименование величин	Частота, c^{-1}										
		0,30	0,40	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10
1	$\varkappa_\theta$ с рис. III.33	0,97	0,94	0,92	0,91	0,89	0,87	0,84	0,78	0,72	0,66	0,60
2	$\varkappa_\theta \omega_\theta^2$	0,350	0,338	0,332	0,328	0,321	0,314	0,302	0,281	0,260	0,238	0,216
3	ω^2	0,090	0,160	0,250	0,303	0,360	0,425	0,490	0,640	0,810	1,000	1,210
4	$\omega_\theta^2 - \omega^2$	0,270	0,200	0,110	0,060	0	−0,060	−0,130	−0,280	−0,450	−0,640	−0,850
5	$(4)^2$	0,073	0,040	0,012 1	0,003 6	0	0,003 6	0,017	0,078	0,203	0,410	0,725
	Первое приближение											
6	θ_0, град. (заданный)	13,0	15,0	20,0	25,0	30,0	25,0	20,0	10,0	5,0	4,0	2,0
7	$2\nu_\theta$ с рис. III.32	0,082	0,089	0,107	0,125	0,143	0,125	0,107	0,070	0,054	0,050	0,043
8	$2\nu_\theta\omega$	0,025	0,036	0,053	0,069	0,086	0,081	0,075	0,056	0,049	0,050	0,047
9	$4\nu_\theta^2\omega^2 = (8)^2$	0,000 6	0,001 3	0,002 8	0,004 7	0,007 4	0,006 6	0,005 6	0,003 3	0,002 4	0,002 5	0,002 2
10	(5) + (9)	0,073 6	0,041 3	0,014 9	0,008 3	0,007 4	0,010 2	0,022 6	0,081 3	0,205	0,413	0,727
11	$\sqrt{(10)}$	0,271	0,203	0,122	0,091	0,086	0,101	0,150	0,285	0,450	0,643	0,850
12	$\theta_0/\alpha_0 = (2)/(11)$	1,30	1,67	2,72	3,61	3,74	3,10	2,01	0,98	0,58	0,37	0,25
13	$\theta_0 = \alpha_0$ (12) град. (расчетный)	11,6	15,0	24,5	32,4	33,7	28,0	18,1	8,9	5,2	3,3	2,3
	Второе приближение											
6	θ_0, град. (заданный)	11,7	—	24,0	30	32,0	27,0	18,5	9,0	—	—	—
7	$2\nu_\theta$ с рис. III.32	0,078	—	0,122	0,143	0,150	0,132	0,102	0,068	—	—	—
8	$2\nu_\theta\omega$	0,023	0,036	0,061	0,079	0,090	0,086	0,071	0,055	0,049	0,050	0,047
9	$4\nu_\theta^2\omega^2$	0,000 6	—	0,003 7	0,006 2	0,008 1	0,007 4	0,005 1	0,003 0	—	—	—
10	(5) + (9)	0,073 6	—	0,015 8	0,009 8	0,008 1	0,011 0	0,022 1	0,081 0	—	—	—
11	$\sqrt{(10)}$	0,271	—	0,126	0,099	0,090	0,105	0,148	0,284	—	—	—
12	$\theta_0/\alpha_0 = (2)/(11)$	1,30	1,67	2,64	3,32	3,57	3,00	2,04	0,99	0,58	0,37	0,25
13	$\theta_0 = \alpha_0$ (12) град. (расчетный)	11,6	15,0	23,7	29,8	32,1	27,0	18,4	8,9	5,2	3,3	2,3
14	$\operatorname{tg} \varepsilon_\theta^* = (8)/(4)$	0,085	0,180	0,555	1,320	∞	−1,440	−0,545	−0,196	−0,109	−0,078	−0,055
15	ε_θ^*, град.	5	10	29	53	90	125	151	169	174	176	177

Для удобства снятия с графиков вспомогательных коэффициентов задаемся значениями T/λ, кратными 0,015, переход от T/λ к частоте ω производится в последних строках таблицы.

Графики зависимости редукционных коэффициентов $\varkappa_\eta$, $\varkappa_\zeta$ и $\varkappa_\theta$ от частоты ω приведены на рис. III.33.

Расчет амплитудно- и фазово-частотных характеристик бортовой качки. На основании заданной зависимости $\mu_\theta = f(\theta_0)$ строится график $2\nu_\theta = f(\theta_0)$, где $\nu_\theta = \mu_\theta\omega_\theta$; $\omega_\theta = 2\pi/\tau_\theta$. Расчет амплитудно-частотной характеристики для $\alpha_0 = 9°$ выполнен методом последовательных приближений в табл. III.5. (Для $\alpha_0 = 4{,}5°$ таблица имеет аналогичный вид и здесь не приведена.) Задаемся частотами ω, кратными 0,1 1/с, вблизи резонанса берем дополнительные точки.

В первом приближении произвольно выбирается амплитуда качки θ_0, с графика рис. III.32 снимается соответствующее ей значение коэффициента $2\nu_\theta$ и по

Таблица III.6. **Расчет амплитудно- и фазово-частотных характеристик вертикаль**

№ п/п	Наименование величин	Часто				
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
1	ω^2	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25
2	$B^*\omega^2/(2g)$	0,006	0,023	0,053	0,094	0,146
3	q_ζ (с рис. III.19)	0,83	0,78	0,74	0,70	0,66
4	$q_\zeta\omega^2 = (1)\cdot(3)$	0,008	0,031	0,066	0,112	0,165
5	$\omega_\zeta^2 - q_\zeta\omega^2$	1,432	1,409	1,374	1,328	1,275
6	$(5)^2$	2,05	1,98	1,90	1,76	1,63
7	$2\mu_\zeta$ (с рис. III.20)	0,05	0,17	0,25	0,32	0,38
8	$2\nu_\zeta = 2\mu_\zeta\omega_\zeta$	0,06	0,20	0,30	0,37	0,46
9	$2\nu_\zeta\omega$	0,01	0,04	0,09	0,15	0,23
10	$4\nu_\zeta^2\,\omega^2 = (9)^2$	0	0	0,01	0,02	0,05
11	$(6) + (10)$	2,05	1,98	1,91	1,78	1,68
12	$\omega_\zeta^2 - \omega^2$	1,43	1,40	1,35	1,28	1,19
13	$(12)^2$	2,05	1,96	1,82	1,64	1,42
14	$(10) + (13)$	2,05	1,96	1,83	1,66	1,47
15	$\frac{(11)}{(14)}$	1,0	1,01	1,04	1,07	1,14
16	$\sqrt{(15)}$	1,0	1,0	1,02	1,03	1,07
17	$\varkappa_\zeta$ (с рис. III.33)	0,99	0,98	0,96	0,94	0,92
18	$\frac{\zeta_{g_0}}{\zeta_A} = (16)\cdot(17)$	0,99	0,98	0,98	0,97	0,98
19	$(5)\,(9)$	0,014	0,056	0,124	0,199	0,294
20	$(9)\,(12)$	0,014	0,056	0,122	0,192	0,273
21	$(19)-(20)$	0	0	0,002	0,007	0,021
22	$(5)\cdot(12)$	2,05	1,97	1,85	1,70	1,52
23	$(10) + (22)$	2,05	1,97	1,86	1,72	1,57
24	$\operatorname{tg}\varepsilon_\zeta = \frac{(21)}{(23)}$	0	0	0,001	0,004	0,013
25	ε_ζ, град.	0	0	0	0,2	0,7

формуле (III.141) вычисляется амплитуда качки $\theta_{0расч}$. Если расхождение между $\theta_{0расч}$ и $\theta_{0зад}$ превышает 1°, делается второе приближение, для которого в качестве $\theta_{0зад}$ выбирается величина, заключенная между значениями $\theta_{0зад}$ и $\theta_{0расч}$, соответствующими первому приближению и т. д.

Фазово-частотная характеристика рассчитывается по формуле (III.142) для окончательного значения коэффициента $2\nu_\theta$.

Расчет амплитудно- и фазово-частотных характеристик вертикальной качки и поперечно-горизонтальных колебаний. Расчет вертикальной качки выполняем приближенно, принимая редукционные коэффициенты ко всем составляющим возмущающей силы одинаковыми, а присоединенную массу и безразмерный коэффициент демпфирования определяя для судна в целом по графикам на рис. III.19, III.20.

ной качки

та, c^{-1}								
0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
0,36	0,49	0,64	0,81	1,00	1,21	1,44	1,69	1,96
0,210	0,286	0,374	0,474	0,585	0,708	0,842	0,990	1,150
0,62	0,58	0,54	0,51	0,48	0,47	0,46	0,46	0,47
0,224	0,284	0,346	0,414	0,480	0,568	0,660	0,775	0,920
1,216	1,156	1,094	1,026	0,960	0,872	0,780	0,665	0,520
1,48	1,34	1,20	1,05	0,92	0,76	0,61	0,44	0,27
0,42	0,47	0,48	0,50	0,50	0,49	0,46	0,42	0,38
0,50	0,56	0,58	0,60	0,60	0,59	0,55	0,50	0,46
0,30	0,39	0,46	0,54	0,60	0,65	0,66	0,65	0,69
0,09	0,15	0,21	0,29	0,36	0,42	0,44	0,42	0,41
1,57	1,49	1,41	1,34	1,28	1,18	1,05	0,86	0,68
1,08	0,95	0,80	0,63	0,44	0,23	0	—0,25	—0,52
1,16	0,91	0,64	0,40	0,19	0,05	0	0,06	0,27
1,25	1,06	0,85	0,69	0,55	0,47	0,44	0,48	0,68
1,26	1,41	1,66	1,94	2,33	2,51	2,38	1,80	1,00
1,12	1,19	1,29	1,40	1,53	1,38	1,54	1,34	1,00
0,89	0,84	0,78	0,72	0,65	0,59	0,52	0,45	0,38
0,99	0,99	1,00	1,00	0,99	0,81	0,80	0,60	0,38
0,364	0,450	0,503	0,551	0,575	0,567	0,515	0,432	0,333
0,323	0,370	0,368	0,340	0,264	0,136	0	—0,163	—0,333
0,041	0,080	0,135	0,211	0,311	0,431	0,515	0,595	0,666
1,31	1,10	0,87	0,65	0,42	0,20	0	—0,17	—0,27
1,40	1,25	1,08	0,94	0,78	0,62	0,44	0,25	0,14
0,029	0,064	0,125	0,224	0,399	0,695	1,170	2,380	4,770
1,7	3,7	7,1	12,6	21,8	34,8	49.5	67,2	78,2

Предварительно вычисляем вспомогательные величины: $B^*/(2g) = 0{,}585$, $\omega_\zeta = 2\pi/\tau_\zeta = 1{,}2\ c^{-1}$. Дальнейший расчет выполняем в табл. III.6. Поскольку вертикальная качка рассчитывается в линейной теории, полученные результаты справедливы при любой крутизне волны.

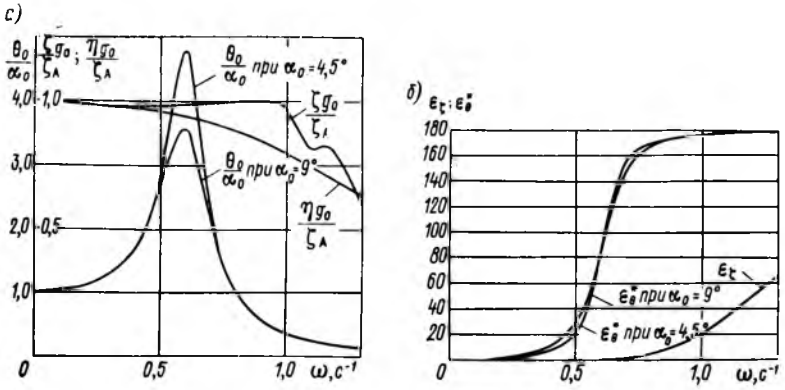


Рис. III.34. К примеру практического расчета: *а* — амплитудно-частотные характеристики; *б* — фазово-частотные характеристики.

Амплитудно-частотная характеристика поперечно-горизонтальных колебаний судна, расположенного лагом к волне, равна редукционному коэффициенту $\varkappa_\eta$, а фаза $\varepsilon_\eta^* = 0$.

Амплитудно- и фазово-частотные характеристики всех видов качки показаны на рис. III.34.

Глава IV

ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ПРОДОЛЬНОЙ КАЧКИ СУДОВ

§ 24. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ И ВОССТАНАВЛИВАЮЩИХ СИЛ

Силы, действующие на корпус судна при продольной качке на волнении, определяются с помощью гидродинамических методов при обычных предположениях линейной теории волн. Предполагается также, что амплитуды качки малы, и их квадратами и произведениями при решении задач в линейной постановке можно пренебречь. Благодаря этому дополнительному допущению линеаризированное условие обтекания судна выполняется на поверхности Ω, с которой поверхность корпуса судна совпадает в среднем равновесном положении. В теории продольной качки, как и в общей теории качки судна (§ 2), используют прямоугольные системы координат: неподвижную в пространстве систему $O^0\xi^0\eta^0\zeta^0$, скользящую систему $O\xi\eta\zeta$, которая движется прямолинейно вдоль оси $O\xi$ со скоростью v, сохраняя неизменное направление осей, и связанную с судном систему $Oxyz$, начало которой располагается в точке пересечения осей симметрии ватерлинии и мидель-шпангоута. Ось Ox направлена в нос, ось Oy — на правый борт, ось Oz вниз (см. рис. III.1).

Линейные перемещения судна, как и проекции сил и моментов, считаются положительными, если они совпадают с положительными направлениями осей; углы поворота считаются положительными, если ось Oy по кратчайшему пути стремится занять положение оси Oz и ось Oz — положение оси Ox, т. е. положительными считаются крен на правый борт, дифферент на корму.

Гидродинамическая задача о движении судна на волнении при использовании связанной системы координат сводится к отысканию потенциала абсолютных скоростей жидкости $\Phi(x, y, z, t)$, который при указанных выше допущениях является решением уравнения Лапласа и удовлетворяет граничным условиям, рассмотренным в гл. II.

Как и в общей теории качки, потенциал абсолютного движения жидкости $\Phi(x, y, z, t)$ можно представить в виде

$$\Phi = \Phi_c + \Phi_W + \Phi_k + \Phi_d, \tag{IV.1}$$

где $\Phi_c(x, y, z)$ — потенциал скоростей, соответствующий установившемуся движению жидкости при движении судна по спокойной поверхности с постоянной скоростью v; функция $\Phi_W(x, y, z, t)$ представляет собой потенциал скоростей набегающих на судно прогрессивных волн; функция $\Phi_k(x, y, z, t)$ — потенциал скоростей движения жидкости, вызванного качкой судна на тихой воде; $\Phi_d(x, y, z, t)$ определяет возмущенное движение жидкости, которое возникает при дифракции прогрессивных волн около некачающегося судна, т. е. представляет собой потенциал отраженных волн.

При определении силового воздействия жидкости на судно используют следующую формулу для определения избыточного гидродинамического давления:

$$p = -\rho \frac{\partial' \Phi}{\partial t} + \rho v \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \rho g (z + \zeta_g - x\psi + y\theta), \tag{IV.2}$$

где v — скорость судна, а последний член определяет гидростатическое давление с учетом обусловленного качкой изменения положения судна.

Представляя потенциал скоростей жидкости Φ в виде суммы (IV.1) и учитывая выражение (IV.2), считают, что воздействие жидкости на судно определяется следующими силами и моментами:

$$\left.\begin{aligned} \vec{P} &= \vec{P}_c + \vec{P}_k + \vec{P}_s + \vec{P}_W + \vec{P}_d; \\ \vec{M} &= \vec{M}_c + \vec{M}_k + \vec{M}_s + \vec{M}_W + \vec{M}_d. \end{aligned}\right\} \tag{IV.3}$$

Здесь индексы первых четырех слагаемых указывают на их связь с соответствующими слагаемыми потенциала в форме (IV.1), а слагаемое с индексом «s» обусловлено гидростатическими давлениями. Таким образом, выражение (IV.3) показывает, что при продольной качке на волнении, как и в общей линейной гидродинамической теории (см. гл. II), правомерен принцип разделения действующих на судно гидродинамических сил на независимые слагаемые, каждое из которых связано с определенной компонентой сложного движения жидкости при взаимодействии ее с судном, плавающим на взволнованной поверхности. Члены $\vec{P}_c$, $\vec{M}_c$ обозначают стационарные силу и момент, действующие на судно при установившемся движении на тихой воде со скоростью v.

Гидродинамические реакции $\vec{P}_k$ и $\vec{M}_k$ связаны с движением жидкости, вызванным качкой судна. Это движение проявляется в виде волн, которые уходят от судна и, с одной стороны, приводят к изменению общей кинетической энергии жидкости, а с другой, являются причиной возникновения сопротивления колебаниям судна вследствие затраты энергии на образование гравитационных волн, расходящихся от судна.

Первое обстоятельство приводит к появлению инерционных сил, пропорциональных произведению ускорений качки и обобщенных присоединенных масс судна. Второе — является причиной возникновения демпфирующих сил волновой природы. Поэтому составляющие $\vec{P}_k$ и $\vec{M}_k$ называют инерционно-демпфирующими силой и моментом.

Суммы $\vec{P}_W + \vec{P}_d$ и $\vec{M}_W + \vec{M}_d$ определяют возмущающие силы, возникающие вследствие непрерывной передачи судну энергии набегающих волн. Потенциал Φ_W соответствует свободным прогрессивным волнам. Следовательно, составляющие возмущающих сил $\vec{P}_W$ и $\vec{M}_W$ определяются без учета влияния судна на поле давлений в волне, т. е. в полном соответствии с гипотезой А. Н. Крылова. Их принято называть главной частью возмущающих сил. Компоненты $\vec{P}_d$

и $\vec{M}_d$ определяются потенциалом $\Phi_d(x, y, z, t)$, который учитывает возмущения в жидкости, обусловленные присутствием судна как препятствия на пути прогрессивных волн. Эти составляющие называют гидродинамической или дифракционной частью возмущающих сил.

Слагаемые $\vec{P}_s$, $\vec{M}_s$ определяются интегрированием гидростатического давления по смоченной поверхности корпуса и называются восстанавливающими силой и моментом.

По аналогии с общим случаем движения тела в безграничной покоящейся на бесконечности жидкости полагают, что гидродинамическое воздействие на тело сводится к главному вектору $\vec{P}$, приложенному в начале координат подвижной системы, и паре сил с моментом $\vec{M}$ [41]. Величины $\vec{P}$ и $\vec{M}$ определяются формулами

$$\vec{P} = -\frac{\partial \vec{N}}{\partial t} - \vec{\omega} \times \vec{N}; \quad \vec{M} = -\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} - \vec{\omega} \times \vec{Q} - \vec{V} \times \vec{N}. \qquad \text{(IV.4)}$$

Здесь $\vec{V}$, $\vec{\omega}$ — векторы скоростей, определяющих поступательное и вращательное движение тела; величины $\vec{N}$ и $\vec{Q}$ — главный вектор и главный момент системы мгновенных импульсов гидродинамических давлений, которые в связанной с телом системе координат определяются формулами

$$\vec{N} = -\rho \int_{\Omega} \Phi_k \vec{n}\, d\Omega; \quad \vec{Q} = -\rho \int_{\Omega} \Phi_k (\vec{r} \times \vec{n})\, d\Omega. \qquad \text{(IV.5)}$$

Используя представление потенциала возмущенного движения жидкости, вызванного качкой судна [см. формулу (II.5)],

$$\Phi_k = \sum_{m=1}^{6} u_m \varphi_m, \quad m = 1, 2, \ldots, 6,$$

где $u_1 = V_x$; $u_2 = V_y$; $u_3 = V_z$; $u_4 = \omega_x$; $u_5 = \omega_y$; $u_6 = \omega_z$, условие обтекания поверхности судна записывают в виде

$$\frac{\partial \Phi_k}{\partial n} = \sum_{m=1}^{6} u_m \frac{\partial \varphi_m}{\partial n} = u_n, \qquad \text{(IV.6)}$$

где φ_m — гармонические функции, которые удовлетворяют условию затухания возмущенного движения жидкости на бесконечности и условию (II.6) на поверхности Ω.

Поэтому

$$N_n = -\rho \sum_{m=1}^{6} u_m \int_{\Omega} \varphi_m \frac{\partial \varphi_n}{\partial n}\, d\Omega, \quad n = 1, 2, \ldots, 6 \qquad \text{(IV.7)}$$

и в соответствии с выводами гидродинамической теории М. Д. Хаскинда [97]

$$N_n = \sum_{m=1}^{6} \left(\lambda_{mn} - \frac{i}{\omega_к} \mu_{mn}\right) u_m, \quad n = 1, 2, \ldots, 6, \qquad \text{(IV.8)}$$

где

$$c_{mn} = \lambda_{mn} - \frac{i}{\omega_к} \mu_{mn} = -\rho \int_{\Omega} \varphi_m \frac{\partial \varphi_n}{\partial n}\, d\Omega; \qquad \text{(IV.9)}$$

λ_{mn}, μ_{mn} — присоединенные массы и коэффициенты демпфирования судна, являющиеся функциями частоты колебаний корпуса $\omega_к$.

Для упрощения дальнейших выкладок принимается, что удлинение судна велико и $\cos(\widehat{n, x}) = 0$. Поэтому $N_1 = \lambda_{1m} = \lambda_{m1} = \mu_{1m} = \mu_{m1} = 0$. В силу симметрии подводной части корпуса судна относительно диаметральной плоскости коэффици-

енты λ_{mn} и μ_{mn} для комбинаций четных и нечетных индексов n, m также равны нулю и, следовательно, при продольной качке $n = 3,5$

$$N_n = \sum_{(m)} \left(\lambda_{mn} - \frac{i}{\omega_к} \mu_{mn}\right) u_m, \quad m = 3,\ 5. \tag{IV.10}$$

Введем для проекций векторов $\vec{P}$ и $\vec{M}$ обозначения

$$P_z = P_3;\ M_y = P_5. \tag{IV.11}$$

В линейной теории все компоненты линейных и угловых скоростей качки считаются малыми величинами, поэтому пренебрегая их квадратами и произведениями, получают

$$P_3 = -\frac{\partial N_3}{\partial t};\quad P_5 = -\frac{\partial N_5}{\partial t} + vN_3. \tag{IV.12}$$

Для удлиненного судна

$$\frac{\partial \varphi_5}{\partial n} = -x\frac{\partial \varphi_3}{\partial n}. \tag{IV.13}$$

Кроме того, принимается, что

$$\varphi_5 = -x\varphi_3. \tag{IV.14}$$

Проекции векторов $\vec{V}$ и $\vec{\omega}$ на оси подвижной системы координат с учетом малости амплитуд качки равны

$$u_3 = u_z = \dot{\zeta}_g - v\psi;\ u_5 = \omega_y = \dot{\psi}. \tag{IV.15}$$

Учитывая, что $\lambda_{mn} = \lambda_{nm}$, $\mu_{mn} = \mu_{nm}$, и при гармонических колебаниях $u(t) = u_0 \exp i\omega_к t$ справедливы соотношения $\dot{u} = i\omega_к u$, $\ddot{u} = -\omega_к^2 u$, для инерционно-демпфирующих сил получают выражения

$$P_3 = -[\lambda_{33}\ddot{\zeta}_g + \mu_{33}\dot{\zeta}_g + \lambda_{35}\ddot{\psi} + (\mu_{35} + v\lambda_{33})\dot{\psi} + v\mu_{33}\psi]; \tag{IV.16}$$

$$P_5 = -[\lambda_{35}\ddot{\zeta}_g + (\mu_{35} - v\lambda_{33})\dot{\zeta}_g - v\mu_{33}\zeta_g + \lambda_{55}\ddot{\psi} + (\mu_{55} + v^2\omega_к^{-2}\mu_{33})\dot{\psi} - v^2\lambda_{33}\psi]. \tag{IV.17}$$

Присоединенные массы λ_{mn} и коэффициенты демпфирования μ_{mn} определяют гидродинамические инерционные и демпфирующие силы волновой природы, зависящие от частоты колебаний судна.

В общем случае определение величин λ_{mn}, μ_{mn} сводится к решению пространственной волновой задачи о колебаниях тела произвольной формы на поверхности тяжелой жидкости (см. § 7). Вследствие математических трудностей лишь небольшое число решений доведено до практических результатов, которые предполагают определенную форму корпуса судна. Поэтому в инженерных расчетах инерционно-демпфирующих сил при продольной качке обычно применяется гипотеза плоских сечений, что позволяет использовать представленные в виде таблиц или графиков результаты решений плоской волновой задачи о колебаниях цилиндрических тел.

В особых случаях (наличие большого носового бульба, подводных крыльев, носовых килей или иных конструкций, способных нарушить потенциальное обтекание корпуса судна) возникает необходимость учета дополнительного демпфирования вязкостной природы. Эта составляющая демпфирования обусловлена сопротивлением трения и сопротивлением формы, связанным с вихреобразованием, и учитывается при расчетах качки на основе соответствующих экспериментальных данных.

Как видно из выражения (IV.2), гидростатическое давление на поверхности судна непосредственно зависит от перемещений при вертикальной и килевой качке. Поэтому для определения восстанавливающих сил используют известные методы статики корабля.

При малых отклонениях судна от положения равновесия восстанавливающие силы на единицу длины судна определяются следующими формулами:

сила при вертикальных колебаниях

$$f_{3s} = -\rho g b\,[\zeta_g - (x - x_g)\,\psi]; \tag{IV.18}$$

момент при килевой качке относительно оси Gy_1

$$f_{5s} = -(x - x_g)\,f_{3s} = \rho g b\,(x - x_g)\,[\zeta_g - (x - x_g)]\,\psi. \tag{IV.19}$$

Знак «—» в этих формулах учитывает, что направления восстанавливающих сил и соответствующих им перемещений судна противоположны.

Интегрирование интенсивности гидростатической нагрузки по длине судна позволяет получить восстанавливающие силы для всего корпуса:

при вертикальной качке

$$P_{3s} = -\rho g S\,[\zeta_g - (x_f - x_g)\,\psi]; \tag{IV.20}$$

при килевой качке

$$P_{5s} = \rho g\,[(x_f - x_g)\,S\zeta_g - I_\psi \psi], \tag{IV.21}$$

где

$$S = \int_{-l}^{l} b\,dx;\ x_f S = \int_{-l}^{l} bx\,dx;\ I_\psi = \int_{-l}^{l} (x - x_g)^2\,b\,dx; \tag{IV.22}$$

b — ширина шпангоута по ватерлинии; $l = L/2$.

§ 25. ВОЗМУЩАЮЩИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ

В линейной теории качки при расчете возмущающих сил принимается, что судно не совершает колебаний и движется с постоянной скоростью v вдоль оси $O_1\xi$.

Главная часть возмущающих сил обусловлена воздействием набегающих на судно прогрессивных волн. Соответствующие выражения потенциала и давления волнового потока в системе координат $Oxyz$ равны

$$\Phi_W = ig\,\frac{\zeta_A}{\omega}\exp\{-kz - i\,[\omega_к t - k\,(x\cos\beta_в + y\sin\beta_в)]\}; \tag{IV.23}$$

$$p_W = -\left(\frac{\partial\Phi_W}{\partial t} - v\,\frac{\partial\Phi_W}{\partial x}\right) = \rho g\zeta_A\exp\,[-kz - i\,(\omega_к t - k_1 x - k_2 y)], \tag{IV.24}$$

где $k_1 = k\cos\beta_в$; $k_2 = k\sin\beta_в$.

С помощью формулы (IV.9) и потенциала φ_n, использованных при вычислении инерционно-демпфирующих сил, проекции главной части возмущающих сил определяются выражением

$$P_{Wn} = -\int_{\Omega} p_W\,\frac{\partial\varphi_n}{\partial n}\,d\Omega,\ n = 3,\ 5. \tag{IV.25}$$

В соответствии с гипотезой плоских сечений

$$P_{Wn} = -\rho g\zeta_A\exp(-i\omega_к t)\int_{-l}^{l}\exp(ik_1 x)\,h_n\,dx, \tag{IV.26}$$

где

$$h_n = \int_a \exp(-kz + ik_2 y)\,\frac{\partial\varphi_n}{\partial n}\,da,\ n = 3,\ 5; \tag{IV.27}$$

a — контур погруженной части шпангоута. Для судна большого удлинения $h_5 = -xh_3$. Поэтому следует вычислять только величину h_3.

Формулы для h_3 и h_5, предложенные в работе [73], записываются в виде

$$h_3 = 2\int_0^T e^{-kz}\cos k_2 y\,\frac{dy}{dz}\,dz = -\varkappa_2 b; \qquad (IV.28)$$

$$h_5 = xb\varkappa_2, \qquad (IV.29)$$

где

$$\varkappa_2 = -\int_0^T e^{-kz}\cos k_2 y\,dZ(z), \qquad (IV.30)$$

$y = 0{,}5bZ(z)$ — уравнение контура шпангоута.

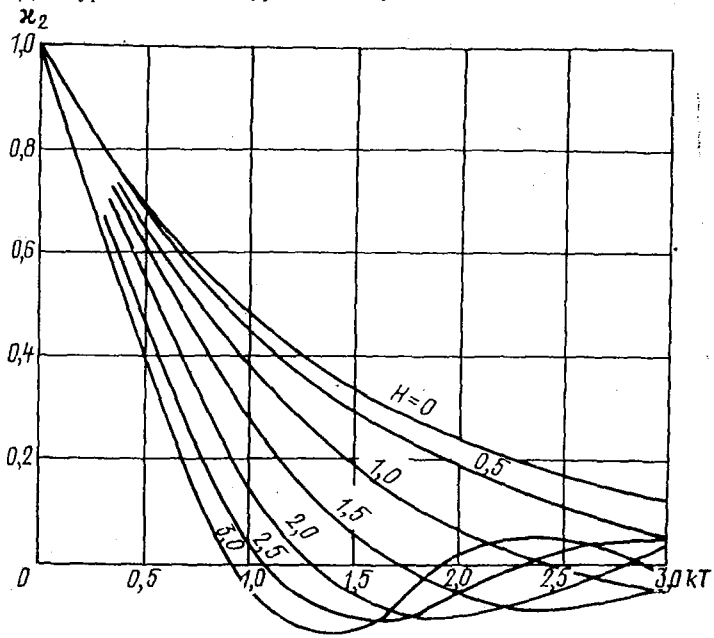


Рис. IV.1. Редукционный коэффициент $\varkappa_2$ для полуэллиптических шпангоутов.

При уменьшении длины волны коэффициент $\varkappa_2$ интенсивно убывает. График коэффициента $\varkappa_2$ для полуэллиптических шпангоутов представлен на рис. IV.1, где угол встречи с волной $\beta_в$ учитывается параметром $H = \sin\beta_в\,(b/2T)$.

В случае продольного волнения

$$k_2 = k\sin\beta_в = 0;\ \cos k_2 y = 1;\quad \varkappa_2 = -\int_0^T e^{-kz}\,dZ(z). \qquad (IV.31)$$

Для судна с параболическими шпангоутами $Z(z) = 1 - (z/T)_n$, где $n = \beta(1-\beta)^{-1}$; β — коэффициент полноты шпангоута.

С помощью подстановки $z_1 = zk$ формула (IV.31) преобразуется к виду

$$\varkappa_2 = n(kT)^{-n}\int_0^{kT} e^{-z_1}Z_2^{n-1}\,dz_1 = n(kT)^{-n}\gamma(n,\ kT), \qquad (IV.32)$$

где $\gamma(a,\ b) = \int_0^b e^{-t}t^{a-1}\,dt$ — неполная гамма-функция.

Использование таблиц функций $\gamma(a, b)$ целесообразно при вычислении коэффициента $\varkappa_2$ в случае продольного волнения.

В этом случае формулу (IV.31) можно существенно упростить, используя приближенное выражение $\exp(-kz) = 1 - kz$, точность которого повышается с уменьшением отношения осадки судна к длине волны. На этом основании выражение (IV.31) представляется в виде

$$\varkappa_2 = \frac{2}{b} \int_0^{b/2} (1 - kz)\, dy = 1 - (k\sigma/b), \tag{IV.33}$$

что упрощает расчеты главной части возмущающих сил.

Формула (IV.33) показывает, что на продольном волнении, как и при произвольном угле встречи волны, на возмущающие силы в первую очередь влияют параметры β_0 и kT, а форма шпангоутов оказывает второстепенное влияние.

Подставляя значения h_3 и h_5 в формулу (IV.26), получают

$$P_{W3} = \rho g \zeta_A e^{-i\omega_к t} \left(B_3^c + iB_3^s\right); \tag{IV.34}$$

$$P_{W5} = -\rho g \zeta_A e^{-i\omega_к t} \left(B_3^{xc} + iB_3^{xs}\right), \tag{IV.35}$$

где

$$B_3^c = \int_{-l}^{l} b\varkappa_2 \cos k_1 x\, dx; \quad B_3^s = \int_{-l}^{l} b\varkappa_2 \sin k_1 x\, dx, \tag{IV.36}$$

а величины B_3^{xc}, B_3^{xs} отличаются от выражений (IV.36) наличием множителя x под знаком интеграла.

Проекции гидродинамической части возмущающих сил на оси системы $Oxyz$ определяются по формуле

$$P_{dn} = \rho \int_\Omega \left(\frac{\partial \Phi_d}{\partial t} - v \frac{\partial \Phi_d}{\partial x} \right) \frac{\partial \varphi_n}{\partial n}\, d\Omega, \quad n = 3,\ 5, \tag{IV.37}$$

где, как и ранее, индекс 3 обозначает проекцию силы, а 5 — момента на оси Oz и Oy соответственно; нормальные производные φ_n определяются формулами (II.6). Представляя потенциал отраженных волн в виде

$$\Phi_d(x, y, z, t) = \varphi_d(x, y, z) \exp(-i\omega_к t) \tag{IV.38}$$

и принимая, что $\cos(n, x) = 0$, из (IV.37) получают [73]

$$P_{d3} = -i\rho\omega_к e^{-i\omega_к t} Q_3; \quad Q_3 = \int_\Omega \varphi_d \frac{\partial \varphi_3}{\partial n}\, d\Omega; \tag{IV.39}$$

$$P_{d5} = -i\left(\rho\omega_к e^{-i\omega_к t} Q_5 + v\omega_к^{-1} P_{d3}\right). \tag{IV.40}$$

Используя (II.40), получают

$$\frac{\partial \Phi_W}{\partial n} = -\zeta_A \omega \exp\left[-kz + i\left(\omega_к t - k_1 x - k_2 y\right)\right] (\sin\beta_в \cos ny + i \cos nz); \tag{IV.41}$$

$$\frac{\partial \varphi_d}{\partial n} = \zeta_A \omega f_0 \exp ik_1 x, \tag{IV.42}$$

где

$$f_0 = \exp(-kz + ik_2 y)(\sin\beta_в \cos ny + i \cos nz); \tag{IV.43}$$

$$Q_n = \zeta_A \omega \int_\Omega \varphi_n \exp(ik_1 x) f_0\, d\Omega. \tag{IV.44}$$

На основании гипотезы плоских сечений

$$Q_3 = \zeta_A \omega \int_{-l}^{l} q_3 \exp(ik_1 x)\, dx; \quad q_3 = \int_a \varphi_3 f_0\, da; \tag{IV.45}$$

$$Q_5 = \zeta_A \omega \int_{-l}^{l} x q_3 \exp(ik_1 x)\, dx, \quad l = L/2, \tag{IV.46}$$

где φ_3 — единичный потенциал скорости движения жидкости в плоскости шпангоута, который считается известным из решения плоской задачи о вертикальных колебаниях контура шпангоута на поверхности жидкости [96].

По аналогии с выражениями для потенциала скоростей в безграничной жидкости приближенно считается, что на поверхности судна значения φ_3 равны

$$\varphi_3 = -c_3 z. \tag{IV.47}$$

Используя соотношение (IV.47) и формулу для определения гидродинамических характеристик контура λ_{33}^*, μ_{33}^* [97], приближенно находят

$$c_3 = \frac{1}{\rho\sigma}\left(\lambda_{33}^* - \frac{i}{\omega_к}\mu_{33}^*\right). \tag{IV.48}$$

Следуя выводу Ю. В. Ремеза [73], функции q представляют в виде

$$q_3 = -\frac{i}{\rho}\left(\lambda_{33}^* - \frac{i}{\omega_к}\mu_{33}^*\right)\varkappa_3^0; \quad q_5 = -x q_3, \tag{IV.49}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \varkappa_3^0 &= \varkappa_1 \sin^2\beta_в + \varkappa_5 \cos^2\beta_в; \\ \varkappa_1 &= \frac{2}{k_2\sigma}\int_0^T e^{-kz}\sin k_2 y\, dz; \\ \varkappa_5 &= \frac{b}{\sigma}\int_0^T e^{-kz} z \cos k_2 y\, dZ(z). \end{aligned}\right\} \tag{IV.50}$$

Графики коэффициентов $\varkappa_1$ и $\varkappa_5$ для полуэллиптических шпангоутов представлены на рис. IV.2 и IV.3.

Окончательные выражения для дифракционных сил, действующих на судно, имеют вид

$$P_{d3} = -\zeta_A \omega e^{-i\omega_к t}\int_{-l}^{l} e^{ik_1 x}\varkappa_3^0\left(\omega_к\lambda_{33}^* + i\mu_{33}^*\right) dx; \tag{IV.51}$$

$$P_{d5} = \zeta_A \omega e^{-i\omega_к t}\int_{-l}^{l} e^{ik_1 x}\varkappa_3^0\left(\omega_к\lambda_{33}^* + i\mu_{33}^*\right)\left(x - \frac{iv}{\omega_к}\right) dx. \tag{IV.52}$$

Они показывают, что дифракционная сила P_{d3} зависит от скорости судна только через частоту качки (если полагать, что гидродинамические коэффициенты λ_{33}^* и μ_{33}^* не зависят от числа Фруда). Инерционная часть этих сил пропорциональна произведению частот $\omega\omega_к$, а демпфирующая — частоте волны. Дифракционный момент при килевой качке содержит дополнительное слагаемое, прямо пропорциональное скорости судна. Используя (IV.52), нетрудно показать, что это слагаемое имеет вид

$$\Delta P_{d5}\left(\frac{v}{\omega_к L}\right) = \frac{\bar\lambda\,\mathrm{Fr}}{\sqrt{2\pi\bar\lambda - 2\pi\,\mathrm{Fr}\cos\beta_в}}, \quad \bar\lambda = \frac{\lambda}{L}. \tag{IV.53}$$

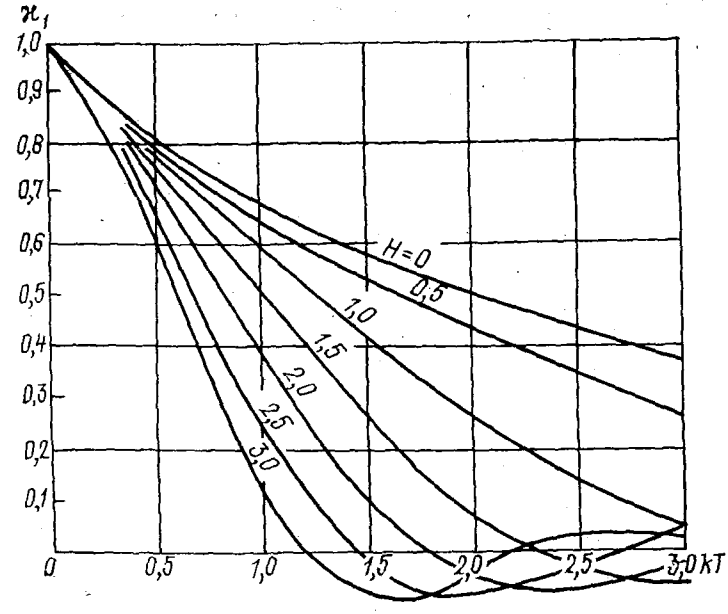


Рис. IV.2. Редукционный коэффициент $\varkappa_1$ для полуэллиптических шпангоутов.

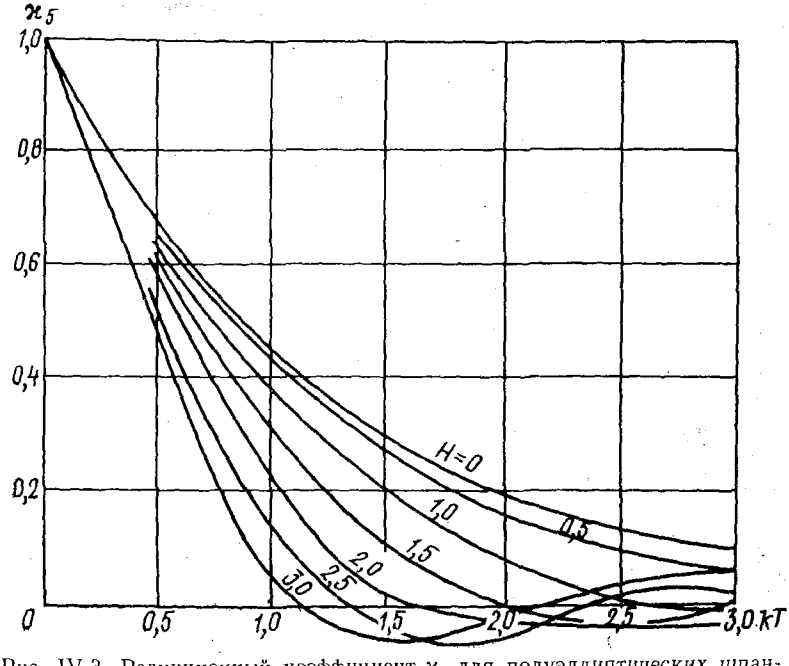


Рис. IV.3. Редукционный коэффициент $\varkappa_5$ для полуэллиптических шпангоутов.

Суммируя представленные выше результаты, для проекций возмущающих сил при килевой и вертикальной качке получают выражение

$$P_n = P_{Wn} + P_{dn} = \zeta_A (\alpha_n - i\beta_n) \exp(-i\omega_к t), \quad n = 3,\ 5, \tag{IV.54}$$

где действительная α_n и мнимая β_n части комплексных амплитуд возмущающих сил определяются формулами

$$\left.\begin{aligned} \alpha_3 &= \rho g B_3^c - \omega \left(A_{33}^c \omega_к - B_{33}^s\right); \\ \beta_3 &= -\rho g B_3^s + \omega \left(A_{33}^s \omega_к + B_{33}^c\right); \end{aligned}\right| \tag{IV.55}$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha_5 &= -\rho g B_3^{xc} + \omega \left[A_{33}^{xc} \omega_к - B_{33}^{xs} - v\left(A_{33}^s + B_{33}^c \omega_к^{-1}\right)\right]; \\ \beta_5 &= \rho g B_3^{xs} - \omega \left[A_{33}^{xs} \omega_к + B_{33}^{xc} + v\left(A_{33}^c - B_{33}^s \omega_к^{-1}\right)\right]. \end{aligned}\right| \tag{IV.56}$$

Здесь для сокращения записи использованы обозначения:

$$\begin{matrix} B_n^s \\ B_n^c \end{matrix} = \int_{-l}^{l} b_n \begin{matrix} \sin k_1 x \\ \cos k_1 x \end{matrix} dx; \quad \begin{matrix} B_n^{xs} \\ B_n^{xc} \end{matrix} = \int_{-l}^{l} b_n (x - x_g) \begin{matrix} \sin k_1 x \\ \cos k_1 x \end{matrix} dx; \tag{IV.57}$$

$$\begin{matrix} A_{mn}^s \\ A_{mn}^c \end{matrix} = \int_{-l}^{l} \varkappa_n^0 \lambda_{mn}^{\bullet} \begin{matrix} \sin k_1 x \\ \cos k_1 x \end{matrix} dx; \quad \begin{matrix} B_{mn}^s \\ B_{mn}^c \end{matrix} = \int_{-l}^{l} \varkappa_n \mu_{mn}^{\bullet} \begin{matrix} \sin k_1 x \\ \cos k_1 x \end{matrix} dx, \tag{IV.58}$$

где $b_3 = b\varkappa_2$, A_{mn}^{xc}, A_{mn}^{xs}, B_{mn}^{xc}, B_{mn}^{xs} определяются аналогично (IV.58), но содержат под знаком интеграла множитель $(x - x_g)$, как величины B_n^{xc} и B_n^{xs} в выражении (IV.57).

§ 26. УРАВНЕНИЯ ПРОДОЛЬНОЙ КАЧКИ СУДНА НА ВОЛНЕНИИ

При составлении уравнений продольной качки судна предполагается, что под действием синусоидальных волн судно совершает установившиеся колебания малой амплитуды и движется как твердое тело с тремя степенями свободы, соответствующими линейным перемещениям вдоль осей $O_1\xi$ и $O_1\zeta$ и вращению вокруг горизонтальной поперечной оси, проходящей через центр тяжести судна.

Движение судна, имеющего продольную плоскость симметрии, описывается системой трех уравнений, соответствующих килевой и вертикальной качке и продольно-горизонтальным колебаниям. Поскольку гидродинамические силы, обусловленные продольными колебаниями, значительно меньше аналогичных сил, возникающих при других движениях в плоскости симметрии судна, при рассмотрении килевой и вертикальной качки они не учитываются.

Таким образом, движение судна в продольной плоскости симметрии при произвольном угле встречи волн описывается следующими уравнениями:

продольно-горизонтальные колебания

$$(M + \lambda_{11})\ddot{\xi}_g + \mu_{11}\dot{\xi} = P_1 \exp i\omega_к t; \tag{IV.59}$$

килевая и вертикальная качка

$$A_{55}\ddot{\psi} + B_{55}\dot{\psi} + C_{55}\psi + A_{53}\ddot{\zeta}_g + B_{53}\dot{\zeta}_g + C_{53}\zeta_g = P_5 e^{i\omega_к t}; \tag{IV.60}$$

$$A_{33}\ddot{\zeta}_g + B_{33}\dot{\zeta}_g + C_{33}\zeta_g + A_{35}\ddot{\psi} + B_{35}\dot{\psi} + C_{35}\psi = P_3 e^{i\omega_к t}, \tag{IV.61}$$

где A_{mn}, B_{mn}— коэффициенты инерционных и демпфирующих сил; C_{mn} — коэффициенты восстанавливающих сил; P_n — комплексные амплитуды возмущающих сил и моментов; $\omega_к$ — частота качки, равная кажущейся частоте волн.

В уравнениях (IV.59)—(IV.61), все члены которых содержат множитель $\exp i\omega_к t$, рассматривается только действительная часть. При записи уравнений принято, что судно совершает гармонические колебания, и поэтому

$$\ddot{u}(t) = -\omega_к^2 u(t). \qquad \text{(IV.62)}$$

В соответствии с основным допущением расчетного метода коэффициенты уравнений качки вычисляются по методу плоских сечений, что позволяет достаточно точно учесть индивидуальные особенности формы судна без усложнения расчетных формул, неизбежного при решении пространственной волновой задачи. Для определения гидродинамических коэффициентов шпангоутов судна используются данные (см. гл. III) о присоединенных массах и коэффициентах демпфирования плоского контура, совершающего колебания на поверхности тяжелой жидкости [78, 117, 148].

В основе рассматриваемого метода лежит предположение о том, что жидкость не имеет вязкости и демпфирование качки обусловлено лишь затратами энергии на образование поверхностных волн. Это предположение вполне приемлемо при рассмотрении продольной качки водоизмещающих судов традиционной архитектуры, так как доля вязкостного сопротивления действительно невелика при вертикальных колебаниях судна. Однако при рассмотрении качки судов, снабженных носовыми бульбами может оказаться необходимым учет вязкости жидкости, которая в этом случае приводит к некоторому увеличению демпфирования колебаний [154].

На основании результатов В. А. Мореншильдт главная часть продольной возмущающей силы равна

$$P_{W1} = \zeta_A M\omega^2 \varkappa_{\xi\beta} \sin \omega_к t, \qquad \text{(IV.63)}$$

где $\varkappa_{\xi\beta} = \varkappa \cos \beta$; $\varkappa = \varkappa'_\beta f_1 - \left(\alpha^2/11{,}4\delta\right)(B/T)^2 f_2 \varkappa''_\beta \sin^2 \beta$.

Графики для расчета коэффициентов $\varkappa'_\beta$, $\varkappa''_\beta$ представлены на рис. III.14.

Ввиду отсутствия принципиальных различий в формировании продольной и поперечной горизонтальных сил для этих компонент возмущающей силы принимается одинаковая структура и считается, что редукционные коэффициенты к главной и гидродинамической составляющим приближенно равны. На этом основании суммарная продольная возмущающая сила при произвольном угле встречи волны определяется по формуле

$$P_1 = \zeta_A \varkappa_{\xi\beta} \left[(M\omega^2 + \lambda_{11}\omega\omega_к) \sin \omega_к t - \omega\mu_{11} \cos \omega_к t\right], \qquad \text{(IV.64)}$$

где слагаемые с коэффициентами λ_{11}, μ_{11} определяют собой гидродинамические составляющие силы P_1.

Уравнения поперечных и продольных горизонтальных колебаний судна аналогичны по структуре. Поэтому для расчета характеристик продольных колебаний могут быть получены выражения, подобные (III.168)—(III.170).

Приближенно присоединенную массу λ_{11} принимают равной половине соответствующей величины для эллипсоида вращения с полуосями $L/2$ и $\sqrt{BT/2}$

$$\lambda_{11} = 0{,}293\rho\,(BT)^{3/2}. \qquad \text{(IV.65)}$$

При определении коэффициента μ_{11} считают, что сопротивление продольно-горизонтальным колебаниям по физической природе совпадает с сопротивлением воды движению судна на тихой воде. Но, учитывая действие гребного винта, обеспечивающего это движение, в качестве силы сопротивления колебаниям рассматривают разность между буксировочным сопротивлением и тягой винта $(R - T_E)$, определяя линеаризированный коэффициент сопротивления по формуле

$$\mu_{11} = \left| \frac{d}{dv}(R - T_E) \right|_{v=v_0}, \qquad \text{(IV.66)}$$

где v_0 — скорость судна на тихой воде.

Равенство (IV.60) представляет собой уравнение моментов относительно центральной оси Gy.

Коэффициенты в уравнениях (IV.59)—(IV.61) вычисляются во второй связанной с судном системе координат $Gx_1y_1z_1$ по методу плоских сечений с помощью формул

$$
\left.
\begin{aligned}
A_{33} &= D/g + \Delta L \sum_{m=0}^{20} \lambda_{33}^{*};\\
B_{33} &= \Delta L \sum_{m=0}^{20} \mu_{33}^{*};\\
C_{33} &= \rho g S;\\
A_{35} &= -\Delta L \sum_{m=0}^{20} \lambda_{33}^{*} (x_m - x_g);\\
B_{35} &= -\Delta L \sum_{m=0}^{20} \mu_{33}^{*} (x_m - x_g) + v\,\Delta L \sum_{m=0}^{20} \lambda_{33}^{*};\\
C_{35} &= -\rho g S (x_f - x_g) + v\,\Delta L \sum_{m=0}^{2} \mu_{33}^{*};\\
A_{53} &= A_{35};\\
B_{53} &= -\Delta L \sum_{m=0}^{20} \mu_{33}^{*} (x_m - x_g) - v\,\Delta L \sum_{m=0}^{20} \lambda_{33}^{*};\\
C_{53} &= -\rho g S (x_f - x_g) - v\,\Delta L \sum_{m=0}^{20} \mu_{33}^{*};\\
A_{55} &= I_{yy} + \Delta L \sum_{m=0}^{20} \lambda_{33}^{*} (x_m - x_g)^2;\\
B_{55} &= \Delta L \sum_{m=0}^{20} \mu_{33}^{*} (x_m - x_g)^2 + v^2 \omega_{\text{к}}^{-2}\,\Delta L \sum_{m=0}^{20} \mu_{33}^{\prime};\\
C_{55} &= \rho g I_{\psi} - v^2\,\Delta L \sum_{m=0}^{20} \lambda_{33}^{*}.
\end{aligned}
\right\}
\qquad \text{(IV.67)}
$$

Характеристики массы и формы судна вычисляются следующим образом:

$$
\left.
\begin{aligned}
D &= \rho g V = \sum_{m=0}^{20} P_m;\\
x_g &= (\rho g V)^{-1} \sum_{m=0}^{20} x_m P_m;\\
x_f &= S^{-1}\,\Delta L \sum_{m=0}^{20} x_m b_m;\\
S &= \Delta L \sum_{m=0}^{20} b_m;\\
I_{yy} &= g^{-1} \left[\sum_{m=0}^{20} x_m^2 P_m - x_g^2 D \right];\\
I_{\psi} &= \Delta L \sum_{m=0}^{20} b_m x_m^2 + x_g^2 S - 2 x_f x_g S.
\end{aligned}
\right\}
\qquad \text{(IV.68)}
$$

При расчете характеристик судна по формулам для x_g и I_{yy} используется правило прямоугольника, где

$$x_m = \Delta L\,(9{,}5 - m). \qquad (IV.69)$$

При расчете характеристик ватерлинии по формулам для x_f, S, I_ψ применяется правило трапеций, во всех остальных формулах суммирование ведется по правилу прямоугольников, в обоих случаях

$$x_m = \Delta L\,(10 - m). \qquad (IV.70)$$

При выполнении расчетов качки с помощью ЭВМ целесообразно учитывать дополнительные рекомендации.

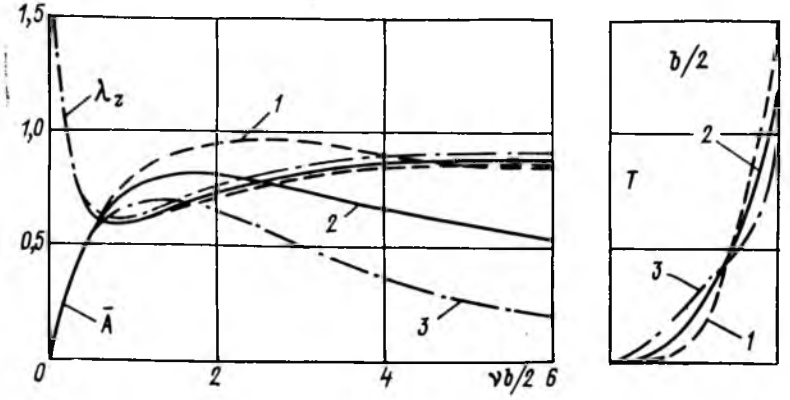


Рис. IV.4. Типичная зависимость коэффициента присоединенной массы λ^*_{33} и относительной амплитуды излучаемых волн $\bar{A}$ от частоты при вертикальных колебаниях шпангоутного контура с параметрами $2T/B = 1$, $\beta_m = \pi/4$ и различным распределением площади по осадке.

1, 2, 3 — номера шпангоутов.

Для определения присоединенной массы λ^*_{33} и коэффициента демпфирования μ^*_{33} для каждого теоретического шпангоута задаются следующие безразмерные параметры их формы:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{2T}{b_m};\quad \mathring{\rho}_m = \frac{\sigma_m}{b_m T_m};\quad \bar{z} = \frac{z_m}{T_m};\\ &0{,}5\nu b_m = \omega_к^2\,(b_m/2g), \end{aligned}\right\} \qquad (IV.71)$$

где $z_m = \dfrac{2}{\sigma_m}\displaystyle\int_0^{T_m} z y_m(z)\,dz$; $y_m(z)$ — ординаты контура шпангоута;

$$\lambda^*_{33} = 0{,}125\rho\pi b_m^2\,(c\lambda^0)_m; \qquad (IV.72)$$

$$\mu^*_{33} = \rho g^2 \bar{A}_m^2 \omega_к^{-3}. \qquad (IV.73)$$

Здесь $\nu b_m/2$ — безразмерная частота качки; $c = 8\lambda_{33}(\infty)/\rho\pi b_m^2$ — асимптотическое значение коэффициента присоединенной массы $\lambda^*_{33}(\omega_к)$ при $\omega_к \to \infty$; $\lambda^0 = \lambda^*_{33}(\omega_к)/\lambda^*_{33}(\infty)$ — безразмерная присоединенная масса шпангоута при частоте $\omega_к$; $\bar{A}_m$ — отношение амплитуды волн, возникающих при вертикальных колебаниях контура шпангоута, на бесконечном удалении от контура к амплитуде его колебаний.

Типичные результаты, относящиеся к зависимостям $\lambda^0(\omega_к)$ и $\bar{A}(\omega_к)$, показаны на рис. IV.4, где изображены три контура с одинаковыми параметрами $2T/b = 1$; $\beta_m = \pi/4$, один из которых представляет собой окружность. Графики показывают,

что вертикальное распределение площади шпангоута традиционного типа слабо влияет на коэффициент присоединенной массы, асимптотическое значение которого равно 1. Амплитуда волн, вызванных колебаниями контура, наоборот, сильно зависит от его формы при постоянных значениях параметров $2T/b$ и β_0. С увеличением угла наклона контура шпангоута вблизи ватерлинии волнообразование и обусловленное им демпфирование существенно возрастают.

Коэффициенты $(c\lambda^0)_m$ и $\overline{A}_m$ находят методом линейной интерполяции по узловым точкам таблиц или графиков [78, 117, 148].

В том случае, когда какие-либо безразмерные параметры сечения выходят за рамки таблиц, этим параметрам приписываются соответствующие крайние табличные значения, соответственно крайние табличные значения принимаются и для коэффициента $(c\lambda^0)_m$, а также для коэффициента $\overline{A}_m$ при больших значениях частотного параметра $\nu b_m/2$. При малых значениях $\nu b_m/2$ коэффициент $\overline{A}_m$ определяется путем экстраполяции по формуле

$$\overline{A}_m = \overline{A}_m(T)\left[\frac{\nu b_m}{2}(T)\right]^{-1}\left(\frac{\nu b_m}{2}\right)_{\text{р}}, \qquad \text{(IV.74)}$$

где $0{,}5\nu b_m(T)$, $\overline{A}_m(T)$ — крайние табличные значения указанных величин; $(0{,}5\nu b_m)_{\text{р}}$ — расчетное значение параметра.

При отсутствии данных по распределению масс судна в исходной информации должны содержаться числа D, x_g и I_{yy}.

Если в массивах b_m, T_m, σ_m имеются нулевые значения (например, для 0-го и 20-го теоретических шпангоутов), то в таблицу исходных данных вместо фактических нулевых значений необходимо ввести приведенные значения b_m^*, T_m^*, σ_m^*, равные 0,01.

Расчетные формулы учитывают, что при распределении масс по теоретическим шпациям масса, находящаяся в корму от 20-го теоретического шпангоута, относится к 21-й теоретической шпации.

Составляющие возмущающих сил для продольной качки вычисляются по формулам (IV.54)—(IV.58).

Коэффициент $\varkappa_2$ вычисляется по контуру половины m-го теоретического шпангоута, который задается таблицей функции $y_m(z)$. Таблица представляется во второй связанной системе $Oxyz$ массивом $y_m(z) = zy(m, n)$ для n ватерлиний (обычно $6 \leqslant n \leqslant 12$) с произвольным шагом.

В практических расчетах при заданных значениях скорости судна и курсового угла амплитудно-частотные характеристики килевой и вертикальной качки вычисляются для 20—30 значений частоты $\omega = \omega_L\omega^*$, где $\omega_L = \sqrt{2\pi g/L}$ — характерная частота; ω^* — безразмерная частота, которая изменяется от 0,58 до 1,83 с интервалом 0,04—0,05. Если при некотором сочетании v и β кажущаяся частота волны $\omega_{\text{к}} = 0$, то слагаемые, содержащие $\omega_{\text{к}}$, в формулах (IV.54)—(IV.58), (IV.67), (IV.73) также считаются равными нулю. При очень малых значениях $\omega_{\text{к}}$ в окончательном результате амплитудно-частотные характеристики продольной качки имеют конечные значения.

Для сокращения записи вводятся дополнительные обозначения коэффициентов уравнений килевой и вертикальной качки (табл. IV.1), а также изменяются обозначения возмущающих сил, определяемых формулами (IV.54)—(IV.58):

$$\zeta_A\alpha_3 = F_1;\ \zeta_A\beta_3 = F_2;\ \zeta_A\alpha_5 = M_1;\ \zeta_A\beta_5 = M_2. \qquad \text{(IV.75)}$$

Таблица IV.1. **Коэффициенты уравнений килевой и вертикальной качки**

mn	A_{mn}	B_{mn}	C_{mn}
33	a_{11}	b_{11}	c_{11}
35	a_{12}	b_{12}	c_{12}
53	a_{21}	b_{21}	c_{21}
55	a_{22}	b_{22}	c_{22}

С учетом этих обозначений уравнения (IV.60), (IV.61), описывающие движение судна в продольной плоскости симметрии, представляются в следующем виде:

$$a_{11}\ddot{\zeta}_g + b_{11}\dot{\zeta}_g + c_{11}\zeta_g + a_{12}\ddot{\psi} + b_{12}\dot{\psi} + c_{12}\psi = (F_1 - iF_2)\exp i\omega_к t; \qquad (IV.76)$$

$$a_{22}\ddot{\psi} + b_{22}\dot{\psi} + c_{22}\psi + a_{21}\ddot{\zeta}_g + b_{21}\dot{\zeta}_g + c_{21}\zeta_g = (M_1 - iM_2)\exp i\omega_к t. \qquad (IV.77)$$

Выразив частные решения системы дифференциальных уравнений продольной качки, соответствующие установившимся колебаниям на регулярном волнении, в комплексной форме

$$\zeta_g = \zeta_{g_0}\exp i\omega_к t;\ \psi = \psi_0 \exp i\omega_к t, \qquad (IV.78)$$

где $\zeta_{g0} = \zeta_1 + i\zeta_2$; $\psi_0 = \psi_1 + i\psi_2$, получают следующие выражения для амплитуд синусной и косинусной составляющих:

$$\zeta_1 = \frac{a_0c_0 + b_0d_0}{a_0^2 + b_0^2};\quad \zeta_2 = \frac{a_0d_0 - b_0c_0}{a_0^2 + b_0^2}; \qquad (IV.79)$$

$$\psi_1 = \frac{a_0f_0 + b_0h_0}{a_0^2 + b_0^2};\quad \psi_2 = \frac{a_0h_0 - b_0f_0}{a_0^2 + b_0^2}. \qquad (IV.80)$$

Здесь

$$\left.\begin{aligned}
a_0 &= \left(c_{11} - a_{11}\omega_к^2\right)\left(c_{22} - a_{22}\omega_к^2\right) - \left(c_{12} - a_{12}\omega_к^2\right)\left(c_{21} - a_{21}\omega_к^2\right) - \\
&\quad - \left(b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}\right)\omega_к^2;\\
b_0 &= \left[\left(c_{11} - a_{11}\omega_к^2\right)b_{22} + \left(c_{22} - a_{22}\omega_к^2\right)b_{11} - \left(c_{12} - a_{12}\omega_к^2\right)b_{21} - \right.\\
&\quad \left. - \left(c_{21} - a_{21}\omega_к^2\right)b_{12}\right]\omega_к;\\
c_0 &= \left(c_{22} - a_{22}\omega_к^2\right)F_1 - \left(c_{12} - a_{12}\omega_к^2\right)M_1 + \left(b_{22}F_2 - b_{12}M_2\right)\omega_к;\\
d_0 &= -\left(c_{22} - a_{22}\omega_к^2\right)F_2 + \left(c_{12} - a_{12}\omega_к^2\right)M_2 + \left(b_{22}F_1 - b_{12}M_1\right)\omega_к;\\
f_0 &= \left(c_{11} - a_{11}\omega_к^2\right)M_1 - \left(c_{21} - a_{21}\omega_к^2\right)F_1 + \left(b_{11}M_2 - b_{21}F_2\right)\omega_к;\\
h_0 &= -\left(c_{11} - a_{11}\omega_к^2\right)M_2 + \left(c_{21} - a_{21}\omega_к^2\right)F_2 + \left(b_{11}M_1 - b_{21}F_1\right)\omega_к.
\end{aligned}\right\} \qquad (IV.81)$$

Использование метода комплексных амплитуд позволяет производить расчет качки, не решая системы четырех алгебраических уравнений, что приводит к значительному уменьшению объема вычислительной работы.

На основании (IV.78) качка судна определяется выражениями

$$\left.\begin{aligned}
\zeta_g &= \zeta_1\cos\omega_к t - \zeta_2\sin\omega_к t;\\
\psi &= \psi_1\cos\omega_к t - \psi_2\sin\omega_к t,
\end{aligned}\right\} \qquad (IV.82)$$

или

$$\zeta_g = \zeta_{g0}\cos(\omega_к t - \varepsilon_\zeta);\ \psi = \psi_0\cos(\omega_к t - \varepsilon_\psi); \qquad (IV.83)$$

$$\zeta_{g0} = \sqrt{\frac{c_0^2 + d_0^2}{a_0^2 + b_0^2}};\quad \psi_0 = \sqrt{\frac{f_0^2 + h_0^2}{a_0^2 + b_0^2}}; \qquad (IV.84)$$

$$\varepsilon_\zeta = \operatorname{arctg}(-\zeta_2/\zeta_1);\ \varepsilon_\psi = \operatorname{arctg}(-\psi_2/\psi_1); \qquad (IV.85)$$

$$\left.\begin{aligned}
\sin\varepsilon_\zeta &= -\zeta_2/\zeta_{g0};\quad \cos\varepsilon_\zeta = \zeta_1/\zeta_{g0};\\
\sin\varepsilon_\psi &= -\psi_2/\psi_0;\quad \cos\varepsilon_\psi = \psi_1/\psi_0.
\end{aligned}\right\} \qquad (IV.86)$$

Угловая четверть устанавливается в зависимости от знаков числителя и знаменателя формул (IV.85), т. е. по знаку синуса и косинуса в формулах (IV.86).

Выражения (IV.81)—(IV.86) позволяют определить амплитудно-частотные и фазово-частотные характеристики вертикальной и килевой качки судна при движении на волнении. Для этого в формулах (IV.82) следует рассматривать волну с единичной амплитудой, т. е. считать $\zeta_A = 1$.

При расчете качки на ЭВМ метод комплексных амплитуд оказывается неудобным, и величины $\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2$ следует определять на основании решения системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&\left(c_{11}-a_{11}\omega_к^2\right)\zeta_1-b_{11}\omega_к\zeta_2+\left(c_{12}-a_{12}\omega_к^2\right)\psi_1-b_{12}\omega_к\psi_2=F_1;\\
&b_{11}\omega_к\zeta_1+\left(c_{11}-a_{11}\omega_к^2\right)\zeta_2+b_{12}\omega_к^2\psi_1+\left(c_{12}-a_{12}\omega_к^2\right)\psi_2=-F_2;\\
&\left(c_{21}-a_{21}\omega_к^2\right)\zeta_1-b_{21}\omega_к\zeta_2+\left(c_{22}-a_{22}\omega_к^2\right)\psi_1-b_{22}\omega_к\psi_2=M_1;\\
&b_{12}\omega_к\zeta_1+\left(c_{21}-a_{21}\omega_к^2\right)\zeta_2+b_{22}\omega_к\psi_1+\left(c_{22}-a_{22}\omega_к^2\right)\psi_2=-M_2.
\end{aligned}\right\}\qquad\text{(IV.87)}$$

Форма представления частотных характеристик продольной качки отличается от формы, использованной при рассмотрении качки судна, расположенного лагом к волне. Однако по существу обе формы совпадают. Графики зависимости относительных амплитуд продольной качки от частоты волны также представляют собой

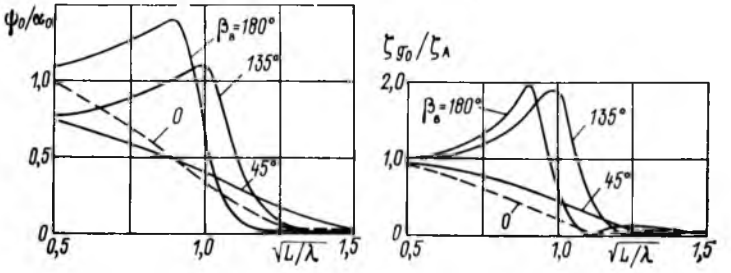


Рис. IV.5. Зависимость относительных амплитуд продольной качки от длины волны для контейнеровоза при Fr = 0,28.

резонансные кривые. Но для продольной качки эти кривые имеют существенные отличия, обусловленные тем, что положение максимума по оси частот зависит от скорости судна вследствие изменения периода возмущений силы, а величина амплитуд в зоне резонанса существенно зависит от относительной длины волны λ/L.

При очень малой скорости судна резонанс наблюдается на относительно коротких волнах длиной $\lambda = (0{,}3 \div 0{,}5)\ L$, так как собственные периоды килевой и вертикальной качки малы. Уменьшение длины волны приводит к такому сильному уменьшению возмущающих сил, что относительные амплитуды качки, несмотря на развитие резонанса, оказываются значительно меньше единицы. С увеличением скорости судна наблюдается смещение максимума относительных амплитуд в сторону низких частот и интенсивное увеличение амплитуд в зоне резонанса, обусловленное, главным образом, увеличением возмущающих сил с ростом относительной длины волны. При $\lambda/L = 1 \div 2$ в зоне резонанса относительные амплитуды продольной качки могут достигать величины 1,5—2. Изложенное иллюстрируется графиками на рис. IV.5, которые свидетельствуют также о том, что рассматриваемые характеристики качки существенно зависят от угла встречи волны.

Для судна, симметричного относительно плоскости мидель-шпангоута, $x_f = x_g = \lambda_{35} = \mu_{35} = 0$, поэтому система уравнений упрощается:

$$(M+\lambda_{33})\ddot{\zeta}_g+\mu_{33}\dot{\zeta}_g+\rho gS+v\lambda_{33}\dot{\psi}+v\mu_{33}\psi=P_3\exp i\omega_к t;\qquad\text{(IV.88)}$$

$$\left(I_{yy}+\lambda_{55}\right)\ddot{\psi}+\left(\mu_{55}+v^2\omega_к^{-2}\mu_{33}\right)\dot{\psi}+\left(\rho gI_\psi-v^2\lambda_{33}\right)\psi-$$
$$-v\lambda_{33}\dot{\zeta}_g-v\mu_{33}\zeta_g=P_5\exp i\omega_к t.\qquad\text{(IV.89)}$$

Из уравнений видно, что при наличии хода килевая и вертикальная качки симметричного судна сохраняют связь за счет сил гидродинамического взаимодействия и определяются только в результате решения системы уравнений.

таний за пределы обследованного диапазона относительных длин волн исходя из физических условий для относительных амплитуд качки:

$$u_0/x_0 = 0 \text{ при } \lambda/L < 0{,}15 \div 0{,}3; \; u_0/x_0 = 1 \text{ при } \lambda/L > 3.$$

В заключение отметим, что для двух динамически подобных судов при одинаковых значениях числа Фруда и угла $\beta_в$ частотные характеристики для процесса $u(t)$ совпадают, если в качестве аргумента рассматривают безразмерную частоту ω/ω_u, где ω_u — собственная частота судна при колебаниях по координате u, или относительную длину волны λ/L. Нередко вместо собственной частоты используют другую характерную величину, например для продольной качки ω_L — частоту волны длиной L, что приводит к безразмерной частоте

$$\omega^* = \frac{\omega}{\omega_L} = \sqrt{\frac{L}{\lambda}}. \qquad \text{(IV.96)}$$

В рассматриваемом случае относительные амплитуды обоих судов будут одинаковы при различных значениях частоты, между которыми при использовании в качестве критерия подобия числа Фруда существует связь $\omega_2 = \sqrt{m}\omega_1$, где $m = L_1/L_2$ — линейный масштаб судов. Этот прием используется для определения частотных характеристик качки судна по данным прототипа или модели.

§ 28. СОБСТВЕННЫЕ И ПАРЦИАЛЬНЫЕ ЧАСТОТЫ КАЧКИ

Рассматривая килевую и вертикальную качку судна как колебания с одной степенью свободы, находят соответствующие парциальные частоты, которые в теории качки традиционно используются для определения периодов свободных колебаний при продольной качке. Из структуры изолированных уравнений продольной качки следует, что отношения $\rho g V H_0/(I_{yy} + \lambda_{55})$ и $\rho g S/(M + \lambda_{33})$ определяют частоты свободных колебаний при килевой и вертикальной качке

$$\omega_\psi = \sqrt{\rho g V H_0/(I_{yy} + \lambda_{55})} \text{ с}^{-1}; \; \omega_\zeta = \sqrt{\rho g S/(M + \lambda_{33})} \text{ с}^{-1}. \qquad \text{(IV.97)}$$

Общее выражение для момента инерции массы судна относительно центральной поперечной оси Gy имеет вид

$$I_{yy} = \int_M (x^2 + z^2)\, dM, \qquad \text{(IV.98)}$$

где x, z — координаты масс dM.

Для обычных морских судов $x^2 \gg z^2$, и практические расчеты производят по формуле

$$I_{yy} = 1{,}01 \int_{(M)} x^2\, dM. \qquad \text{(IV.99)}$$

При известном распределении массы судна по длине корпуса

$$I_{yy} = 1{,}01 g^{-1} \Delta L \sum_{(i)} x_i^2 p_i, \qquad \text{(IV.100)}$$

где p_i — ордината массовой нагрузки на единицу длины; ΔL — длина отсека, принятая при распределении масс; x_i — отстояние ЦТ отсека от ЦТ судна.

Для приближенных расчетов используются формулы

$$I_{yy} = 0{,}07\, \alpha g^{-1} DL^2; \qquad \text{(IV.101)}$$

где α — коэффициент полноты грузовой ватерлинии;

$$I_{yy} = \rho_{yy}^2 g^{-1} DL^2, \qquad \text{(IV.102)}$$

где $\rho_{yy} = 0{,}22 \div 0{,}25$ — радиус инерции судна.

Присоединенные массы и моменты инерции в первом приближении считаются равными M и I_{yy} соответственно.

Полагая, что среднее значение коэффициента вертикальной полноты судов и продольная метацентрическая высота равны $\chi = 0{,}75$, $H_0 = \alpha L^2/(14T\chi)$, получают широко применяемые приближенные формулы для периодов свободных колебаний

$$\tau_\psi = 2\pi/\omega_\psi = 2{,}4\sqrt{T}; \quad \tau_\zeta = 2\pi/\omega_\zeta = 2{,}5\sqrt{T}, \qquad (IV.103)$$

где T — осадка судна, м; τ_ψ, τ_ζ — периоды, с.

Численные значения периодов τ_ψ и τ_ζ мало отличаются, что хорошо известно из морской практики. Приближенный характер формул (IV.103) определяется не только упрощающими допущениями, принятыми при их выводе, но также и зависимостью присоединенных масс от частоты колебаний, что, строго говоря, предполагает применение последовательных приближений при использовании формул (IV.97).

Известно, что в системе, описываемой уравнениями (IV.60), (IV.61), возможность возникновения свободных гармонических колебаний (при отсутствии демпфирования), как и возможность резонансных колебаний, связана не с парциальными частотами, а с так называемыми собственными частотами, которые отличны от частот парциальных систем и только стремятся к ним, когда связь этих систем стремится к нулю [82]. Для системы (IV.60, IV.61) собственные частоты определяются уравнением

$$(\beta_{11}\lambda^2 + \varepsilon_{11}\lambda + \alpha_{11})(\beta_{22}\lambda^2 + \varepsilon_{22}\lambda + \alpha_{22}) - (\beta_{12}\lambda^2 + \varepsilon_{12}\lambda + \alpha_{12})^2 = 0, \qquad (IV.104)$$

которое имеет в общем случае четыре корня: $\lambda_{1,2} = -\delta_1 \pm i\omega_1$; $\lambda_{3,4} = -\delta_2 \pm i\omega_2$. В этом случае свободные колебания системы являются затухающими: каждая координата совершает затухающие колебания с двумя частотами ω_1 и ω_2 и с двумя коэффициентами затухания δ_1 и δ_2 соответственно. Определение собственных частот на основании решения уравнения (IV.104) представляет сложную задачу, поэтому обычно ее решают приближенными приемами. К существенному упрощению приводит предположение об отсутствии демпфирования.

Уравнения движения системы имеют вид

$$\beta_{11}\ddot{x}_1 + \beta_{12}\ddot{x}_2 + \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 = 0; \quad \beta_{12}\ddot{x}_1 + \beta_{22}\ddot{x}_2 + a_{12}x_1 + \alpha_{22}x_2 = 0. \quad (IV.105),$$

Члены с α_{12} и β_{12} характеризуют связь между системами, которая определяется безразмерными коэффициентами инерционной и упругой связи

$$\gamma_1^2 = \frac{\beta_{12}^2}{\beta_{11}\beta_{22}}; \quad \gamma_2^2 = \frac{\alpha_{12}^2}{\alpha_{11}\alpha_{22}}. \qquad (IV.106)$$

Из энергетических соотношений вытекает, что $\gamma_1 < 1$; $\gamma_2 < 1$. Если $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$, то системы изолированы, и процессы колебаний в системах происходят независимо. Из уравнений (IV.105) видно, что парциальные частоты $n_1 = \sqrt{\alpha_{11}/\beta_{11}}$, $n_2 = \sqrt{\alpha_{22}/\beta_{22}}$.

Уравнение для определения собственных частот ω_1 и ω_2 имеет вид

$$(\beta_{11}\beta_{22} - \beta_{12}^2)\,\omega^4 - (\alpha_{11}\beta_{22} + \alpha_{22}\beta_{11} - 2\alpha_{12}\beta_{12})\,\omega^2 + \alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2 = 0. \quad (IV.107)$$

Корни уравнения ω_1 и ω_2 всегда действительны, и парциальные частоты лежат между ними, т. е. высшая собственная частота системы выше большей парциальной, а низшая собственная частота ниже меньшей парциальной частоты. Резонанс будет в том случае, если частота внешней силы равна одной из собственных частот системы — ω_1 или ω_2. Связь между собственными и парциальными частотами имеет наиболее простую форму при равенстве парциальных частот. Если $n^2 = \alpha_{11}/\beta_{11} = \alpha_{22}/\beta_{22}$, то с учетом обозначений (IV.106)

$$\omega_1^2 = n^2\frac{1+\gamma_2}{1+\gamma_1}; \quad \omega_2^2 = n^2\frac{1-\gamma_2}{1-\gamma_1}. \qquad (IV.108)$$

Увеличение инерционной связи γ_1 ведет к понижению ω_1 и к увеличению ω_2, увеличение упругой связи γ_2 производит обратное действие.

Степень взаимного влияния колебаний по двум различным координатам определяется коэффициентом связанности, который для системы с упругой связью имеет вид

$$\sigma = \gamma_2\frac{2n_1n_2}{|n_1^2 - n_2^2|}. \qquad (IV.109)$$

Выражение (IV.109) показывает, что малые силы связи оказывают существенное влияние на рассматриваемые процессы, если парциальные частоты близки друг к другу.

НЕРЕГУЛЯРНАЯ КАЧКА И КИНЕМАТИКА СУДНА НА ВОЛНЕНИИ

§ 29. УРАВНЕНИЯ НЕРЕГУЛЯРНОЙ КАЧКИ. СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ И ПСЕВДОСПЕКТР КАЧКИ

Качка судна, движущегося с постоянной скоростью в условиях волнения произвольного характера, в линейном приближении описывается системой уравнений

$$P_{11}^m + P_{12}^m + P_{13}^m + P_{21}^m + \cdots + P_{63}^m + P_m = 0. \qquad (V.1)$$

Здесь P_m — проекции возмущающих сил или моментов на оси системы координат, используемой при составлении уравнений движения; P_{j1}^m, P_{j2}^m, P_{j3}^m при $j = m$ — проекции соответственно сил инерционной, неинерционной природы и сил, обусловленных j-м видом перемещения; P_{j1}^m, P_{j2}^m, P_{j3}^m при $j \neq m$ — проекции сил, обусловленных влиянием кинематических характеристик j-го колебания судна на m-й вид его колебаний; $j = 1$ — горизонтальные продольные колебания судна; $j = 2$ — горизонтальные поперечные колебания судна, $j = 3$ — вертикальная качка; $j = 4$ — бортовая качка; $j = 5$ — килевая качка; $j = 6$ — рыскание.

Процессы волнения и качки судна часто трактуются с позиций метода огибающей, т. е. представляются в виде модулированных случайным образом по амплитуде и частоте колебаний. Подобный подход приводит к распространению установленной в гидродинамической теории качки зависимости коэффициентов уравнений, а также редукционных коэффициентов возмущающих сил от частоты гармонических колебаний на случай нерегулярного волнения. Поскольку при таком волнении частота процесса меняется от одного колебания к другому, оказываются зависящими от времени и коэффициенты уравнения рассматриваемого вида качки. На основе (V.1) в [16] получена система линейных уравнений с переменными коэффициентами

$$\sum_{j=1}^{j=6} a_{jm}(t)\,\ddot{q}_j(t) + b_{jm}(t)\dot{q}_j(t) + c_{jm}(t)q_j(t) = P_{m0}(t)\,s_{m0}(t)\exp i\,[\Omega_{\zeta\text{к}}(t)\,t], \qquad (V.2)$$

$$m = 1\ .\ .\ .\ 6,$$

где q_j — координата, характеризующая рассматриваемый вид качки; $a_{jm}(t)$, $b_{jm}(t)$, $c_{jm}(t)$ — коэффициенты уравнения; $P_{m0}(t)$ — амплитуда возмущающей силы; $s_{m0}(t)$ — амплитуда кинематической характеристики процесса волнения, определяющей данную категорию возмущающих сил; $\Omega_{\zeta\text{к}}(t)$ — частота встречи связанной с судном системы координат с нерегулярным волновым профилем.

Параметры уравнений (V.2) являются медленно меняющимися случайными функциями времени; каждый из них может быть представлен в виде своего среднего значения и случайной составляющей с нулевым математическим ожиданием. Применительно к тем или иным видам качки ряд коэффициентов в (V.2) может быть независимым от частоты или тождественно равным нулю.

Связывая структуру уравнений (V.2) с особенностями описания поведения судна на волнении, следует иметь в виду, что взволнованная жидкость вместе с плавающим на ее поверхности телом относится к категории динамических систем с распределенными параметрами. Характерная особенность таких систем состоит в том, что функции, описывающие их поведение, зависят не только от времени, но и от координат пространства. При составлении уравнения движения судна как твердого тела указанное обстоятельство является существенным; оно приводит, в частности, к необходимости учета влияния свободной поверхности на гидродинамические характеристики корпуса судна и неоднородности действующего на судно волнового потока. В теории качки судов на регулярном волнении с этой целью принимается во внимание зависимость коэффициентов уравнений от частоты гармонических колебаний, а также вводятся редукционные коэффициенты при определении возмущающих сил или используется метод плоских сечений. Разумеется, что отмеченная выше особенность

динамической системы «жидкость — судно» имеется и при качке на нерегулярном волнении, а структура уравнений (V.2) отражает свойства взволнованной жидкости как сплошной среды со свободной поверхностью [16].

Каждое из уравнений в (V.2) является линейным и может быть записано в операторной форме

$$L(p, t)\, q(t) = f(t). \tag{V.3}$$

В общем случае поведение динамических систем, описываемое линейным оператором (V.3), характеризуется зависящей от времени передаточной функцией или импульсной переходной функцией, свойства которой нестационарны. Из существования (V.3) следует правомерность использования спектрального метода для описания в линейной постановке нерегулярной качки судна.

В условиях регулярного волнения параметры уравнений (V.2) принимают постоянные для фиксированной частоты колебаний значения. Последнее обстоятельство и дает возможность использовать для описания и расчетов колебаний судна спектральный метод в том виде, в каком он широко применяется в теории качки и позволяет учесть изменения параметров уравнения при переходе от одной спектральной частоты к другой.

Исходными для суждения о колебаниях судна на нерегулярном волнении служат данные о спектральном составе морских волн и частотных характеристиках различных видов качки, приведенные в гл. IV первого раздела т. 1 и гл. III и IV второго раздела т. 2. На основе спектрального метода такие сведения позволяют получить все необходимые для практических приложений вероятностные характеристики движения судна, вызванного волнами.

Качка судна без хода. Процесс трехмерного нерегулярного волнения в начале неподвижной в пространстве системы координат (см. рис. III.1) представляется спектральным разложением

$$\zeta_{\text{в}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{i\omega t}\, d\zeta(\vartheta, \omega), \tag{V.4}$$

где $d\zeta(\vartheta, \omega)$ — случайная комплексная амплитуда элементарной гармонической составляющей.

Если процесс качки судна $u(t)$, уподобляемого линейной динамической системе, записывается в форме спектрального разложения, учитывающей воздействие волновых составляющих различных направлений:

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{i\omega t}\, du(\vartheta, \omega), \tag{V.5}$$

то для спектральной амплитуды качки справедливо следующее выражение:

$$du(\vartheta, \omega) = \Phi_u(\beta_{\text{в}}, \vartheta, \omega)\, d\zeta(\vartheta, \omega). \tag{V.6}$$

Передаточная функция $\Phi_u(\beta_{\text{в}}, \vartheta, \omega)$ характеризует реакцию судна, расположенного с курсовым углом $\beta_{\text{в}}$ по отношению к генеральному направлению бега волн, на гармоническое возмущение в виде двухмерной волны, распространяющейся под углом ϑ. Таким образом курсовой угол судна по отношению к системе двухмерных волн составляет величину $\beta_{\text{в}} - \vartheta$.

Спектральная плотность колебаний судна, вызванных системой двухмерных нерегулярных волн, определяется выражением

$$S_{1u}(\beta_{\text{в}}, \vartheta, \omega) = |\Phi_u(\beta_{\text{в}}, \vartheta, \omega)|^2 S_{1\zeta}(\vartheta, \omega). \tag{V.7}$$

Формула (V.7) широко используется при расчетах качки судов, а также других процессов, вызванных действием морского волнения. В теории качки метод расчета колебаний судна, основанный на соотношении (V.7), называется спектральным.

Для процесса качки в целом спектральная плотность представляет собой результат интегрирования (V.7) по всем возможным направлениям волновых систем

$$S_{1u}(\beta_{\text{в}}, \omega) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\Phi_u(\beta_{\text{в}}, \vartheta, \omega)|^2 S_{1\zeta}(\vartheta, \omega)\, d\vartheta. \tag{V.8}$$

$$\Phi_u = |\Phi_u| e^{i\varphi},$$

при этом ее модуль представляет собой амплитудно-частотную характеристику, которая равна отношению амплитуды выходного процесса к амплитуде поступающего на вход линейной динамической системы гармонического колебания (см. гл. III, IV второго раздела). Величина φ определяет фазу вынужденных колебаний по отношению к возмущению. В том случае, если процесс на выходе динамической системы при гармонических колебаниях с амплитудой u_0 записывается в виде $u(t) = u_0 e^{i(\omega t - \varepsilon_u)}$, то $\varphi = -\varepsilon_u$.

С помощью спектральной плотности (V.8) определяется мера интенсивности процесса качки — дисперсия величины $u(t)$:

$$D_u = \int_0^\infty S_u(\beta_в, \omega)\, d\omega = \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\Phi_u(\beta_в, \vartheta, \omega)|^2 S_\zeta(\vartheta, \omega)\, d\vartheta\, d\omega, \qquad (V.9)$$

а также ее производной n-го порядка

$$D_u^{(n)} = \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \omega^{2n} |\Phi_u(\beta_в, \vartheta, \omega)|^2 S_\zeta(\vartheta, \omega)\, d\vartheta\, d\omega. \qquad (V.10)$$

Следует иметь в виду, что в (V.9) и (V.10) спектральные плотности $S_u(\beta_в, \omega) = 2S_{1u}(\beta_в, \omega)$; $S_\zeta(\vartheta, \omega) = 2S_{1\zeta}(\vartheta, \omega)$ определены в интервале положительных значений частоты ω в отличие от функций S_{1u} и $S_{1\zeta}$, которым соответствует диапазон частот от $-\infty$, до ∞.

Дисперсия нерегулярной качки является ее важнейшей характеристикой, на основе которой производится вероятностная оценка амплитуд колебаний судна.

Качка судна, имеющего ход. Наличие хода судна приводит к изменению частоты встречи волны в зависимости от курсового угла и скорости его движения. Вычисление спектра качки движущегося судна сопряжено с необходимостью производить дополнительные расчеты, особенно громоздкие для случая трехмерного волнения [143]. Если конечной целью расчетов является определение статистических характеристик качки, эти трудности можно обойти, используя введенное А. И. Вознесенским понятие о псевдоспектре.

Для псевдоспектра процесса качки судна, вызванной действием системы двухмерных волн, справедливо соотношение [16]:

$$S_u^*(\beta_в, \vartheta, \omega, v) = |\Phi_u(\beta_в, \vartheta, \omega, v)|^2 S_\zeta(\vartheta, \omega), \qquad (V.11)$$

где, в отличие от (V.7), передаточная функция зависит от скорости судна v.

Аналогично (V.8) псевдоспектр качки на трехмерном волнении определится как результат действия волновых систем с различным направлением распространения

$$S_u^*(\beta_в, \omega, v) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} S_u^*(\beta_в, \vartheta, \omega, v)\, d\vartheta. \qquad (V.12)$$

Подчеркнем отличие псевдоспектра от спектральной плотности процесса, которая может быть непосредственно получена путем его спектрального анализа и которая характеризует распределение энергии колебаний по частотам, относящимся к связанной с движущимся судном системе координат.

Дисперсия процесса качки судна на ходу определяется интегрированием псевдоспектра

$$D_u = \int_0^\infty S_u^*(\beta_в, \omega, v)\, d\omega = \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\Phi_u(\beta_в, \vartheta, \omega, v)|^2 S_\zeta(\omega, \vartheta)\, d\vartheta\, d\omega. \qquad (V.13)$$

$$D_{u(n)} = \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \omega_{\text{к}}^{2n} S_u^{*} (\beta_{\text{в}}, \vartheta, \omega, v)\, d\vartheta\, d\omega, \qquad (V.14)$$

где $\omega_{\text{к}} = \omega - \frac{\omega^2}{g} v \cos(\beta_{\text{в}} - \vartheta)$ — кажущаяся частота.

В случае, когда возникает необходимость в определении взаимной корреляционной функции двух процессов — $u_1(t)$ и $u_2(t)$, описывающих колебания судна на волнении, она может быть получена на основе использования соответствующих псевдоспектров и фазовых характеристик [16]:

$$R_{u_1 u_2}(\tau) = \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sqrt{S_{u_1}^{*} (\beta_{\text{в}}, \vartheta, \omega, v)\, S_{u_2}^{*} (\beta_{\text{в}}, \vartheta, \omega, v)} \times$$
$$\times \cos[\varepsilon_{u_2} - \varepsilon_{u_1} + \omega_{\text{к}}\tau]\, d\vartheta\, d\omega, \qquad (V.15)$$

где τ — сдвиг по времени между процессами $u_1(t+\tau)$ и $u_2(t)$.

Выражение (V.15) при $\tau = 0$ дает возможность получить корреляционный (смешанный) момент $R_{u_1 u_2}$ между любыми двумя видами качки или величинами, линейно связанными с колебаниями судна.

Приведенные в настоящем параграфе соотношения позволяют получить спектральные характеристики и дисперсии процессов качки судна в условиях трехмерного нерегулярного волнения. Если указанные характеристики должны быть определены на двухмерном волнении, угол ϑ должен быть исключен из рассмотрения, и вместо спектральной плотности волнения $S_\zeta(\vartheta, \omega)$ следует использовать одномерный спектр $S_\zeta(\omega)$.

§ 30. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧКИ

В условиях установившегося нерегулярного волнения любой вид колебаний судна, вызванный действием волн при неизменном режиме его движения, представляет собой стационарную случайную функцию времени. В обычных эксплуатационных условиях мгновенные значения перемещений судна считаются распределенными по закону Гаусса. Сказанное относительно закона распределения не может быть распространено без дополнительного анализа на особые режимы плавания судна (например, условия разрушающегося волнения, экстремальные волновые режимы и т. п.).

При расчетах качки, как правило, средние значения колебаний судна под действием волн принимаются равными нулю, т. е. качка считается симметричной. В тех случаях, когда колебания оказываются асимметричными, под качкой понимают перемещения судна по отношению к наблюдаемому среднему значению (например, по отношению к углу статического крена судна).

Таким образом, для любого вида качки $u(t)$ считается справедливой плотность вероятности в виде

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_u}} e^{-u^2/2D_u} \qquad (V.16)$$

с единственным параметром — дисперсией D_u.

Распределение (V.16) справедливо и для любой производной процесса $u(t)$, в том числе скорости и ускорения. При этом вместо параметра D_u должна фигурировать дисперсия рассматриваемой производной.

При определении амплитуд и размахов качки, как и для процесса волнения, необходимо условиться относительно того, будут ли приниматься во внимание так называемые «вторичные» колебания на профиле «основных». Объективно возможность не учитывать вторичные колебания иногда оценивают, определяя ширину спектра качки ε по формуле

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{D_{\dot{u}}^2}{D_u D_{\ddot{u}}}}, \qquad (V.17)$$

где $D_{\dot{u}}$, $D_{\ddot{u}}$ — дисперсии скорости и ускорения качки.

невелико, и процесс качки можно рассматривать как последовательность случайных колебаний с меняющимися от одного колебания к другому амплитудой и периодом. В том случае когда вторичные колебания не учитываются, амплитуды качки могут считаться распределенными по закону Рэлея:

$$f(u_0) = \frac{u_0}{D_u} e^{-u_0^2/2D_u}. \qquad (V.18)$$

Если ширина спектра оказывается такой, что вторичные колебания в процессе качки играют заметную роль, для плотности вероятности амплитуд следует пользоваться формулой Райса [70].

Использование закона Рэлея позволяет получить простые соотношения для расчета амплитуд качки по известной дисперсии. В частности, средняя амплитуда качки определяется выражением

$$\bar{u}_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2} D_u} = 1{,}25 \sqrt{D_u}. \qquad (V.19)$$

Для обеспеченности (вероятности превышения) любой амплитуды справедлива формула

$$p(u_0) = \exp\left[-u_0^2/(2D_u)\right], \qquad (V.20)$$

откуда следует соотношение для часто используемой амплитуды качки, имеющей обеспеченность 3 %,

$$u_{0\,3\%} = 2{,}64 \sqrt{D_u}. \qquad (V.21)$$

На практике закон Рэлея находит широкое применение для описания распределения амплитуд качки.

В табл. V.1 приведена зависимость между амплитудой u_{0p} с обеспеченностью p и средней амплитудой качки.

Таблица V.1. **Зависимость отношения $u_{0p}/\bar{u}_0$ от обеспеченности p**

p, %	$u_{0p}/\bar{u}_0$	p, %	$u_{0p}/\bar{u}_0$	p, %	$u_{0p}/\bar{u}_0$
0,1	2,96	10	1,71	60	0,806
1	2,42	20	1,43	70	0,674
2	2,23	30	1,24	80	0,533
3	2,11	40	1,08	90	0,366
5	1,95	50	0,939	95	0,256
				100	0

Распределения амплитуд скоростей и ускорений качки, не учитывающие вторичных колебаний, также могут быть представлены законом Рэлея. При выполнении практических расчетов для оценки амплитуд $\dot{u}_0$ и $\ddot{u}_0$ обычно используются соотношения (V.19)—(V.21).

Наряду с амплитудами характеристикой интенсивности качки судна на волнении могут служить размахи его колебаний. Если не интересоваться вторичными колебаниями, распределение размахов качки $2u_0$ можно принять в виде

$$f(2u_0) = \frac{(2u_0)}{4D_u} e^{-(2u_0)^2/(8D_u)}. \qquad (V.22)$$

Обобщенная форма закона распределения размахов, учитывающая наличие вторичных колебаний, была предложена А. И. Вознесенским [21].

Частоты и периоды качки. Процесс колебаний судна приближенно можно представить в виде

$$u(t) = u_0(t) \cos\left[\Omega_u(t)\, t\right], \qquad (V.23)$$

где $u_0(t)$, $\dot{\Omega}_u(t)$ — медленно меняющиеся по сравнению с cos [...] случайные функции времени.

В качестве текущей частоты процесса с узким спектром рассматривают величину $\Omega_u(t)$, меняющуюся от колебания к колебанию. Среднее значение частоты качки, обозначаемое обычно символом $\bar{\omega}_u$, равно

$$\bar{\omega}_u = \bar{\Omega}_u = \sqrt{D\dot{u}/D_u}. \qquad (V.24)$$

Строго говоря, функция $\Omega_u(t)$ может принимать отрицательные значения. Однако для узкополосных процессов вероятность события $\Omega_u < 0$ очень мала, и частоту колебаний отождествляют с самой величиной Ω_u, а не с ее абсолютной величиной. Плотность вероятности частоты качки определяется на основе соотношения, введенного В. И. Бунимовичем [17]. Используя это распределение, можно получить плотность вероятности периодов $T_u = 2\pi/\Omega_u$, определяемых как время между пересечениями нулевой линии процессов $u(t)$ в одном и том же направлении,

$$f(x) = \frac{1-a^2}{2}\left[\frac{x}{(1-2ax+x^2)^{3/2}} + \frac{x}{(1+2ax+x^2)^{3/2}}\right], \qquad (V.25)$$

где $x = T_u/\bar{T}_u$; $a = \omega_{u1}/\omega_{11}$; $\omega_{11} = \bar{\omega}_u$; $\omega_{u1} = \frac{1}{D_u}\int_0^\infty |\omega_к| S_u^*(\omega)\,d\omega$.

В формуле (V.25) величина

$$\bar{T} = 2\pi/\bar{\omega}_u = 2\pi\sqrt{D_u/D_{\dot{u}}} \qquad (V.26)$$

представляет собой средний период качки.

В отношении формы представления закона распределения периодов существуют различные мнения. В частности, А. И. Вознесенский указывает на возможность использования для периодов обобщенного закона, введенного им применительно к размахам качки.

Определение осредненных статистических характеристик качки на волнении, интенсивность которого задана баллами. При количественной оценке качки судна на нерегулярном волнении в качестве исходной характеристики волн, как указано в § 29 второго раздела, используется энергетический спектр, который выбирают для заданной интенсивности волнения. Поскольку сама интенсивность определяется шкалой ГУ ГМС 1953 г. баллами (см. § 36), а в пределах каждой балльности возможны вариации кривой энергетического спектра, путь, основанный на таком выборе, в принципе позволяет оценить качку лишь для состояния моря, характеризуемого принятым в расчете конкретным спектром. Очевидно, что возможность реализации указанного спектра при плавании судна в реальных условиях на волнении даже для заданной баллами интенсивности бесконечно мала.

Для оценки качки судна при таком задании внешних условий может оказаться целесообразным определение соответствующих этим баллам характеристик его колебаний на волнении. При такой постановке качка судна на волнении данной балльности оценивается интегрально, по всей совокупности возможных реализаций спектров волн. Для характеристики мореходности судна подобный подход может оказаться в ряде случаев предпочтительным, поскольку, вследствие градации интенсивности волнения по баллам, при любой шкале неизбежной оказывается внутри каждого интервала возможность вариации энергетического спектра волн.

Способ определения параметров качки судна на нерегулярном волнении при условии, что в качестве исходной характеристики волнения принята балльность, разработан в [13]. Использование такого подхода позволяет охарактеризовать мореходность судна с учетом разнообразия состояний взволнованной поверхности, отвечающих заданной интенсивности в баллах.

Приведенные ниже расчетные формулы для осредненных характеристик качки получены в следующих предположениях:

конкретное состояние нерегулярного волнения характеризуется энергетическим спектром;

параметрами, определяющими спектр, являются средний период волн $\bar{\tau}$ и высота волны с обеспеченностью $h_{3\%}$;

для заданной баллами интенсивности волн могут наблюдаться реализации процесса волнения с различной формой энергетического спектра, обусловленной случайным характером величин $\bar{\tau}$ и $h_{3\%}$;

внутри интервалов, соответствующих заданной баллами интенсивности волнения, период $\bar{\tau}$ и высота $h_{3\,\%}$ образуют систему независимых случайных величин, распределенных по закону равной вероятности;

при вычислении дисперсии колебаний судна на волнении с фиксированными параметрами $\bar{\tau}$ и $h_{3\,\%}$ непосредственно применим спектральный метод.

В соответствии с [13] плотность вероятности мгновенных значений процесса качки имеет вид

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,(T_2 - T_1)(h_2 - h_1)} \int\limits_{T_1}^{T_2} \frac{\varphi_0(u,\ T)}{\sqrt{D_u(T)}}\, dT. \qquad (V.27)$$

Функция

$$\varphi_0(u,\ T) = \frac{1}{2}\left\{\left[\ln x_1 - \frac{x_1}{1\cdot 1!} + \frac{x_1^2}{2\cdot 2!} - \frac{x_1^3}{3\cdot 3!} + \cdots\right] - \right.$$

$$\left. - \left[\ln x_2 - \frac{x_2}{1\cdot 1!} + \frac{x_2^2}{2\cdot 2!} - \frac{x_2^3}{3\cdot 3!} + \cdots\right]\right\}, \qquad (V.28)$$

где $x_1 = c/h_1^2$; $x_2 = c/h_2^2$; $c = u^2/[2D_u(T)]$; $D_u(T) = D_u(h,\ T)/h^2$; $T = \bar{\tau}$; $h = h_{3\%}$,

рассчитывается при фиксированной величине u для ряда значений среднего периода T, после чего интеграл в (V.27) может быть вычислен любым приближенным способом.

В формуле (V.27) T_1, T_2, h_1, h_2— соответственно наименьшие и наибольшие значения средних периодов и высот волн, определяющие границы изменения величин $\bar{\tau}$ и $h_{3\,\%}$ для выбранной интенсивности волнения; $D_u(h,\ T)$ — дисперсия, рассчитанная для совокупности конкретных значений параметров h и T.

Для определения средней амплитуды качки и дисперсии могут быть использованы выражения

$$\bar{u}_0 = \frac{1}{2}\,\frac{h_1 + h_2}{T_2 - T_1} \int\limits_{T_1}^{T_2} \bar{u}_0(T)\, dT; \qquad (V.29)$$

$$D_u = \frac{1}{3}\,\frac{h_1^2 + h_1 h_2 + h_2^2}{T_2 - T_1} \int\limits_{T_1}^{T_2} D_u(T)\, dT, \qquad (V.30)$$

где $\bar{u}_0(T) = \dfrac{\bar{u}_0(h,\ T)}{h}$, $\bar{u}_0(h,\ T)$ — средняя амплитуда, определенная по закону Рэлея для фиксированных значений h и T.

Из структуры (V.29) и (V.30) видно, что вычислению дисперсии и средней амплитуды должен предшествовать расчет подобных относительных величин для ряда значений средних периодов волн в диапазоне от T_1 до T_2.

Формула для расчета плотности вероятности амплитуд качки имеет вид

$$f(u_0) = \frac{\sqrt{2\pi}}{(T_2 - T_1)(h_2 - h_1)} \int\limits_{T_1}^{T_2} \varphi_1(u_0,\ T)\, dT, \qquad (V.31)$$

где

$$\varphi_1(u_0,\ T) = \frac{1}{\sqrt{D_u(T)}}\,[\Phi(z_1) - \Phi(z_2)]; \qquad (V.32)$$

$\Phi(z) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^z e^{-y^2/2}\, dy$ — интеграл вероятности $z_1 = \sqrt{2c_0}/h_1$; $z_2 = \sqrt{2c_0}/h_2$;

$c_0 = u_0^2/[2D_u(T)]$.

$$p(u_0) = \frac{1}{(T_2 - T_1)(h_2 - h_1)} \int_{T_1}^{T_2} \varphi_2(u_0, T)\, dT, \qquad (V.33)$$

причем

$$\varphi_2(u_0, T) = h_2 e^{-c_0/h_2^2} - h_1 e^{-c_0/h_1^2} + 2\sqrt{\pi c_0}\,[\Phi(z_2) - \Phi(z_1)]. \qquad (V.34)$$

Приведенные выше соотношения позволяют рассчитать статистические характеристики процесса качки $u(t)$ при рассматриваемых условиях, т. е. когда в качестве исходных данных о волнении принята балльность. Высоты волн h_1 и h_2 для каждой балльности следует принимать непосредственно по шкале волнения ГУ ГМС 1953 г. Выбрать граничные значения средних периодов можно, воспользовавшись данными Н. Н. Рахманина, приведенными в [15]. В табл. V.2 содержатся рекомендуемые значения периодов T_1, T_2 для различной интенсивности волнения в баллах.

Таблица V.2. **Зависимость периодов T_1 и T_2 от интенсивности волнения**

Интенсивность волнения, баллы	T_1, с	T_2, с	Интенсивность волнения, баллы	T_1, с	T_2, с
3	2,2	4,8	6	5,1	9,2
4	3,0	6,0	7	6,5	10,2
5	3,8	7,6	8	7,6	10,8

Законы распределения (V.27) и (V.31) относятся к совокупности величин, образованной реализациями в процессе плавания судна на волнении с различными спектрами при том непременном условии, что интенсивность волн во всех случаях не выходит за границы определенной балльности. Из этих соотношений следует, что функции $f(u)$ и $f(u_0)$ отличаются от распределений Гаусса и Рэлея. По данным натурных испытаний соответствующие гистограммы могут быть построены на основе выборок из генеральной совокупности, которая охватывает все реализации качки, полученные при действии на судно волн с различными высотами $h = h_{3\%}$ и периода $T = \bar{\tau}$, но относящихся по интенсивности к заданному числу баллов.

С указанных выше позиций могут быть определены и характеристики периода качки судна [16].

При выполнении расчетов качки необходимо учитывать, что между средней амплитудой (V.29) и амплитудой, имеющей обеспеченность по (V.33), отсутствует однозначная связь. Эта особенность есть следствие отличия функции (V.27) от закона Гаусса, а плотности вероятности (V.31) — от распределения Рэлея.

Формулы (V.27), (V.29)—(V.31), (V.33) получены при допущении о возможности непосредственного применения спектрального метода к расчету дисперсии для каждого конкретного спектра волнения. Очевидно, что при нелинейном характере колебаний судна оценка по балльности в принципе сстается правомерной. При использовании в этом случае приближенного приема линеаризации уравнения качки квазилинейную составляющую рекомендуется рассчитывать применительно к дисперсии колебаний, вычисленной для средней в пределах заданной балльности высоты волны [13].

Использование изложенного способа представляется целесообразным, когда ставится вопрос об оценке мореходности судна в целом (его качки, заливания, подверженности слемингу и т. д.), или сопоставляются по мореходности несколько судов.

§ 31. МЕТОДЫ ЛИНЕАРИЗАЦИИ В РАСЧЕТАХ НЕЛИНЕЙНОЙ НЕРЕГУЛЯРНОЙ БОРТОВОЙ КАЧКИ

Методы определения вероятностных характеристик качки, изложенные в § 29, 30 и использующие спектральную теорию случайных процессов, приводят к точным результатам лишь в случае, когда колебания судна описываются линейными диффе-

ренциальными уравнениями. При наличии нелинейной зависимости действующих на судно сил и моментов от кинематических параметров его движения непосредственное применение спектрального подхода, строго говоря, является необоснованным.

В этом случае к эффективному решению приводит использование метода статистической линеаризации, основанного на замене исследуемой нелинейной динамической системы — аналога качающегося судна — эквивалентной линейной. Теоретические аспекты выбора такой линейной системы на основе энергостатистической эквивалентности содержатся в [30].

Влияние нелинейности на колебания судна в условиях волнения оказывается наиболее существенным для бортовой качки; в частности, важным в практическом отношении является оценка бортовых колебаний судна при нелинейной зависимости сил сопротивления от угловой скорости.

Вопрос о статистической линеаризации демпфирования бортовой качки был рассмотрен Г. А. Фирсовым в 1958 г. применительно к случаю квадратичного сопротивления [15]; более общее решение в этом направлении принадлежит А. В. Герасимову, которым за исходное было взято уравнение

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta \dot{\theta} + w_\theta \dot{\theta} \operatorname{sign} \dot{\theta} + q_\theta \dot{\theta}^3 + \omega_\theta^2 \theta = m(t), \qquad (V.35)$$

где ν_θ, w_θ, q_θ — константы.

Для расчета нерегулярной качки уравнение (V.35) заменяется эквивалентным линейным, в котором момент сил сопротивления имеет вид $2\nu_\theta^* \dot{\theta}$. Линеаризованный коэффициент $2\nu_\theta^*$ определяется из условия обращения в минимум дисперсии разности нелинейного и линеаризованного моментов сопротивления [29]. Эта операция приводит к следующему представлению коэффициента демпфирования:

$$2\nu_\theta^* = 2\nu_\theta^* + 1{,}59 w_\theta \sqrt{D_{\dot{\theta}}} + 3 q_\theta D_{\dot{\theta}}. \qquad (V.36)$$

Как обычно в задачах по линеаризации, коэффициент $2\nu_\theta^*$ в соответствии с (V.36) зависит от интенсивности скорости бортовой качки, характеризуемой дисперсией $D_{\dot{\theta}}$. В работе [29] зависимость (V.36) заменяется близким к нему соотношением

$$2\nu_\theta^* = 2\nu_\theta + 0{,}85 w_\theta \dot{\theta}_{017\%} + 0{,}75 q_\theta (\dot{\theta}_{017\%})^2, \qquad (V.37)$$

где $\dot{\theta}_{017\%} = 1{,}9\sqrt{D_{\dot{\theta}}}$ — амплитуда скорости с обеспеченностью 17%.

Выражение (V.37) по структуре и численным значениям коэффициентов совпадает с формулой для линеаризированного коэффициента демпфирования при гармонических колебаниях. Это обстоятельство дает возможность воспользоваться результатами экспериментального определения коэффициента демпфирования путем испытания моделей на тихой воде при гармонических колебаниях. На графике коэффициента демпфирования, построенном в результате таких испытаний, в качестве аргумента откладывается амплитуда скорости θ_0, которой в дальнейшем придается смысл величины $\dot{\theta}_{017\%}$.

Нелинейная нерегулярная качка с использованием линеаризированного коэффициента демпфирования рассчитывается следующим образом.

По данным опытов на тихой воде или специальных расчетов находится зависимость коэффициента демпфирования от дисперсии скорости $\mu_\theta^г = \dfrac{\nu_\theta^г}{\omega_\theta} = \mu_\theta^г (\dot{\theta}_{017\%} = 1{,}9\sqrt{D_{\dot{\theta}}})$. Для ряда значений величины $\mu_\theta^* = \nu_\theta^*/\omega_\theta$ спектральным методом рассчитывается дисперсия $D_{\dot{\theta}}$ и определяется функция $\dot{\theta}_{017\%}(\mu_\theta^*)$. В зависимости от заданных условий, для которых рассчитывается качка, величина $D_{\dot{\theta}}(\mu_\theta^*)$ определяется применительно к двухмерному или трехмерному волнению. Эта функция наносится на график с зависимостью $\mu_\theta^г(\dot{\theta}_{017\%})$, а точка пересечения обеих кривых определяет результирующее линеаризированное значение коэффициента μ_θ^* и соответствующую ей величину дисперсии скорости бортовой качки. Окончательный расчет, состоящий в вычислении спектральным методом дисперсии углов бортовой качки, производится при найденном значении коэффициента демпфирования.

При расчете качки судна на волнении различной интенсивности, определенной конкретным энергетическим спектром, каждой интенсивности будет соответствовать своя кривая $\dot{\theta}_{017\,\%}(\mu_{\theta}^{*})$.

Методы линеаризации элементов уравнений, подобные приведенному выше, могут быть использованы для расчета лишь статистических характеристик колебаний судна; изложенный подход не позволяет корректно получить спектральную плотность качки, поскольку эквивалентность в отношении сопротивления нелинейного и линейного уравнений устанавливается по интенсивности процесса в целом. Способ определения энергетического спектра бортовой качки, учитывающий особенности формы спектра нелинейного момента сил сопротивления достаточно трудоемок [15], однако для расчета статистических характеристик качки прибегать к нему нет необходимости.

Задача о бортовой качке судна при нелинейной диаграмме остойчивости была решена М. Д. Агеевым путем использования статистической линеаризации по второму методу И. Е. Казакова [15]. Как и при нелинейном сопротивлении, эквивалентный коэффициент пропорциональности между углом качки и моментом остойчивости судна в этом случае оказывается зависящим от интенсивности бортовых колебаний, что приводит к необходимости в расчетах использовать метод последовательных приближений или графо-аналитический способ (подробнее об этом см. гл. VI второго раздела).

§ 32. ДИАГРАММНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК КАЧКИ

Для оперативной оценки характеристик качки на нерегулярном волнении могут служить приближенные методы, основанные на использовании специальных диаграмм.

Подобные диаграммы применительно к случаю качки судна, расположенного лагом к двухмерному нерегулярному волнению, разработаны Б. Н. Смирновым.

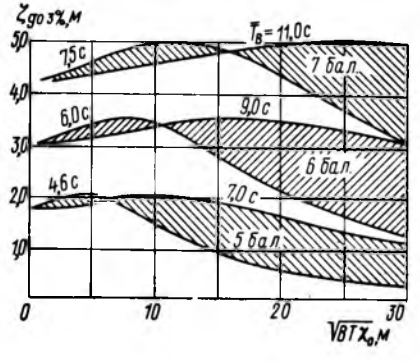


Рис. V.1. Зависимость амплитуды вертикальной качки с обеспеченностью 3 % от параметра $\sqrt{BT\chi_0}$ (судно расположено лагом к волнению).

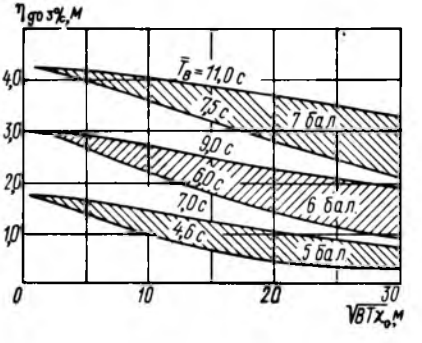


Рис. V.2. Зависимость амплитуд поперечных горизонтальных колебаний с обеспеченностью 3 % от параметра $\sqrt{BT\chi_0}$ (судно расположено лагом к волнению).

Диаграммы относятся к судам, основные элементы которых находятся в пределах: отношение ширины к осадке $B/T = 2{,}0 \div 4{,}5$; коэффициент общей полноты $\delta = 0{,}45 \div 0{,}74$; коэффициент вертикальной полноты $\chi = 0{,}50 \div 0{,}90$; отношение начальной метацентрической высоты к метацентрическому радиусу $h_0/r = 0{,}17 \div 0{,}50$.

На рис. V.1 приведена обобщенная диаграмма, определяющая амплитуду вертикальной качки с обеспеченностью 3 % в зависимости от параметра $\sqrt{BT\chi_0}$. Высота волны для каждой балльности принималась по ее верхнему предельному значению, а средний период $\bar{\tau}$ — по верхней и нижней границам. Заштрихованные на диаграмме области определяют границы вариаций амплитуды $\zeta_{g03\,\%}$ в зависимости от среднего периода ветрового волнения.

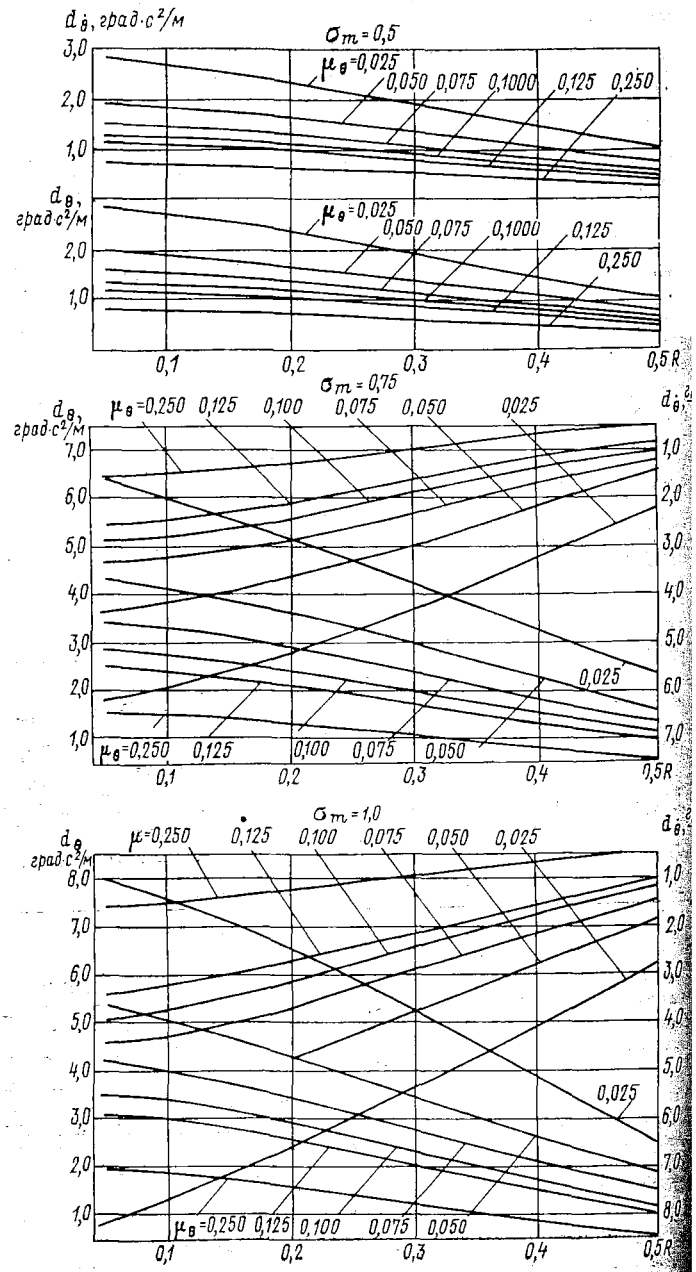
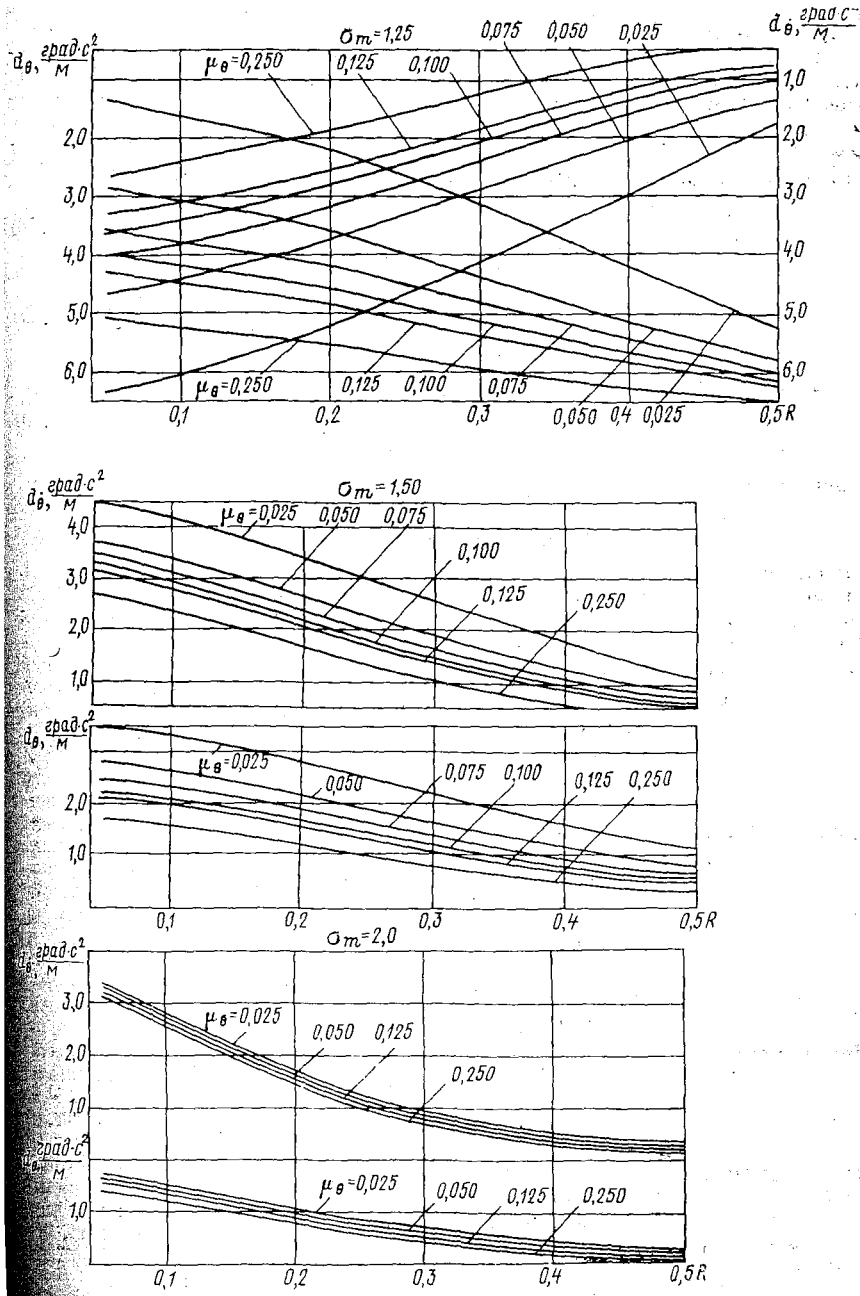


Рис. V.3. Диаграммы для расчета бортовой



положении судна лагом к волнению.

Для оценки интенсивности поперечных горизонтальных колебаний может служить диаграмма рис. V.2, на которой в аналогичной форме приведена зависимость амплитуд колебаний от среднего периода волн и размеров судна.

При расчете нерегулярной бортовой качки следует воспользоваться диаграммами, приведенными на рис. V.3. Каждая диаграмма соответствует фиксированному значению безразмерной частоты $\sigma_m = \omega_m/\omega_\theta = 0{,}5 \div 2{,}0$ (причем ω_m — частота, соответствующая максимуму кривой энергетического спектра волновых ординат) и определяет зависимость относительного стандарта качки d_θ и ее скорости $d_{\dot\theta}$ от параметра R и безразмерного коэффициента демпфирования $\mu_\theta = 0{,}025 \div 0{,}25$:

$$d_\theta = \frac{\sqrt{D_\theta}}{\omega_\theta^2 h_{3\%}} = f_1(R,\ \sigma_m,\ \mu_\theta); \qquad (V.38)$$

$$d_{\dot\theta} = \frac{\sqrt{D_{\dot\theta}}}{\omega_\theta^3 h_{3\%}} = f_2(R,\ \sigma_m,\ \mu_\theta). \qquad (V.39)$$

В (V.38), (V.39) величина

$$R = \chi_0 \omega_\theta \sqrt{\frac{(BT\chi r/h_0)^{1/2}}{2\pi g}}\ . \qquad (V.40)$$

Применительно к диаграммам коэффициент демпфирования

$$\mu_\theta(d_{\dot\theta}) = \mu_\theta\left[\theta_0/\left(1{,}9\omega_\theta^2 h_{3\%}\right)\right]$$

представляется в указанном виде на основании экспериментальных или расчетных данных, полученных при различных амплитудах θ_0 гармонических колебаний. Для данного судна (R = const) и выбранного волнения (σ_m = const) на рисунке с графиком $\mu_\theta(d_{\dot\theta})$ с помощью диаграмм рис. V. 3 строится зависимость $d_{\dot\theta}(\mu_\theta)$. Точка пересечения кривых определяет для выбранных волновых условий искомые значения коэффициента сопротивления и относительного стандарта скорости качки (рис. V.4). Построив с помощью диаграмм рис. V.3 зависимость $d_\theta(\mu_\theta)$ для выбранного значения σ_m, находим для полученного коэфициента $(\mu_\theta)_{иск}$ значение относительного стандарта качки. Найденные указанным способом относительные стандарты дают возможность на основе (V.38), (V.39) вычислить дисперсии углов бортовой качки и угловых скоростей, а также среднюю частоту бортовых колебаний.

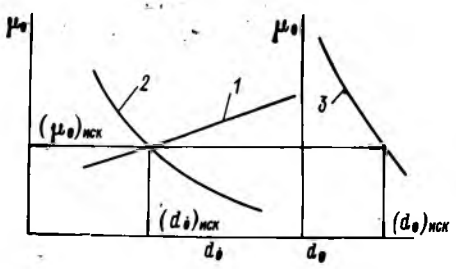


Рис. V.4. К определению искомых значений коэффициента демпфирования $(\mu_\theta)_{иск}$ и относительных стандартов $(d_{\dot\theta})_{иск}$, $(d_\theta)_{иск}$ бортовой качки.

1 — $\mu_\theta(d_{\dot\theta})$; 2 — $d_{\dot\theta}(\mu_\theta)$; 3 — $d_\theta(\mu_\theta)$.

При оценке продольной качки судов на встречном двухмерном волнении также может оказаться целесообразным использование соответствующих диаграмм качки. На рис. V.5 представлены диаграммы килевой и вертикальной качки для серии транспортных и промысловых судов, основные элементы которых находятся в пределах: длина $L = 50 \div 160$ м; отношение длины к ширине $L/B = 4{,}5 \div 8{,}0$; отношение длины к осадке $L/T = 11 \div 20$; коэффициент полноты ватерлинии $\alpha = 0{,}65 \div 0{,}82$; коэффициент общей полноты $\delta = 0{,}5 \div 0{,}8$; продольный радиус инерции в процентах от $L = 21 \div 23$.

Указанные диаграммы представляют собой зависимость величин:

$$s_u = 2\zeta_{g0p}/h_p \text{ — для вертикальной качки;} \qquad (V.41)$$

$$s_u = 0{,}23\psi_{0p}/(h_p\bar\omega^2) \text{ — для килевой качки} \qquad (V.42)$$

от безразмерной частоты $\bar{\omega}/\omega_L$, где $\omega_L = \sqrt{2\pi g/L}$, и числа Фруда. Здесь $\bar{\omega}$ — средняя частота волны (см. § 36 второго раздела).

Анализ диаграмм показывает, что для однотипных судов с близкими значениями соотношений главных размерений и продольного радиуса инерции массы диаграммы килевой и вертикальной качки мало различаются между собой.

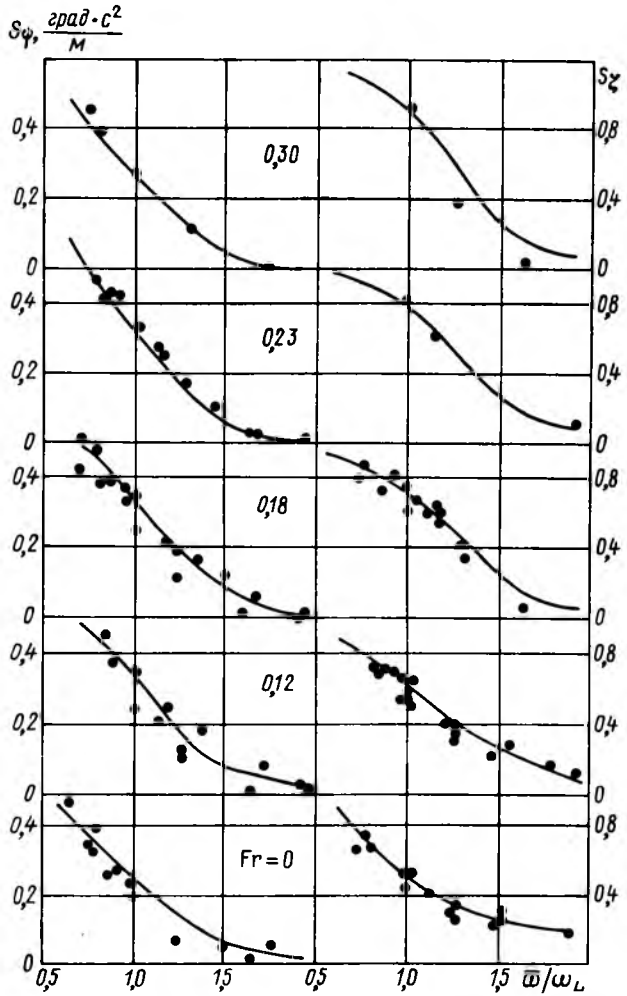


Рис. V.5. Диаграммы продольной качки транспортных и промысловых судов на встречном волнении.

Использование диаграмм качки дает возможность с помощью соотношений (V.41 и (V.42) определить характерные амплитуды продольной качки судна при движении в различных волновых условиях.

§ 33. КИНЕМАТИКА ФИКСИРОВАННОЙ ТОЧКИ СУДНА

При качке судна каждая его точка совершает колебательное движение. В силу того что вызванные волнами перемещения судна имеют случайный характер, это движение точки также будет представлять собой случайный процесс и может быть охарактеризовано лишь в статистическом смысле.

Задача о кинематике фиксированной точки судна, испытывающего нерегулярную качку, была впервые рассмотрена А. И. Вознесенским [21]. В настоящем параграфе изложен метод определения статистических характеристик колебаний произвольной точки судна, движущегося в условиях нерегулярного волнения с заданным спектром.

При решении задачи используем системы координат xyz и $\xi\eta\zeta$ (см. рис. III.1 начало первой из которых находится в центре тяжести судна.

Проекции перемещений произвольной точки m с координатами x, y, z, вызванные качкой на оси координат ξ, η, ζ, в линейной теории имеют вид [16]

$$\left.\begin{aligned} \xi_m &= \xi_g - \chi y + \psi z; \\ \eta_m &= \eta_g - \theta z + \chi x; \\ \zeta_m &= \zeta_g - \psi x + \theta y, \end{aligned}\right\} \qquad (V.43)$$

где χ — угол рыскания судна, вызванного воздействием волн.

Дифференцируя формулы (V.43), находят скорости перемещений

$$\left.\begin{aligned} \dot{\xi}_m &= \dot{\xi}_g - \dot{\chi} y + \dot{\psi} z; \\ \dot{\eta}_m &= \dot{\eta}_g - \dot{\theta} z + \dot{\chi} x; \\ \dot{\zeta}_m &= \dot{\zeta}_g - \dot{\psi} x + \dot{\theta} y. \end{aligned}\right\} \qquad (V.44)$$

Повторное дифференцирование дает выражения для ускорений

$$\left.\begin{aligned} \ddot{\xi}_m &= \ddot{\xi}_g - \ddot{\chi} y + \ddot{\psi} z; \\ \ddot{\eta}_m &= \ddot{\eta}_g - \ddot{\theta} z + \ddot{\chi} x; \\ \ddot{\zeta}_m &= \ddot{\zeta}_g - \ddot{\psi} x + \ddot{\theta} y. \end{aligned}\right\} \qquad (V.45)$$

Из структуры формул (V.43)—(V.45) видно, что проекции перемещений, скоростей и ускорений точки m представляют собой линейные комбинации случайных процессов $\xi_g(t)$, $\eta_g(t)$, $\zeta_g(t)$, $\theta(t)$, $\psi(t)$, $\chi(t)$ и их производных. Это обстоятельство дает основание рассматривать функции $\zeta_m(t)$, $\eta_m(t) \ldots \ddot{\zeta}_m(t)$ как случайные процессы с нормальным распределением, для статистического описания которых справедливы те же характеристики, что и для процессов качки. В частности, плотность вероятности вертикальных перемещений точки определится формулой

$$f(\zeta_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{\zeta_m}}} e^{-\frac{\zeta_m^2}{2D_{\zeta_m}}}, \qquad (V.46)$$

где D_{ζ_m} — дисперсия рассматриваемых перемещений.

Если воспользоваться правилом для дисперсии суммы случайных величин, то интенсивность перемещений точки m по направлению координатных осей ξ, η, ζ можно характеризовать дисперсиями

$$\left.\begin{aligned} D_{\xi_m} &= D_{\xi_g} + y^2 D_\chi + z^2 D_\psi - 2yR_{\xi_g\chi} + 2zR_{\xi_g\psi} - 2yzR_{\chi\psi}; \\ D_{\eta_m} &= D_{\eta_g} + z^2 D_\theta + x^2 D_\chi - 2zR_{\eta_g\theta} + 2xR_{\eta_g\chi} - 2xzR_{\theta\chi}; \\ D_{\zeta_m} &= D_{\zeta_g} + x^2 D_\psi + y^2 D_\theta - 2xR_{\zeta_g\psi} + 2yR_{\zeta_g\theta} - 2xyR_{\theta\psi}. \end{aligned}\right\} \qquad (V.47)$$

Аналогично записываются соотношения для дисперсий скоростей и ускорений:

$$\left.\begin{aligned} D_{\dot{\xi}_m} &= D_{\dot{\xi}_g} + y^2 D_{\dot{\chi}} + z^2 D_{\dot{\psi}} - 2yR_{\dot{\xi}_g\dot{\chi}} + 2zR_{\dot{\xi}_g\dot{\psi}} - 2yzR_{\dot{\chi}\dot{\psi}}; \\ D_{\dot{\eta}_m} &= D_{\dot{\eta}_g} + z^2 D_{\dot{\theta}} + x^2 D_{\dot{\chi}} - 2zR_{\dot{\eta}_g\dot{\theta}} + 2xR_{\dot{\eta}_g\dot{\chi}} - 2xzR_{\dot{\theta}\dot{\chi}}; \\ D_{\dot{\zeta}_m} &= D_{\dot{\zeta}_g} + x^2 D_{\dot{\psi}} + y^2 D_{\dot{\theta}} - 2xR_{\dot{\zeta}_g\dot{\psi}} + 2yR_{\dot{\zeta}_g\dot{\theta}} - 2xyR_{\dot{\theta}\dot{\psi}}; \end{aligned}\right\} \qquad (V.48)$$

$$\left.\begin{aligned} D_{\ddot{\xi}_m} &= D_{\ddot{\xi}_g} + y^2 D_{\ddot{\chi}} + z^2 D_{\ddot{\psi}} - 2yR_{\ddot{\xi}_g\ddot{\chi}} + 2zD_{\ddot{\xi}_g\ddot{\psi}} - 2yzR_{\ddot{\chi}\ddot{\psi}}; \\ D_{\ddot{\eta}_m} &= D_{\ddot{\eta}_y} + z^2 D_{\ddot{\theta}} + x^2 D_{\ddot{\chi}} - 2zR_{\ddot{\eta}_g\ddot{\theta}} + 2xR_{\ddot{\eta}_g\ddot{\chi}} - 2xzR_{\ddot{\theta}\ddot{\chi}}; \\ D_{\ddot{\zeta}_m} &= D_{\ddot{\zeta}_g} + x^2 D_{\ddot{\psi}} + y^2 D_{\ddot{\theta}} - 2xR_{\ddot{\zeta}_g\ddot{\psi}} + 2yR_{\ddot{\zeta}_g\ddot{\theta}} - 2xyR_{\ddot{\theta}\ddot{\psi}}. \end{aligned}\right\} \qquad (V.49)$$

Из структуры выражений (V.47)—(V.49) видно, что для вычисления величин D_{ξ_m}, D_{η_m}, ..., D_{ζ_m} следует предварительно по формулам § 29 второго раздела выполнить расчеты дисперсий отдельных видов качки и корреляционных моментов. В том случае, когда эти характеристики качки судна известны, вычисления целесообразно производить по указанным формулам. Однако если целью расчета является только получение данных о характеристиках колебаний исследуемой точки, более удобным оказывается использование соответствующих передаточных функций. С этой целью вводятся в рассмотрение передаточные функции Φ_{ξ_m}, Φ_{η_m} и Φ_{ζ_m}, связывающие процесс волнения с процессами $\xi_m(t)$, $\eta_m(t)$ и $\zeta_m(t)$. Для расчета дисперсий этих процессов достаточно располагать квадратами модулей передаточных функций, которые определяются следующими выражениями [16]:

$$|\Phi_{\xi_m}(\omega)|^2 = |\Phi_{\xi_g}|^2 + y^2|\Phi_\chi|^2 + z^2|\Phi_\psi|^2 - 2y|\Phi_{\xi_g}||\Phi_\chi|\cos(\varepsilon_{\xi_g} - \varepsilon_\chi) + \\ + 2z|\Phi_{\xi_g}||\Phi_\psi(\cos(\varepsilon_{\xi_g} - \varepsilon_\psi) - 2yz|\Phi_\chi||\Phi_\psi|\cos(\varepsilon_\chi - \varepsilon_\psi); \qquad (V.50)$$

$$|\Phi_{\eta_m}(\omega)|^2 = |\Phi_{\eta_g}|^2 + z^2|\Phi_\theta|^2 + x^2|\Phi_\chi|^2 - 2z|\Phi_{\eta_g}||\Phi_\theta| \times \\ \times \cos(\varepsilon_{\eta_g} - \varepsilon_\theta) + 2x|\Phi_{\eta_g}||\Phi_\chi|\cos(\varepsilon_{\eta_g} - \varepsilon_\chi) - 2xz|\Phi_\theta||\Phi_\chi|\cos(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\chi); \qquad (V.51)$$

$$|\Phi_{\zeta_m}(\omega)|^2 = |\Phi_{\zeta_g}|^2 + x^2|\Phi_\psi|^2 + y^2|\Phi_\theta|^2 - 2x|\Phi_{\zeta_g}||\Phi_\psi|\cos(\varepsilon_{\zeta_g} - \varepsilon_\psi) + \\ + 2y|\Phi_{\zeta_g}||\Phi_\theta|\cos(\varepsilon_{\zeta_g} - \varepsilon_\theta) - 2xy|\Phi_\theta||\Phi_\psi|\cos(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\psi). \qquad (V.52)$$

Формулы (V.50)—(V.52) соответствуют движению судна с курсовым углом $\beta_в$ на двухмерном волнении, или с курсовым углом $\beta_в - \vartheta$ при использовании модели трехмерного волнения.

Для выполнения расчетов по формулам (V.50)—(V.52) необходимо воспользоваться методами определения амплитудно- и фазово-частотных характеристик качки судна, рассмотренными в гл. III—IV второго раздела.

Дисперсии перемещений точки m находятся обычным способом, например

$$D_{\zeta_m} = \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\Phi_{\zeta_m}(\beta_в, \vartheta, \omega)|^2 S_\zeta(\vartheta, \omega)\, d\vartheta\, d\omega. \qquad (V.53)$$

Очевидно, что для расчета дисперсий скоростей и ускорений перемещений фиксированной точки судна должны быть использованы общие соотношения § 29 второго раздела. Распределение амплитуд этих величин, так же как амплитуд самих перемещений и качки, в зависимости от ширины спектра может быть описано законами Райса или Рэлея; как правило, для приложений применяется последний.

В тех случаях, когда возникает необходимость в определении поперечных горизонтальных перемещений $\eta_m(t)$ точек, удаленных по длине от центра тяжести судна, следует в соответствии с выражениями (V.43) учитывать вызванное волнами рыскание судна. Метод определения необходимых для такого учета характеристик рыскания содержится в [16].

Для решения ряда практических задач важным является анализ вертикальных перемещений фиксированной точки судна, испытывающего качку на встречном двухмерном волнении. При таком режиме движения судна имеем

$$\dot{\xi}_m = \dot{\xi}_g + \dot{\psi}z, \quad \dot{\zeta}_m = \dot{\zeta}_g - \dot{\psi}x. \qquad (V.54)$$

Полагая в (V.54) скорости $\dot{\xi}_m = 0$ и $\dot{\zeta}_m = 0$, найдем координаты $x_{ск}$ и $z_{ск}$ мгновенного центра скоростей

$$x_{ск} = \dot{\zeta}_g/\dot{\psi}; \qquad (V.55)$$

$$z_{ск} = -\dot{\xi}_g/\dot{\psi}. \qquad (V.56)$$

Из (V.56) следует, что при очень малых продольных колебаниях мгновенную ось вращения можно считать расположенной по высоте на уровне его центра тяжести. В процессе качки абсцисса $x_{ск}$ совершает случайные колебания около своего наи-

более вероятного значения. Плотность вероятности величины $x_{ск}$ будет совпадать с распределением Коши

$$f(x_{ск}) = \frac{1}{\pi}\frac{\alpha}{\alpha^2 + (x_{ск} + \mu)^2}, \tag{V.57}$$

где $\alpha = \sqrt{(D_{\dot\zeta_g}/D_\psi)(1 - \rho_{\dot\zeta_g\psi})}$; $\mu = -\rho_{\dot\zeta_g\psi}\sqrt{D_{\dot\zeta_g}/D_\psi}$;

$$\rho_{\dot\zeta_g\psi} = R_{\dot\zeta_g\psi}\Big/\sqrt{D_{\dot\zeta_g}D_\psi}.$$

В соответствии с распределением (V.57) наиболее вероятное положение мгновенной оси

$$x_{ск} = x_{ск\ наив.} = -\mu = \rho_{\dot\zeta_g\psi}\sqrt{D_{\dot\zeta_g}/D_\psi}. \tag{V.58}$$

Отметим, что функция $f(x_{ск})$ симметрична относительно значения $x_{ск} = -\mu$.

С помощью соотношений (V.47) можно определить положение по длине судна такой его точки, которая при продольной качке испытывает наименьшие вертикальные перемещения

$$x_{\zeta_m\min} = \rho_{\dot\zeta_g\psi}\sqrt{D_{\zeta_g}/D_\psi}. \tag{V.59}$$

На основе последней из формул (V.48) для положения по длине судна точки с наименьшей вертикальной скоростью следует формула

$$x_{\dot\zeta_m\min} = \rho_{\dot\zeta_g\psi}\sqrt{D_{\dot\zeta_g}/D_\psi}. \tag{V.60}$$

Из сопоставления (V.58) и (V.60) следует, что случайные колебания мгновенной оси вращения судна при продольной качке происходят относительно точки, характеризуемой наименьшей дисперсией вертикальных скоростей.

§ 34. КИНЕМАТИКА СОВМЕСТНОЙ КАЧКИ ДВУХ СУДОВ

Рассмотрим метод определения кинематических характеристик относительных линейных перемещений фиксированных точек двух судов, испытывающих совместную качку на нерегулярном волнении. Предполагается, что оба судна расположены на параллельных курсах, расстояние между которыми равно l.

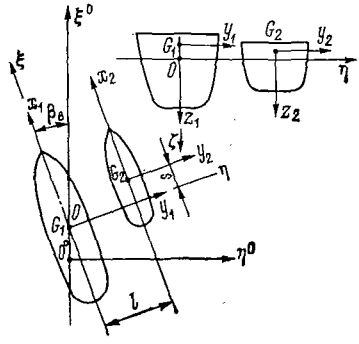


Рис. V.6. Системы координат, используемые при определении кинематических характеристик совместной качки двух судов.

С первым судном связана прямоугольная система координат x_1, y_1, z_1, со вторым — система координат $x_2y_2z_2$, начала координат совмещены с центрами тяжести судов G_1 и G_2 (рис. V.6). Полусвязанная с судами система координат $\xi\eta\zeta$ выбрана так, что плоскость $\xi O\eta$ совпадает с невозмущенной поверхностью воды, а плоскость $\xi O\zeta$ с плоскостью $x_1G_1z_1$ при равновесном положении первого судна. Система координат $\xi\eta\zeta$ движется в направлении оси $O\xi$ со средней скоростью хода судов.

Линейные перемещения точки m_1, принадлежащей первому судну и вызванные его качкой, записываются в виде (V.43); аналогичные выражения действительны и для точки m_2 второго судна.

Обозначим относительные продольные горизонтальные, поперечные горизонтальные и вертикальные линейные перемещения точек m_1 и m_2 соответственно

$$\xi_m = \xi_{m_1} - \xi_{m_2};\quad \eta_m = \eta_{m_1} - \eta_{m_2};\quad \zeta_m = \zeta_{m_1} - \zeta_{m_2}. \tag{V.61}$$

На основе (V.61), (V.43) получены выражения, которые определяют мгновенные значения относительных линейных перемещений точек m_1 и m_2, вызванных качкой обоих судов на волнении:

$$\left.\begin{aligned}\xi_m &= \xi_{g1} - \xi_{g2} - \chi_1 y_1 + \chi_2 y_2 + \psi_1 z_1 - \psi_2 z_2;\\ \eta_m &= \eta_{g1} - \eta_{g2} - \theta_1 z_1 + \theta_2 z_2 + \chi_1 x_1 - \chi_2 x_2;\\ \zeta_m &= \zeta_{g1} - \zeta_{g2} - \psi_1 \chi_1 + \psi_2 \chi_2 + \theta_1 y_1 - \theta_2 y_2.\end{aligned}\right\} \qquad (V.62)$$

В формулах (V.61) и (V.62) величины, относящиеся к первому судну, имеют индекс 1, а ко второму — индекс 2.

Поскольку при установившемся режиме движения судна на волнении каждый вид качки рассматривается как случайный процесс, подчиненный закону распределения Гаусса с нулевым средним значением, из структуры формул (V.62) становится очевидным, что относительные перемещения представляют собой линейные комбинации распределенных по Гауссу случайных величин. Последнее обстоятельство дает право считать перемещения $\xi_m(t)$, $\eta_m(t)$ и $\zeta_m(t)$ нормальными случайными процессами.

Общие выражения для дисперсий относительных линейных перемещений запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned}D_{\xi_m} = {} & D_{\xi_{g1}} + D_{\xi_{g2}} + y_1^2 D_{\chi_1} + y_2^2 D_{\chi_2} + z_1^2 D_{\psi_1} + z_2^2 D_{\psi_2} - 2R_{\xi_{g1}\xi_{g2}} - \\ & - 2y_1 R_{\xi_{g1}\chi_1} + 2y_2 R_{\xi_{g1}\chi_2} + 2z_1 R_{\xi_{g1}\psi_1} - 2z_2 R_{\xi_{g1}\psi_2} + 2y_1 R_{\xi_{g2}\chi_1} - \\ & - 2y_2 R_{\xi_{g2}\chi_2} - 2z_1 R_{\xi_{g2}\psi_1} + 2z_2 R_{\xi_{g2}\psi_2} - 2y_1 y_2 R_{\chi_1\chi_2} - 2y_1 z_1 R_{\chi_1\psi_1} + \\ & + 2z_2 y_1 R_{\chi_1\psi_2} + 2y_2 z_1 R_{\chi_2\psi_1} - 2z_2 y_2 R_{\chi_2\psi_2} - 2z_1 z_2 R_{\psi_1\psi_2};\end{aligned} \qquad (V.63)$$

$$\begin{aligned}D_{\eta_m} = {} & D_{\eta_{g1}} + D_{\eta_{g2}} + z_1^2 D_{\theta_1} + z_2^2 D_{\theta_2} + x_1^2 D_{\chi_1} + x_2^2 D_{\chi_2} - 2R_{\eta_{g1}\eta_{g2}} - \\ & - 2z_1 R_{\eta_{g1}\theta_1} + 2z_2 R_{\eta_{g1}\theta_2} + 2x_1 R_{\eta_{g1}\chi_1} - 2x_2 R_{\eta_{g1}\chi_2} + 2z_1 R_{\eta_{g2}\theta_1} - \\ & - 2z_2 R_{\eta_{g2}\theta_2} - 2x_1 R_{\eta_{g2}\chi_1} + 2x_2 R_{\eta_{g2}\chi_2} - 2z_1 z_2 R_{\theta_1\theta_2} - 2z_1 x_1 R_{\theta_1\chi_1} + \\ & + 2x_2 z_1 R_{\theta_1\chi_2} + 2x_1 z_2 R_{\theta_2\chi_1} - 2x_2 z_2 R_{\theta_2\chi_2} - 2x_1 x_2 R_{\chi_1\chi_2};\end{aligned} \qquad (V.64)$$

$$\begin{aligned}D_{\zeta_m} = {} & D_{\zeta_{g1}} + D_{\zeta_{g2}} + x_1^2 D_{\psi} + x_2^2 D_{\psi_2} + y_1^2 D_{\theta_1} + y_2^2 D_{\theta_2} - 2R_{\zeta_{g1}\zeta_{g2}} - \\ & - 2x_1 R_{\zeta_{g1}\psi_1} + 2x_2 R_{\zeta_{g1}\psi_2} + 2y_1 R_{\zeta_{g1}\theta_1} - 2y_2 R_{\zeta_{g1}\theta_2} + 2x_1 R_{\zeta_{g2}\psi_1} - \\ & - 2x_2 R_{\zeta_{g2}\psi_2} - 2y_1 R_{\zeta_{g2}\theta_1} + 2y_2 R_{\zeta_{g2}\theta_2} - 2x_1 x_2 R_{\psi_1\psi_2} - 2x_1 y_1 R_{\psi_1\theta_1} + \\ & + 2x_1 y_2 R_{\psi_1\theta_2} + 2x_2 y_1 R_{\psi_2\theta_1} - 2x_2 y_2 R_{\psi_2\theta_2} - 2y_1 y_2 R_{\theta_1\theta_2}.\end{aligned} \qquad (V.65)$$

В этих формулах $R_{u_1 u_2}$ — определяемый в § 29 корреляционный момент между соответствующими видами качки.

Формулы (V.63)—(V.65) справедливы при движении судов произвольным курсовым углом на волнении. Структура формул (V.63)—(V.65) весьма громоздка, однако не представляется возможным упростить ее в общем случае, поскольку произвести априорную оценку входящих в соотношения величин корреляционных моментов затруднительно даже для изолированного судна.

Дифференцируя выражения (V.62), можно получить скорости относительных линейных перемещений фиксированных точек двух судов:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\xi}_m &= \dot{\xi}_{g1} - \dot{\xi}_{g2} - \dot{\chi}_1 y_1 + \dot{\chi}_2 y_2 + \dot{\psi}_1 z_1 - \dot{\psi}_2 z_2;\\ \dot{\eta}_m &= \dot{\eta}_{g1} - \dot{\eta}_{g2} - \dot{\theta}_1 z_1 + \dot{\theta}_2 z_2 + \dot{\chi}_1 x_1 - \dot{\chi}_2 x_2;\\ \dot{\zeta}_m &= \dot{\zeta}_{g1} - \dot{\zeta}_{g2} - \dot{\psi}_1 x_1 + \dot{\psi}_2 x_2 + \dot{\theta}_1 y_1 - \dot{\theta}_2 y_2.\end{aligned}\right\} \qquad (V.66)$$

Вторичное дифференцирование дает значения мгновенных ускорений

$$\left.\begin{aligned}\ddot{\xi}_m &= \ddot{\xi}_{g_1} - \ddot{\xi}_{g_2} - \ddot{\chi}_1 y_1 + \ddot{\chi}_2 y_2 + \ddot{\psi}_1 z_1 - \ddot{\psi}_2 z_2;\\ \ddot{\eta}_m &= \ddot{\eta}_{g_1} - \ddot{\eta}_{g_2} - \ddot{\theta}_1 z_1 + \ddot{\theta}_2 z_2 + \ddot{\chi}_1 x_1 - \ddot{\chi}_2 x_2;\\ \ddot{\zeta}_m &= \ddot{\zeta}_{g_1} - \ddot{\zeta}_{g_2} - \ddot{\psi}_1 x_1 + \ddot{\psi}_2 x_2 + \ddot{\theta}_1 y_1 - \ddot{\theta}_2 y_2.\end{aligned}\right\} \qquad (V.67)$$

Отмеченное выше свойство случайных процессов $\xi_m(t)$, $\eta_m(t)$ и $\zeta_m(t)$ следовать нормальному закону распределения относится и к изменениям во времени скоростей, а также ускорений относительных перемещений. Дисперсии величин $\dot{\xi}_m$, $\dot{\eta}_m$, $\dot{\zeta}_m$, $\ddot{\xi}_m$, $\ddot{\eta}_m$, $\ddot{\zeta}_m$ можно получить из соотношений (V.63)—(V.65), если дисперсии отдельных видов качки заменить дисперсиями скоростей и ускорений, а корреляционные моменты — моментами скоростей или ускорений.

Расчету дисперсий относительных перемещений по формулам (V.63)—(V.65) должно предшествовать определение дисперсий отдельных видов качки судов и корреляционных моментов. При наличии данных о значениях слагаемых в этих формулах расчет величин D_{ξ_m}, D_{η_m} и D_{ζ_m} предельно прост. Однако вычисление каждого слагаемого специально для выполнения расчета дисперсий D_{ξ_m}, D_{η_m} и D_{ζ_m} методически не оправдано. В этом случае более целесообразным следует признать путь, основанный на использовании передаточной функции исследуемого вида относительных колебаний.

В частности, для относительных вертикальных перемещений квадрат модуля передаточной функции имеет вид

$$\begin{aligned}\left|\Phi_{\zeta_m}(\omega)\right|^2 &= \left|\Phi_{\zeta_{g_1}}\right|^2 + \left|\Phi_{\zeta_{g_2}}\right|^2 + x_1^2\left|\Phi_{\psi_1}\right|^2 + x_2^2\left|\Phi_{\psi_2}\right|^2 + y_1^2\left|\Phi_{\theta_1}\right|^2 +\\ &+ y_2^2\left|\Phi_{\theta_2}\right|^2 - 2\left|\Phi_{\zeta_{g_1}}\right|\left|\Phi_{\zeta_{g_2}}\right|\cos\left(\varepsilon_{\zeta_{g_1}} - \varepsilon_{\zeta_{g_2}} - \varepsilon_{\text{в}_2}\right) - 2x_1\left|\Phi_{\zeta_{g_1}}\right|\left|\Phi_{\psi_1}\right| \times\\ &\times \cos\left(\varepsilon_{\zeta_{g_1}} - \varepsilon_{\psi_1}\right) + 2x_2\left|\Phi_{\zeta_{g_1}}\right|\left|\Phi_{\psi_2}\right|\cos\left(\varepsilon_{\zeta_{g_1}} - \varepsilon_{\psi_2} - \varepsilon_{\text{в}_2}\right) + 2y_1\left|\Phi_{\zeta_{g_1}}\right| \times\\ &\times \left|\Phi_{\theta_1}\right|\cos\left(\varepsilon_{\zeta_{g_1}} - \varepsilon_{\theta_1}\right) - 2y_2\left|\Phi_{\zeta_{g_1}}\right|\left|\Phi_{\theta_2}\right|\cos\left(\varepsilon_{\zeta_{g_1}} - \varepsilon_{\theta_2} - \varepsilon_{\text{в}_2}\right) +\\ &+ 2x_1\left|\Phi_{\zeta_{g_2}}\right|\left|\Phi_{\psi_1}\right|\cos\left(\varepsilon_{\psi_1} - \varepsilon_{\zeta_{g_2}} - \varepsilon_{\text{в}_2}\right) - 2x_2\left|\Phi_{\zeta_{g_2}}\right|\left|\Phi_{\psi_2}\right| \times\\ &\times \cos\left(\varepsilon_{\zeta_{g_2}} - \varepsilon_{\psi_2}\right) - 2y_1\left|\Phi_{\zeta_{g_2}}\right|\left|\Phi_{\theta_1}\right|\cos\left(\varepsilon_{\theta_1} - \varepsilon_{\zeta_{g_2}} - \varepsilon_{\text{в}_2}\right) +\\ &+ 2y_2\left|\Phi_{\zeta_{g_2}}\right|\left|\Phi_{\theta_2}\right|\cos\left(\varepsilon_{\zeta_{g_2}} - \varepsilon_{\theta_2}\right) - 2x_1x_2\left|\Phi_{\psi_1}\right|\left|\Phi_{\psi_2}\right| \times\\ &\times \cos\left(\varepsilon_{\psi_1} - \varepsilon_{\psi_2} - \varepsilon_{\text{в}_2}\right) - 2x_1y_1\left|\Phi_{\psi_1}\right|\left|\Phi_{\theta_1}\right|\cos\left(\varepsilon_{\psi_1} - \varepsilon_{\theta_1}\right) +\\ &+ 2x_1y_2\left|\Phi_{\psi_1}\right|\left|\Phi_{\theta_2}\right|\cos\left(\varepsilon_{\psi_1} - \varepsilon_{\theta_2} - \varepsilon_{\text{в}_2}\right) + 2x_2y_1\left|\Phi_{\psi_2}\right|\left|\Phi_{\theta_1}\right| \times\\ &\times \cos\left(\varepsilon_{\theta_1} - \varepsilon_{\psi_2} - \varepsilon_{\text{в}_2}\right) - 2x_2y_2\left|\Phi_{\psi_2}\right|\left|\Phi_{\theta_2}\right|\cos\left(\varepsilon_{\psi_2} - \varepsilon_{\theta_2}\right) -\\ &- 2y_1y_2\left|\Phi_{\theta_1}\right|\left|\Phi_{\theta_2}\right|\cos\left(\varepsilon_{\theta_1} - \varepsilon_{\theta_2} - \varepsilon_{\text{в}_2}\right).\end{aligned} \qquad (V.68)$$

В формуле (V.68) величина $\varepsilon_{\text{в}_1} = \frac{\omega^2}{g}(s\cos\beta_{\text{в}} + l\sin\beta_{\text{в}})$, если расчет производится для двухмерного нерегулярного волнения; $\varepsilon_{\text{в}_2} = (\omega^2/g)\,[s\cos(\beta_{\text{в}} - \vartheta) + l\sin(\beta_{\text{в}} - \vartheta)]$, если вычисления выполняются применительно к трехмерному волнению. При этом фазовые характеристики первого судна определяются по отношению к профилю волны $\zeta_{\text{в}}(t, \xi, \eta)$ в начале системы координат $\xi\eta\zeta$, а второго судна — по отношению к процессу $\zeta_{\text{в}}(t, \xi, \eta)$ при $\xi = s$, $\eta = l$ по формулам, приведенным в гл. III и IV второго раздела. Для других проекций относительных перемещений структура формулы квадрата модуля передаточной функции имеет аналогичный выражению (V.68) вид.

Если известен модуль передаточной функции любого из процессов $\xi_m(t)$, $\eta_m(t)$, $\zeta_m(t)$, то дисперсия искомой величины и другие ее статистические характеристики определятся спектральным методом, изложенным в § 29, 30.

При расположении судов вразрез нерегулярному двухмерному волнению относительные вертикальные перемещения имеют вид

$$\zeta_m = \zeta_{g1} - \zeta_{g2} - \psi_1 x_1 + \psi_2 x_2. \tag{V.69}$$

Для дисперсии величины D_{ζ_m} справедливо выражение

$$D_{\zeta_m} = D_{\zeta_{g1}} + D_{\zeta_{g2}} + x_1^2 D_{\psi_1} + x_2^2 D_{\psi_2} - 2R_{\zeta_{g1}\zeta_{g2}} - 2x_1 R_{\zeta_{g1}\psi_1} + 2x_2 R_{\zeta_{g1}\psi_2} + \\ + 2x_1 R_{\zeta_{g2}\psi_1} - 2x_2 R_{\zeta_{g2}\psi_2} - 2x_1 x_2 R_{\psi_1\psi_2}. \tag{V.70}$$

Из общего соотношения (V.68) при $\beta_в = 180°$ следует формула для квадрата модуля передаточной функции

$$\left|\Phi_{\zeta_m}(\omega)\right|^2 = \left|\Phi_{\zeta_{g1}}\right|^2 + \left|\Phi_{\zeta_{g2}}\right|^2 + x_1^2\left|\Phi_{\psi_1}\right|^2 + x_2^2\left|\Phi_{\psi_2}\right|^2 - 2\left|\Phi_{\zeta_{g1}}\right| \times \\ \times \left|\Phi_{\zeta_{g2}}\right| \cos\left(\varepsilon_{\zeta_{g1}} - \varepsilon_{\zeta_{g2}} + ks\right) - 2x_1\left|\Phi_{\zeta_{g1}}\right|\left|\Phi_{\psi_1}\right| \cos\left(\varepsilon_{\zeta_{g1}} - \varepsilon_{\psi_1}\right) + \\ + 2x_2\left|\Phi_{\zeta_{g1}}\right|\left|\Phi_{\psi_2}\right| \cos\left(\varepsilon_{\zeta_{g1}} - \varepsilon_{\psi_2} + ks\right) + 2x_1\left|\Phi_{\zeta_{g2}}\right| \times \\ \times \left|\Phi_{\psi_1}\right| \cos\left(\varepsilon_{\psi_1} - \varepsilon_{\zeta_{g2}} + ks\right) - 2x_2\left|\Phi_{\zeta_{g2}}\right|\left|\Phi_{\psi_2}\right| \cos\left(\varepsilon_{\zeta_{g2}} - \varepsilon_{\psi_2}\right) - \\ - 2x_1 x_2\left|\Phi_{\psi_1}\right|\left|\Phi_{\psi_2}\right| \cos\left(\varepsilon_{\psi_1} - \varepsilon_{\psi_2} + ks\right), \quad k = \omega^2/g. \tag{V.71}$$

Могут быть определены положения по длине судов таких точек m_1 и m_2, относительные вертикальные колебания которых были бы наименьшими. В соответствии со схемой взаимного расположения судов (см. рис. V.6) $x_2 = x_1 - s$. Значение абсциссы x, соответствующее минимальной величине дисперсии D_{ζ_m}:

$$x_{1\zeta_{\min}} = \frac{s\left(D_{\psi_2} - R_{\psi_1\psi_2}\right) + R_{\zeta_{g1}\psi_1} - R_{\zeta_{g1}\psi_2} - R_{\zeta_{g2}\psi_1} + R_{\zeta_{g2}\psi_2}}{D_{\psi_1} + D_{\psi_2} - 2R_{\psi_1\psi_2}}. \tag{V.72}$$

Величина $x_{2\zeta_{\min}} = x_{1\zeta_{\min}} - s$.

Соотношения для скоростей и ускорений относительных вертикальных перемещений при продольной качке находятся из формул (V.66) и (V.67):

$$\dot{\zeta}_m = \dot{\zeta}_{g1} - \dot{\zeta}_{g2} - \dot{\psi}_1 x_1 + \dot{\psi}_2 x_2; \tag{V.73}$$

$$\ddot{\zeta}_m = \ddot{\zeta}_{g1} - \ddot{\zeta}_{g2} - \ddot{\psi}_1 x_1 + \ddot{\psi}_2 x_2. \tag{V.74}$$

Дисперсии скоростей и ускорений имеют вид

$$D_{\dot{\zeta}_m} = D_{\dot{\zeta}_{g1}} + D_{\dot{\zeta}_{g2}} + x_1^2 D_{\dot{\psi}_1} + x_2^2 D_{\dot{\psi}_2} - 2R_{\dot{\zeta}_{g1}\dot{\zeta}_{g2}} - 2x_1 R_{\dot{\zeta}_{g1}\dot{\psi}_1} + 2x_2 R_{\dot{\zeta}_{g1}\dot{\psi}_2} + \\ + 2x_1 R_{\dot{\zeta}_{g2}\dot{\psi}_1} - 2x_2 R_{\dot{\zeta}_{g2}\dot{\psi}_2} - 2x_1 x_2 R_{\dot{\psi}_1\dot{\psi}_2}; \tag{V.75}$$

$$D_{\ddot{\zeta}_m} = D_{\ddot{\zeta}_{g1}} + D_{\ddot{\zeta}_{g2}} + x_1^2 D_{\ddot{\psi}_1} + x_2^2 D_{\ddot{\psi}_2} - 2R_{\ddot{\zeta}_{g1}\ddot{\zeta}_{g2}} - 2x_1 R_{\ddot{\zeta}_{g1}\ddot{\psi}_1} + 2x_2 R_{\ddot{\zeta}_{g1}\ddot{\psi}_2} + \\ + 2x_1 R_{\ddot{\zeta}_{g2}\ddot{\psi}_1} - 2x_2 R_{\ddot{\zeta}_{g2}\ddot{\psi}_2} - 2x_1 x_2 R_{\ddot{\psi}_1\ddot{\psi}_2}. \tag{V.76}$$

Положение по длине судов точек, скорость или ускорение изменения расстояния между которыми будет иметь наименьшую дисперсию, определится формулами, аналогичными (V.72):

$$x_{1\dot{\zeta}_{\min}} = \frac{s\left(D_{\dot{\psi}_2} - R_{\dot{\psi}_1\dot{\psi}_2}\right) + R_{\dot{\zeta}_{g1}\dot{\psi}_1} - R_{\dot{\zeta}_{g1}\dot{\psi}_2} - R_{\dot{\zeta}_{g2}\dot{\psi}_1} + R_{\dot{\zeta}_{g2}\dot{\psi}_2}}{D_{\dot{\psi}_1} + D_{\dot{\psi}_2} - 2R_{\dot{\psi}_1\dot{\psi}_2}}; \tag{V.77}$$

$$x_{1\ddot{\zeta}_{\min}} = \frac{s\left(D_{\ddot{\psi}_2} - R_{\ddot{\psi}_1\ddot{\psi}_2}\right) + R_{\ddot{\zeta}_{g1}\ddot{\psi}_1} - R_{\ddot{\zeta}_{g1}\ddot{\psi}_2} - R_{\ddot{\zeta}_{g2}\ddot{\psi}_1} + R_{\ddot{\zeta}_{g2}\ddot{\psi}_2}}{D_{\ddot{\psi}_1} + D_{\ddot{\psi}_2} - 2R_{\ddot{\psi}_1\ddot{\psi}_2}}. \tag{V.78}$$

Если любые два вида качки первого и второго судна обозначить соответственно символами u_1 и u_2, то корреляционные моменты выражений (V.70), (V.75) и (V.76), относящиеся к величинам u_1 и u_2, будут определяться формулами

$$R_{u_1u_2} = \int_0^\infty |\Phi_{u_1}||\Phi_{u_2}| S_\zeta^*(\omega) \cos(\varepsilon_{u_1} - \varepsilon_{u_2} + ks)\, d\omega; \tag{V.79}$$

$$R_{\dot{u}_1\dot{u}_2} = \int_0^\infty \omega_K^2 |\Phi_{u_1}||\Phi_{u_2}| S_\zeta^*(\omega) \cos(\varepsilon_{u_1} - \varepsilon_{u_2} + ks)\, d\omega; \tag{V.80}$$

$$R_{\ddot{u}_1\ddot{u}_2} = \int_0^\infty \omega_K^4 |\Phi_{u_1}||\Phi_{u_2}| S_\zeta^*(\omega) \cos(\varepsilon_{u_1} - \varepsilon_{u_2} + ks)\, d\omega. \tag{V.81}$$

Если определяются относительные перемещения судов, испытывающих качку на попутном волнении, в приведенных формулах знак перед произведением ks должен быть изменен на противоположный.

Приведенные ниже соотношения (V.82)—(V.95) определяют относительные перемещения точек m_1 и m_2 судов, расположенных лагом к волнению и испытывающих бортовую и вертикальную качку, а также поперечные горизонтальные колебания. При этом волнение распространяется вдоль положительного направления оси $O\eta$.

Линейные относительные перемещения

$$\eta_m = \eta_{g1} - \eta_{g2} - \theta_1 z_1 + \theta_2 z_2; \tag{V.82}$$

$$\zeta_m = \zeta_{g1} - \zeta_{g2} + \theta_1 y_1 - \theta_2 y_2 \tag{V.83}$$

в этом случае характеризуются дисперсиями

$$D_{\eta_m} = D_{\eta_{g1}} + D_{\eta_{g2}} + z_1^2 D_{\theta_1} + z_2^2 D_{\theta_2} - 2R_{\eta_{g1}\eta_{g2}} - 2z_1 R_{\eta_{g1}\theta_1} + 2z_2 R_{\eta_{g1}\theta_1} + \\ + 2z_1 R_{\eta_{g2}\theta_1} - 2z_2 R_{\eta_{g2}\theta_2} - 2z_1 z_2 R_{\theta_1\theta_2}; \tag{V.84}$$

$$D_{\zeta_m} = D_{\zeta_{g1}} + D_{\zeta_{g2}} + y_1^2 D_{\theta_1} + y_2^2 D_{\theta_2} - 2R_{\zeta_{g1}\zeta_{g2}} + 2y_1 R_{\zeta_{g1}\theta_1} - 2y_2 R_{\zeta_{g1}\theta_2} - \\ - 2y_1 R_{\zeta_{g2}\theta_1} + 2y_2 R_{\zeta_{g2}\theta_2} - 2y_1 y_2 R_{\theta_1\theta_2}. \tag{V.85}$$

При использовании для расчета дисперсий передаточных функций процессов $\eta_m(t)$ и $\zeta_m(t)$ квадраты модулей последних следует принимать в соответствии с выражениями

$$|\Phi_{\eta_m}(\omega)|^2 = |\Phi_{\eta_{g1}}|^2 + |\Phi_{\eta_{g2}}|^2 + z_1^2 |\Phi_{\theta_1}|^2 + z_2^2 |\Phi_{\theta_2}|^2 - \\ - 2|\Phi_{\eta_{g1}}||\Phi_{\eta_{g2}}| \cos(\varepsilon_{\eta_{g1}} - \varepsilon_{\eta_{g2}} - kl) - 2z_1 |\Phi_{\eta_{g1}}||\Phi_{\theta_1}| \cos(\varepsilon_{\eta_{g1}} - \varepsilon_{\theta_1}) + \\ + 2z_2 |\Phi_{\eta_{g1}}||\Phi_{\theta_2}| \cos(\varepsilon_{\eta_{g1}} - \varepsilon_{\theta_2} - kl) + 2z_1 |\Phi_{\eta_{g2}}||\Phi_{\theta_1}| \cos(\varepsilon_{\theta_1} - \varepsilon_{\eta_{g2}} - \\ - kl) - 2z_2 |\Phi_{\theta_2}||\Phi_{\eta_{g2}}| \cos(\varepsilon_{\theta_2} - \varepsilon_{\eta_{g2}}) - 2z_1 z_2 |\Phi_{\theta_1}||\Phi_{\theta_2}| \cos \times \\ \times (\varepsilon_{\theta_1} - \varepsilon_{\theta_2} - kl); \tag{V.86}$$

$$\Phi_{\zeta_m}(\omega)|^2 = |\Phi_{\zeta_{g1}}|^2 + |\Phi_{\zeta_{g2}}|^2 + y_1^2 |\Phi_{\theta_1}|^2 + y_2^2 |\Phi_{\theta_2}|^2 - 2|\Phi_{\zeta_{g1}}||\Phi_{\zeta_{g2}}| \cos \times \\ \times (\varepsilon_{\zeta_{g1}} - \varepsilon_{\zeta_{g_2}} - kl) + 2y_1 |\Phi_{\zeta_{g1}}||\Phi_{\theta_1}| \cos(\varepsilon_{\zeta_{g1}} - \varepsilon_{\theta_1}) - \\ - 2y_2 |\Phi_{\zeta_{g1}}||\Phi_{\theta_2}| \cos(\varepsilon_{\zeta_{g1}} - \varepsilon_{\theta_2} - kl) - 2y_1 |\Phi_{\zeta_{g2}}||\Phi_{\theta_1}| \cos(\varepsilon_{\zeta_{g1}} - \varepsilon_{\zeta_{g2}} - \\ - kl) + 2y_2 |\Phi_{\zeta_{g2}}||\Phi_{\theta_2}| \cos(\varepsilon_{\zeta_{g_2}} - \varepsilon_{\theta_2}) - 2y_1 y_2 |\Phi_{\theta_1}||\Phi_{\theta_2}| \cos \times \\ \times (\varepsilon_{\theta_1} - \varepsilon_{\theta_2} - kl). \tag{V.87}$$

В этих формулах, как и в (V.68), учтена зависимость фазовых сдвигов процесса волнения от расстояния между точками, в которых определяется профиль волны. Таким образом, фазовые характеристики первого судна вычисляются по отношению к профилю волны в начале системы координат $\xi\eta\zeta$, а второго судна — по отношению к ординате волны при $\eta = l$ с помощью формул гл. III, IV второго раздела.

Статистические характеристики относительных перемещений с помощью (V.86), (V.87) вычисляются обычным путем, изложенным в § 29, 30. Мгновенные значения скоростей и ускорений линейных относительных перемещений точек m_1 и m_2 для рассматриваемого случая определяются выражениями

$$\dot{\eta}_m = \dot{\eta}_{g_1} - \dot{\eta}_{g_2} - \dot{\theta}_1 z_1 + \dot{\theta}_2 z_2; \tag{V.88}$$

$$\dot{\zeta}_m = \dot{\zeta}_{g_1} - \dot{\zeta}_{g_2} + \dot{\theta}_1 y_1 - \dot{\theta}_2 y_2; \tag{V.89}$$

$$\ddot{\eta}_m = \ddot{\eta}_{g_1} - \ddot{\eta}_{g_2} - \ddot{\theta}_1 z_1 + \ddot{\theta}_2 z_2; \tag{V.90}$$

$$\ddot{\zeta}_m = \ddot{\zeta}_{g_1} - \ddot{\zeta}_{g_2} + \ddot{\theta}_1 y_1 - \ddot{\theta}_2 y_2. \tag{V.91}$$

С помощью дисперсий отдельных видов качки судов и корреляционных моментов дисперсии величин $\dot{\eta}_m$, $\dot{\zeta}_m$, $\ddot{\eta}_m$, $\ddot{\zeta}_m$ представляются следующим образом:

$$D_{\dot{\eta}_m} = D_{\dot{\eta}_{g1}} + D_{\dot{\eta}_{g2}} + z_1^2 D_{\dot{\theta}_1} + z_2^2 D_{\dot{\theta}_2} - 2R_{\dot{\eta}_{g1}\dot{\eta}_{g2}} - 2z_1 R_{\dot{\eta}_{g1}\dot{\theta}_1} + \\ + 2z_2 R_{\dot{\eta}_{g1}\dot{\theta}_2} + 2z_1 R_{\dot{\eta}_{g2}\dot{\theta}_1} - 2z_2 R_{\dot{\eta}_{g2}\dot{\theta}_2} - 2z_1 z_2 R_{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2}; \tag{V.92}$$

$$D_{\dot{\zeta}_m} = D_{\dot{\zeta}_{g1}} + D_{\dot{\zeta}_{g2}} + y_1^2 D_{\dot{\theta}_1} + y_2^2 D_{\dot{\theta}_2} - 2R_{\dot{\zeta}_{g1}\dot{\zeta}_{g2}} + 2y_1 R_{\dot{\zeta}_{g1}\dot{\theta}_1} - \\ - 2y_2 R_{\dot{\zeta}_{g1}\dot{\theta}_2} - 2y_1 R_{\dot{\zeta}_{g2}\dot{\theta}_1} + 2y_2 R_{\dot{\zeta}_{g2}\dot{\theta}_2} - 2y_1 y_2 R_{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2}; \tag{V.93}$$

$$D_{\ddot{\eta}_m} = D_{\ddot{\eta}_{g1}} + D_{\ddot{\eta}_{g2}} + z_1^2 D_{\ddot{\theta}_1} + z_2^2 D_{\ddot{\theta}_2} - 2R_{\ddot{\eta}_{g1}\ddot{\eta}_{g2}} - 2z_1 R_{\ddot{\eta}_{g1}\ddot{\theta}_1} + \\ + 2z_2 R_{\ddot{\eta}_{g1}\ddot{\theta}_2} + 2z_1 R_{\ddot{\eta}_{g2}\ddot{\theta}_1} - 2z_2 R_{\ddot{\eta}_{g2}\ddot{\theta}_2} - 2z_1 z_2 R_{\ddot{\theta}_1\ddot{\theta}_2}; \tag{V.94}$$

$$D_{\ddot{\zeta}_m} = D_{\ddot{\zeta}_{g1}} + D_{\ddot{\zeta}_{g2}} + y_1^2 D_{\ddot{\theta}_1} + y_2^2 D_{\ddot{\theta}_2} - 2R_{\ddot{\zeta}_{g1}\ddot{\zeta}_{g2}} + 2y_1 R_{\ddot{\zeta}_{g1}\ddot{\theta}_1} - \\ - 2y_2 R_{\ddot{\zeta}_{g1}\ddot{\theta}_2} - 2y_1 R_{\ddot{\zeta}_{g2}\ddot{\theta}_1} + 2y_2 R_{\ddot{\zeta}_{g2}\ddot{\theta}_2} - 2y_1 y_2 R_{\ddot{\theta}_1\ddot{\theta}_2}. \tag{V.95}$$

Входящие в (V.84), (V.85), (V.92)—(V.95) корреляционные моменты качки первого и второго судов определяются формулами, не отличающимися по виду от соотношений (V.79)—(V.81), если в последних параметр s заменить величиной l, а вместо кажущейся частоты $\omega_к$ ввести истинную частоту ω.

При использовании приведенных в настоящем параграфе соотношений, определяющих кинематические характеристики относительных колебаний двух судов на волнении, необходимо иметь в виду следующее.

В процессе совместной качки каждое судно испытывает в общем случае гидродинамическое и механическое взаимодействие с расположенным рядом судном. Наличие этого взаимодействия, степень которого зависит от характера волнения и механических связей (швартовы, кранцы и т. п.), а также от взаимного расположения судов и их ориентации относительно волн, должно, строго говоря, учитываться при расчетах совместной качки. Теоретический и экспериментальный анализы показывают, что при расположении судов вразрез двухмерному волнению их взаимное гидродинамическое влияние на параметры продольной качки сравнительно невелико. При таком расположении судов оказывается возможным в первом приближении не учитывать также и влияние механической взаимосвязи между ними, даже когда суда пришвартованы друг к другу [15]. Таким образом, в рассматрива-

емом случае рекомендуется при выполнении расчетной оценки параметров относительных перемещений в процессе вычислений передаточных функций килевой и вертикальной качки каждого судна считать другое судно отсутствующим и пользоваться методами, изложенными в гл. IV второго раздела применительно к изолированному судну.

Пренебрежение взаимным гидродинамическим влиянием судов, расположенных лагом к волнению, может привести иногда к заметной погрешности расчета, особенно в случае, когда расстояние между судами меньше их длины. Наиболее ощутимо гидродинамическое влияние сказывается на параметрах качки второго по направлению распространения волн судна вследствие возмущений, вносимых в свободную волну корпусом первого судна (эффект экранирования). Параметры качки первого судна приближенно можно принять равными элементам бортовой, вертикальной качки и поперечных горизонтальных колебаний изолированного судна. Таким образом, модули передаточных функций $\Phi_{\theta_1}(\omega)$, $\Phi_{\zeta_{g_1}}(\omega)$, $\Phi_{\eta_{g_1}}(\omega)$ и фазы ε_{θ_1}, $\varepsilon_{\zeta_{g_1}}$, $\varepsilon_{\eta_{g_1}}$ можно рассчитывать без учета присутствия второго судна методами, изложенными в гл. III второго раздела.

Для указанного случая при расчетах качки амплитуду регулярной волны, действующей на второе судно, можно оценить по приближенной формуле [16]

$$\zeta_{A2} = \zeta_A \bar{f}_r, \tag{V.96}$$

где ζ_A — амплитуда набегающей на первое судно прогрессивной волны;

$$\bar{f}_r = \frac{1}{L} \int\limits_L \frac{\zeta_A^*(x_2)}{\zeta_A} dx_2 \tag{V.97}$$

— коэффициент экранирования или среднее значение по длине второго судна изменения амплитуды волны в результате эффекта экранирования первым судном; $\zeta_A^*(x_2)$ — амплитуда волны, набегающей на корпус второго судна (рассчитывается в зависимости от координаты x_2 для различных его сечений).

Интегрирование ведется по длине второго судна.

Профиль регулярной волны

$$\zeta_в^* = \zeta_A^*(x_2)\, e^{-k\zeta} \cos\left[\omega t - k\eta + \varepsilon(x_2)\right], \tag{V.98}$$

воздействующей на второе судно, отличается от профиля свободных волн

$$\zeta_в = \zeta_A e^{-k\zeta} \cos(\omega t - k\eta) \tag{V.99}$$

также наличием фазы $\varepsilon(x_2)$. Для ориентировочного определения последней в расчеты качки второго судна вводится ее осредненная оценка

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{L} \int\limits_L \varepsilon(x_2)\, dx_2. \tag{V.100}$$

При расчете качки второго судна коэффициент $\bar{f}_r$ следует вводить в качестве сомножителя к передаточным функциям, вычисляемым для этого судна как изолированного.

В соответствии с (V.98) должны быть изменены и фазовые характеристики ε_{u_2} передаточных функций качки второго судна

$$\varepsilon_{u_2} = \varepsilon_{u_{из}} - \bar{\varepsilon}, \tag{V.101}$$

где фаза $\varepsilon_{u_{из}}$ относится к изолированному судну.

При расчете отношения ζ_A^*/ζ_A, рассматривая первое судно как неподвижное препятствие на пути распространения волн, можно воспользоваться рекомендацией [15]:

$$\frac{\zeta_A^*}{\zeta_A} = f_B(\omega)\, f_T(\omega), \tag{V.102}$$

где

$$f_B(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (ky_{01})^2}}; \qquad (V.103)$$

$$f_T(\omega) = \sqrt{1 + \pi^2 (I_1/K_1)^2}; \qquad (V.104)$$

$I_1 = I(kT_1)$, $K_1 = K_1(kT_1)$ — функция Бесселя от мнимого аргумента и функция Макдональда; $ky_{01}(x_1)$ — ширина по ватерлинии первого судна в данном сечении;

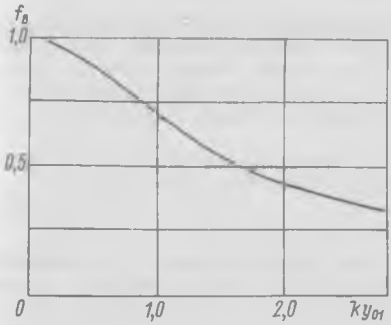


Рис. V.7. Зависимость функции f_B от параметра ky_{01}.

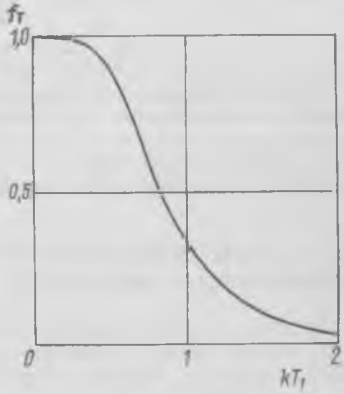


Рис. V.8. Зависимость функции f_T от параметра kT_1.

$T_1 = T_1(x_1)$ — осадка шпангоута первого судна для фиксированного значения абсциссы x_1, $k = \omega^2/g$.

Формула (V.103) получена А. М. Басиным при решении задачи о волнах за прямоугольным понтоном; соотношение (V.104) предложено М. Д. Хаскиндом для определения относительной амплитуды волны за вертикально расположенной пластиной бесконечного размаха [15].

Фазу $\varepsilon(x_2)$ можно рассчитать по формуле

$$\varepsilon(x_2) = -\operatorname{arctg} \frac{\pi I_1(kT_1)}{K_1(kT_1)}. \qquad (V.105)$$

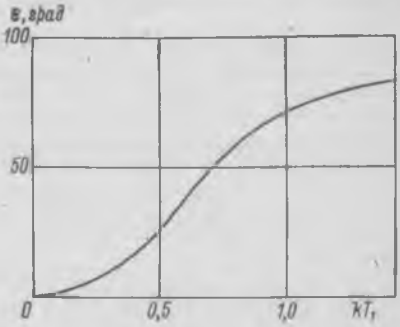


Рис. V.9. Зависимость фазы ε от параметра kT_1.

На рис. V.7—V.9 изображены графики функций $f_B(ky_{01})$, $f_T(kT_1)$, $\varepsilon(kT_1)$.

Формулы (V.102)—(V.105) позволяют при наличии ординат ватерлинии $y_{01}(x_1)$ и значений осадки $T_1(x_1)$ для заданной частоты волны рассчитать отношение ζ_A^*/ζ_A и фазу ε. Повторяя вычисления для различных значений абсциссы x_1, можно построить зависимости $\zeta_A^*(x_1)/\zeta_A$ и $\varepsilon(x_1)$, а учитывая равенство $x_2 = x_1 - s$, найти изменение по длине второго судна отношения $\zeta_A^*(x_2)/\zeta_A$ и фазы $\varepsilon(x_2)$. Отношение $\zeta_A^*(x_2)/\zeta_A$ не будет равно единице при значениях x_2, которым соответствуют отличные от нуля ординаты y_{01} или осадка T_1 первого судна. Положение по длине второго судна области, подвергнутой экранированию, определяется, таким образом, протяженностью проекции на его диаметральную плоскость ватерлинии первого судна. Вне области экранирования

$$\zeta_A^*(x_2)/\zeta_A = 1; \quad \varepsilon(x_2) = 0.$$

Процедура более точного учета эффекта экранирования при определении возмущающих сил, действующих на второе судно, в случае расположения обоих судов лагом к волне изложена в [15].

Если волны набегают на систему из двух судов под произвольным курсовым углом, отличным от 90 и 180°, ориентировочная оценка влияния экранирования также может быть произведена по формулам, аналогичным приведенным выше; при этом в качестве ширины следует принимать во внимание протяженность корпуса экранирующего судна в направлении бега волн. Однако для курсовых углов, отличных от 90°, более существенным, чем при расположении лагом к волне, оказывается пространственный характер дифракции волн у корпуса экранирующего судна, который наиболее ярко выражается в огибании волнами его оконечностей и не учитывается в изложенном способе расчета.

Из механической взаимосвязи при поперечной качке наиболее существенным является контакт бортов ошвартованных судов, который изменяет интенсивность и характер их поперечных горизонтальных колебаний. Метод расчета статистических характеристик относительных горизонтальных колебаний судов с учетом их соударений в процессе качки достаточно сложен; он приведен в [16].

§ 35. ОЦЕНКА ЗАЛИВАЕМОСТИ СУДНА И ВЕРОЯТНОСТИ СЛЕМИНГА

При расчетной оценке заливаемость судна отождествляется с превышением уровня верхней палубы профилем набегающих волн. Используя связанную с судном систему координат, условие заливания палубы на расстоянии x от центра тяжести судна записывают в виде

$$q_0(x) \geqslant F^*(x), \tag{V.106}$$

где $q_0(x)$ — амплитуда колебаний волнового уровня относительно корпуса судна; $F^*(x)$ — расчетная высота надводного борта судна.

В качестве расчетного значения F^* принимается эффективный надводный борт, который отличается от геометрического надводного борта F из-за ходовой волны и вызванного движением судна на тихой воде изменения осадки

$$F^* = F - \Delta F = F - 0{,}75\mathrm{Fr}^2\, BL/l_{\text{н}}, \tag{V.107}$$

где $l_{\text{н}}$ — длина носового заострения корпуса.

Динамические эффекты, обусловленные качкой судна, изменяют амплитуду относительных колебаний в носу: при погружении носа поверхность воды поднимается выше статического волнового уровня, при выходе носа из воды волновая поверхность опускается несколько ниже. Увеличение амплитуды относительных колебаний в носу из-за качки оценивается с помощью эмпирической формулы [150]

$$\frac{\Delta q_0}{q_0} = \frac{\delta - 0{,}45}{3}\sqrt{\frac{L}{g}}\,\omega_{\text{к}}, \quad 0{,}6 < \delta < 0{,}8, \tag{V.108}$$

где $\sqrt{\frac{L}{g}}\,\omega_{\text{к}} = \sqrt{2\pi}\,\frac{\omega}{\omega_L}\left(1 + \sqrt{2\pi}\,\mathrm{Fr}\,\frac{\omega}{\omega_L}\right)$; $\omega_L = \sqrt{\frac{2\pi g}{L}}$; δ — коэффициент общей полноты корпуса.

Без учета горизонтальных продольных колебаний судна относительные колебания определяются выражением [15]

$$q(t) = \zeta_{\text{в}} - \zeta_g + x\psi. \tag{V.109}$$

Необходимую для вероятностной оценки заливаемости дисперсию $q(t)$ определяют как дисперсию суммы случайных величин в (V.109)

$$D_q = D_\zeta + D_{\zeta_g} + x^2 D_\psi - 2R_{\zeta\zeta_g} + 2xR_{\zeta\psi} - 2xR_{\zeta_g\psi},$$

где D_ζ, D_{ζ_g}, D_ψ — дисперсии процессов волнения, вертикальной и килевой качки; $R_{\zeta\zeta_g}$, $R_{\zeta\psi}$, $R_{\zeta_g\psi}$ — корреляционные моменты процессов $\zeta(t)$, $\zeta_g(t)$, $\psi(t)$.

Дисперсию можно также найти, используя понятие о передаточной функции. На основании (V.109) величину $q(t)$ при качке судна на гармоническом волнении

с амплитудой ζ_A рассматривают как действительную часть комплексного выражения

$$q(t) = \zeta_A \left(e^{ikx} - |\Phi_{\zeta_g}| e^{-i\varepsilon_{\zeta_g}} + x |\Phi_\psi| e^{-i\varepsilon_\psi}\right) e^{i\omega_к t}, \qquad (V.110)$$

где $|\Phi_{\zeta_g}|$, $|\Phi_\psi|$, ε_{ζ_g}, ε_ψ—амплитудно-частотные и фазово-частотные характеристики вертикальной и килевой качки судна; $\omega_к$ — частота встречи судна с волной.

Амплитудно-частотная характеристика относительных колебаний равна модулю выражения (V.110) при $\zeta_A = 1$, а ее квадрат равен

$$|\Phi_q(\omega)|^2 = 1 + |\Phi_{\zeta_g}|^2 + x^2 |\Phi_\psi|^2 - 2 |\Phi_{\zeta_g}| \cos(\varepsilon_{\zeta_g} + kx) + \\ + 2x |\Phi_\psi| \cos(\varepsilon_\psi + kx) - 2x |\Phi_{\zeta_g}| |\Phi_\psi| \cos(\varepsilon_{\zeta_g} - \varepsilon_\psi). \qquad (V.111)$$

Зависимость (V.111) позволяет определить дисперсию процесса

$$D_q = \int_0^\infty |\Phi_q(\omega)|^2 S_\zeta(\omega)\, d\omega, \qquad (V.112)$$

где $S_\zeta(\omega)$ — спектральная плотность волнения.

Средний период относительных колебаний волнового профиля рассчитывается по формуле

$$\bar{\tau}_q = 2\pi \sqrt{D_q / D_{\dot{q}}}, \qquad (V.113)$$

причем

$$D_{\dot{q}} = \int_0^\infty \omega_к^2 |\Phi_q(\omega)|^2 S_\zeta(\omega)\, d\omega. \qquad (V.114)$$

Аналогичным путем определяются относительные колебания волнового уровня и при движении судна под произвольным курсовым углом к волне. Вместо (V.109) в этом случае справедлива формула

$$q(x) = \zeta(x) - \zeta_g + x\psi - y(x)\,\theta, \qquad (V.115)$$

где $y(x)$ — полуширина линии верхней палубы.

Для дисперсии величины $q(x)$, определяемой (V.115), получается выражение

$$D_q = D_\zeta + D_{\zeta_g} + x^2 D_\psi + y^2 D_\theta - 2R_{\zeta\zeta_g} + 2xR_{\zeta\psi} - 2yR_{\zeta\theta} - \\ - 2xR_{\zeta_g\psi} + 2yR_{\zeta_g\theta} - 2xyR_{\psi\theta}, \qquad (V.116)$$

а для квадрата модуля передаточной функции — соотношение

$$|\Phi_q(\omega)|^2 = 1 + |\Phi_{\zeta_g}|^2 + x^2 |\Phi_\psi|^2 + y^2 |\Phi_\theta|^2 - 2 |\Phi_{\zeta_g}| \cos(\varepsilon_{\zeta_g} - \varepsilon_\zeta) + \\ + 2x |\Phi_\psi| \cos(\varepsilon_\psi - \varepsilon_\zeta) - 2y |\Phi_\theta| \cos(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\zeta) - \\ - 2x |\Phi_{\zeta_g}| |\Phi_\psi| \cos(\varepsilon_{\zeta_g} - \varepsilon_\psi) + 2y |\Phi_{\zeta_g}| |\Phi_\theta| \cos(\varepsilon_{\zeta_g} - \varepsilon_\theta) - \\ - 2xy |\Phi_\psi| |\Phi_\theta| \cos(\varepsilon_\psi - \varepsilon_\theta), \qquad (V.117)$$

где $|\Phi_\theta|$, ε_θ — модуль передаточной функции и фазовая характеристика бортовой качки.

Формула (V.117) дает возможность определить дисперсии D_q и $D_{\dot{q}}$, а также средний период $\bar{\tau}_q$, если необходимо оценить относительные колебания заданной точки судна и волнового профиля при движении под произвольным курсовым углом.

Задача вероятностной оценки заливания судна заключается в определении того, как часто случайная величина относительного погружения палубы превышает высоту надводного борта. Учитывая определение расчетной высоты надводного борта, считают, что колебания профиля волны происходят относительно динамической, а не накрашенной на корпусе судна ватерлинии, и, следовательно, процесс $q(t)$, как и качка судна, имеет нулевое среднее значение и подчиняется закону Гаусса. Поэтому принимается, что амплитудные значения процесса $q(t)$ распределены по закону Рэлея, и вероятность заливания равна

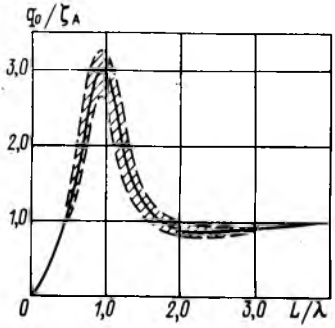
$$P(q_0 > F^*) = \exp(-F^{*2}/2D_q). \qquad (V.118)$$

Среднее число погружений палубы судна под поверхность волны за единицу времени равно

$$N = \frac{1}{2\pi} \bar{\omega} q \exp(-F^{*2}/2D_q). \qquad (V.119)$$

где $\bar{\omega}_q = 2\pi/\bar{\tau}_q$ — средняя частота относительных колебаний волнового уровня.

Можно определить также и среднюю продолжительность одного погружения рассматриваемой точки на палубе судна, как отношение среднего значения времени,



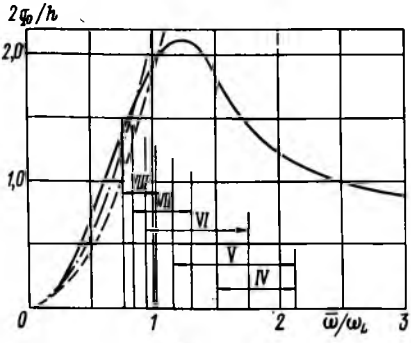


Рис. V.10. Осредненная зависимость относительных колебаний носовой оконечности судна от длины волны при резонансной скорости.

— — — — пределы отклонений.

Рис. V.11. Диаграмма относительных колебаний носа судна на встречном нерегулярном волнении.

Вероятность заливания: — — — 5 %; —.— 12,5 % для судна с высотой надводного борта 6 м (римские цифры указывают балл волнения для судна длиной 120 м).

в течение которого выполняется условие $q(t) < -F^*$, к среднему числу погружений N_F за время T_0:

$$\bar{\tau}_F = \pi/\bar{\omega}_q \exp(F^{*2}/2D_q)\,[1 - \Phi(F^*/\sqrt{2D_q})], \qquad (V.120)$$

где $\Phi(F^*/\sqrt{2D_g})$ — функция Лапласа.

Перечисленные выше статистические характеристики заливаемости судна без изменений могут быть применены и при оценке возможности оголения днища судна в заданном поперечном сечении корпуса. Для этого в соответствующих формулах вместо расчетной высоты надводного борта следует рассматривать осадку судна $T(x)$, измеренную от накрашенной ватерлинии на расстоянии x от центра тяжести. Например, по аналогии с формулой (V.119) для среднего числа оголений за время T_0 имеет место выражение

$$N_T(T_0) = \frac{\bar{\omega}_q T_0}{2\pi} \exp\left(-\frac{T^2(x)}{2D_q}\right). \qquad (V.121)$$

При расчете оголения днища, как и при последующих расчетах связанных с ним характеристик слеминга, поправка к осадке судна на ходовую волну не вводится. Но расчет дисперсии относительных колебаний, равно как и их скорости, производится с учетом соответствующей расчетному шпангоуту динамической поправки по формуле (V.108). Учитывается также изменение посадки судна при расчетной скорости.

При широком варьировании волновых условий относительные перемещения носа судна достигают максимума на встречных курсах к волне при длине волны, примерно равной длине судна: $\lambda_m = (0{,}9 \div 1{,}2)\,L$ и скорости хода, соответствующей резонансу по килевой качке. Как правило, в этих условиях амплитудно-частотные характеристики относительных колебаний носовой оконечности близких по типу

судов мало различаются и могут быть представлены общей осредненной зависимостью $q_0/\zeta_A = f(\lambda/L)$ (рис. V.10). Для судов традиционной архитектуры при $\delta = 0{,}5 \div 0{,}7$, $L/V^{1/3} = 6{,}5 \div 8{,}0$ ее наибольшее значение составляет $q_{0m}/\zeta_A = 2{,}7 \div 3{,}3$, т. е. амплитуда относительных колебаний носа на регулярном волнении примерно в три раза превышает амплитуду волны.

Использование свойств подобия при качке на нерегулярном волнении [61] позволяет представить данные, подобные графику на рис. V.10, в безразмерной форме $2q_0/h_0 = f(\bar{\omega}/\omega_L)$, пригодной для оценки вероятности заливаемости однотипных судов различной длины в широком диапазоне условий плавания (рис. V.11).

Определение относительных колебаний носовой оконечности судна на встречном волнении тесно связано с оценкой подверженности судов слемингу, который ассоциируется с ударами волн в носовую оконечность судна при качке на встречном волнении. Считается, что вероятность слеминга равна вероятности совпадения двух событий: оголения днища и превышения определенного порогового значения v_c скоростью относительных колебаний в момент входа днища в воду. Используя на этом основании соотношение для оценки среднего числа превышений процессом $q(t)$ уровня $T(x)$, при скорости более v_c, для среднего числа ударов за время T_0 получают формулу

$$N_{уд}(T_0) = \frac{\bar{\omega}_q T_0}{2\pi} \exp\left[-\left(\frac{T_1^2}{2D_q} + \frac{v_c^2}{2D_{\dot{q}}}\right)\right], \qquad (V.122)$$

где T_1 — расчетная осадка в зоне удара.

Пороговая скорость относительного движения днища и волны, ниже которой слеминг не наблюдается, определяется по формуле [136]

$$v_c = 0{,}093\sqrt{gL}. \qquad (V.123)$$

Вероятность слеминга на основании (V.122) определяется выражением

$$P_c = \exp\left[-\left(\frac{T_1^2}{2D_q} + \frac{v_c^2}{2D_{\dot{q}}}\right)\right]. \qquad (V.124)$$

Распределение интервалов времени между двумя последовательными ударами определяется усеченным показательным законом [151]

$$f(t) = N_{уд} \exp\left[-N_{уд}(t - \tau_к)\right], \qquad (V.125)$$

где $N_{уд}$ — среднее число ударов в единицу времени; $\tau_к$ — минимальный промежуток времени между двумя последовательными ударами, равный среднему периоду килевой качки.

§ 36. ВЫБОР РАСЧЕТНОГО СПЕКТРА ВОЛНЕНИЯ

Известно большое число формул, предложенных различными исследователями для аналитического описания энергетических частотных спектров волнения [15, 34]. Как показывает анализ, различия этих спектров обусловлены, главным образом, влиянием условий волнообразования (продолжительность действия ветра, разгон, гидрологические условия и т. д.) и ограниченностью экспериментального материала, что не позволяет рассматривать их как универсальные, хотя многие из спектров несомненно являются достоверными аппроксимациями результатов измерений волнения (см. гл. IV первого раздела тома I справочника).

На основании имеющихся в настоящее время данных в качестве типичного частотного спектра реального морского волнения рекомендуется двухпараметрический спектр вида

$$S_\zeta(\omega) = 9{,}43\frac{m_0}{\bar{\omega}}\left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^6 \exp\left[-1{,}5\left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^4\right], \qquad (V.126)$$

где $m_0 = D_\zeta$ — дисперсия волновых ординат; $\bar{\omega} = 2\pi/\bar{\tau}$ — средняя частота волнения, определяемая по точкам пересечения волнового профиля с нулевой линией; ω_m — частота максимума спектра; $\bar{\tau}$ — средний период волнения.

Для спектра (V.126) соотношение характерных частот равно

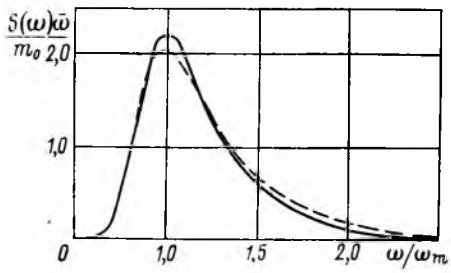
$$\omega_m = 0{,}777\bar{\omega}. \qquad (V.127)$$

Максимальная безразмерная ордината спектра $s_m = S_{\zeta m}\bar{\omega}/m_0 = 2{,}10$; ширина спектра $\varepsilon = 0{,}75$ [15]. График спектра изображен в виде безразмерной функции $S_\zeta(\omega)\,\bar{\omega}/m_0 = f(\omega/\omega_m)$ на рис. V.12.

Применяемые в зарубежной практике спектры Пирсона — Московица, Бретшнайдера, Второго международного конгресса по конструкции судов (1971 г.) и 12-й Международной конференции опытовых бассейнов (1969 г.), по существу, не имеют отличий от спектра (V.126) и могут быть представлены в аналогичной форме:

$$S_\zeta(\omega) = A\,\frac{m_0}{\bar{\omega}}\left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^k \exp\left[-B\left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^n\right], \qquad \text{(V.128)}$$

где $A = 6{,}99$—$7{,}06$; $B = 1{,}24$—$1{,}25$, $k = 5$, $n = 4$.



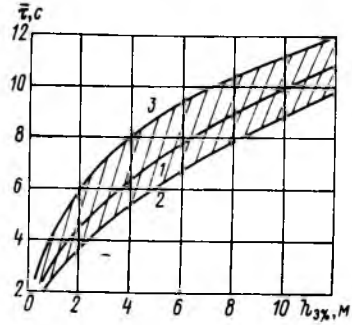


Рис. V.12. График энергетического спектра морского волнения.

Рис. V.13. Связь между средним периодом и характерной высотой волн.
1 — развитое волнение; *2* — развивающееся волнение; *3* — затухающее волнение.

Для полного описания спектра волнения (V.126) достаточно определить два параметра: соответствующие заданной интенсивности волнения дисперсию ординат волн D_ζ и их средний период $\bar{\tau}$. Согласно принятой в СССР шкале степени волнения ГУ ГМС 1953 г. (табл. V.3) интенсивность волнения определяется по высоте волны с обеспеченностью (вероятностью превышения) $h_{3\%}$. Поэтому для вычисления дисперсии волновых ординат по заданной высоте волны используется зависимость

$$D_\zeta = 0{,}143\left(0{,}5h_{3\%}\right)^2 = 0{,}0358h_{3\%}^2. \qquad \text{(V.129)}$$

Входящее сюда значение $h_{3\%}$ выбирается по шкале степени волнения в соответствии с заданными условиями расчета. Следует заметить, что при использовании формулы (V.129) и шкалы степени волнения ГУ ГМС 1953 г. величина $h_{3\%}$ должна определяться без учета вторичных волн, соответствующих экстремумам волнового профиля, обращенным к нулевой линии. Для определения среднего периода волнения рекомендуется использовать график (рис. V.13), полученный по результатам обработки волномерных наблюдений на различных морях и океанах. График дает представление о зависимости $\bar{\tau} = f(h_{3\%})$ на разных стадиях развития ветрового волнения в открытом море. Как видно, при заданном значении $h_{3\%}$ возможны различные значения среднего периода волнения, лежащие в пределах заштрихованной на графике зоны. Середина этой зоны (кривая *1*) хорошо согласуется с соотношением для вполне развитого волнения

$$\bar{\tau} = 3{,}3\sqrt{h_{3\%}}. \qquad \text{(V.130)}$$

Для учета индивидуальных особенностей акватории соотношение между величинами $h_{3\%}$ и $\bar{\tau}$ следует определять по данным океанографических наблюдений [34, 49]. С целью получения относительно неблагоприятного спектра из числа возможных для волнения заданной силы из значений среднего периода выбирается такое, при

Таблица V.3. Основные параметры расчетного энергетического спектра морского волнения

Параметр	Степень волнения, баллы					
	3	4	5	6	7	8
Высота волны $h_{3\%}$, м	1,25	2,0	3,5	6,0	8,5	11,0
Средний период волн $\bar{\tau}$, с	3,7	4,5	6,0	7,8	9,2	10,5
Дисперсия волновых ординат D_ζ, м²	0,056	0,143	0,438	1,29	2,58	4,33
Средняя частота волнения $\bar{\omega}$, с⁻¹	1,70	1,39	1,05	0,805	0,683	0,570
Частота максимума спектра ω_m, с⁻¹	1,32	1,08	0,809	0,626	0,531	0,443

Примечание. Высоты волн соответствуют верхним пределам диапазонов шкалы степени волнения.

котором максимум спектра располагается по оси частот возможно ближе к максимуму амплитудно-частотной характеристики рассматриваемого процесса.

Спектральная плотность углов волнового склона рассчитывается по формуле

$$S_\alpha(\omega) = g^{-2}\omega^4 S_\zeta(\omega)\, 57{,}3^2 = 34{,}12\omega^4 S_\zeta(\omega), \text{ град}^2\cdot\text{с}. \qquad (V.131)$$

Для описания трехмерного волнения спектральная плотность волновых ординат определяется выражением

$$S_\zeta(\omega, \alpha) = mS_\zeta(\omega)\cos^n\alpha, \qquad (V.132)$$

где α — текущее значение угла, определяющее направление распространения спектральных составляющих трехмерного волнения ($-90° < \alpha < 90°$); $S_\zeta(\omega)$ — частотный спектр волнения.

Коэффициенты m и n могут принимать следующие значения:

n	1	2	4
m	0,5	$2/\pi$	$8/3\pi$

Спектральная плотность углов волнового склона определяется выражением, аналогичным (V.131).

Изложенный способ определения энергетического спектра волнения дает удовлетворительные результаты при выполнении сравнительных расчетов качки судов или проверке на действие морского волнения конструкций, частотные характеристики которых отличаются широкой полосой пропускания и имеют достаточно большие значения в зоне максимума спектра волнения. Однако на практике могут встречаться случаи, когда спектральная плотность выходного процесса формируется, главным образом, за счет низкочастотных составляющих спектра волн ($0{,}4\omega_m < \omega < \omega_m$). Это может быть, если обследуемый объект представляет собой фильтр низких частот, т. е. имеет полосу пропускания в диапазоне $0 - \omega_1$, где частота $\omega_1 < \omega_m$. В этом случае выбор расчетного спектра требует особого внимания. Недостаток данных о низкочастотном диапазоне спектров волнения и разнообразие возможных в действительности видов волнения не позволяют дать исчерпывающие рекомендации по этому вопросу. В качестве одного из возможных методов используется описание волнения с помощью суммы двух спектров, один из которых определяет волнение в зоне максимума и в высокочастотной зоне, а второй — в зоне низких частот:

$$S_\zeta(\omega) = S_{\zeta 1}(\omega) + S_{\zeta 2}(\omega). \qquad (V.133)$$

Первое слагаемое соответствует основному спектру, а второе — дополнительному спектру

$$S_{\zeta 2}(\omega) = 17{,}3\,\frac{m_{02}}{\bar{\omega}_2}\left(\frac{\omega_{m2}}{\omega}\right)^8 \exp\left[-2{,}0\left(\frac{\omega_{m2}}{\omega}\right)^4\right], \qquad (V.134)$$

параметры которого определяются следующим образом: $m_{02} = 0{,}130m_{01}$; $\omega_{m2} = 0{,}70\omega_{m1}$; $\bar{\omega}_2 = 0{,}82\omega_{m1}$, где m_{01} и ω_{m1} — характеристики основного спектра.

Из условия постоянства расчетного значения дисперсии волнения $m_{01} = 0{,}885 D_\zeta$ прочие параметры спектра $S_{\zeta 1}(\omega)$ определяются по рекомендациям, изложенным выше.

Выбор параметров дополнительного спектра базируется на имеющемся в настоящее время экспериментальном материале, анализ которого позволяет считать, что вызванное ветром морское волнение практически не содержит в своем составе гармоник, частота которых была бы меньше частоты максимума спектра более чем в 2,5—3 раза. Наличие в спектре гармоник с более низкой частотой может быть объяснено сейсмическими и приливными колебаниями или иными малообследованными волнообразующими факторами.

Параметры дополнительного спектра могут оказать существенное влияние на результаты расчета, объектом которого является фильтр низких частот. Поэтому рекомендуемый способ описания волнения должен корректироваться с учетом особенностей обследуемого объекта, требований к точности и надежности расчетов и тех новых сведений о свойствах морского волнения, какие могут быть установлены в будущем.

По аналогии с изложенным приемом сложение двух спектров с независимым выбором их параметров может применяться для расчетов воздействия на судно смешанного волнения, т. е. двух волновых систем, одна из которых представляет собой зыбь, накладывающуюся на ветровое волнение. Однако в настоящее время имеется крайне мало экспериментальных материалов, которые могут быть положены в основу этого метода.

ПРИМЕР РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КАЧКИ СУДНА. Расчет выполняется применительно к судну, основные элементы которого приведены в гл. III второго раздела, для рассмотренного в ней примера расчета качки при расположении судна лагом к двухмерному волнению без хода.

Расчет энергетического спектра волновых ординат. Спектр волнения рассчитывался по формуле (V.126) для волнения интенсивностью 5, 6 и 7 баллов. Параметры спектра соответственно приняты равными:

5 бал.	$h_{3\%} = 3{,}5$ м	$\tau_m = 7{,}5$ с
6 бал.	$h_{3\%} = 6{,}0$ м	$\tau_m = 9{,}8$ с
7 бал.	$h_{3\%} = 8{,}5$ м	$\tau_m = 11{,}9$ с.

Ординаты спектра в зависимости от частоты ω для каждой балльности волнения приведены в таблицах, указанных ниже.

Расчет вертикальной качки и поперечно-горизонтальных перемещений. Спектральные плотности процессов вертикальной качки $\zeta_g(t)$ и поперечно-горизонтальных перемещений $\eta_g(t)$ рассчитываются на основе соотношений § 29 по формулам

$$S_{\zeta_g}(\omega) = |\Phi_{\zeta_g}(\omega)|^2 S_\zeta(\omega);$$

$$S_{\eta_g}(\omega) = |\Phi_{\eta_g}(\omega)|^2 S_\zeta(\omega).$$

Квадраты модуля передаточных функций процессов $\zeta_g(t)$ и $\eta_g(t)$ определяются по данным табл. III.4 и III.5 выражениями

$$|\Phi_{\zeta_g}(\omega)|^2 = (\zeta_{g0}/\zeta_A)^2; \quad |\Phi_{\eta_g}(\omega)|^2 = \varkappa_\eta^2.$$

Расчет спектральных плотностей $S_{\zeta_g}(\omega)$ и $S_{\eta_g}(\omega)$, а также спектров скоростей

$$S_{\dot\zeta_g}(\omega) = \omega^2 S_{\zeta_g}(\omega);$$

$$S_{\dot\eta_g}(\omega) = \omega^2 S_{\eta_g}(\omega)$$

выполняется по табл. V.4, V.5.

Зависимости $S_{\zeta_g}(\omega)$ и $S_{\eta_g}(\omega)$ приведены на рис. V.14, V.15.

Дисперсии рассматриваемых видов колебаний судна на волнении определяются графическим интегрированием соответствующих кривых спектральных плотностей, средние амплитуды и амплитуды с обеспеченностью 3 %, средние периоды рассчитываются по формулам (V.19), (V.21), (V.26). Результаты расчета приведены в сводной табл. V.13.

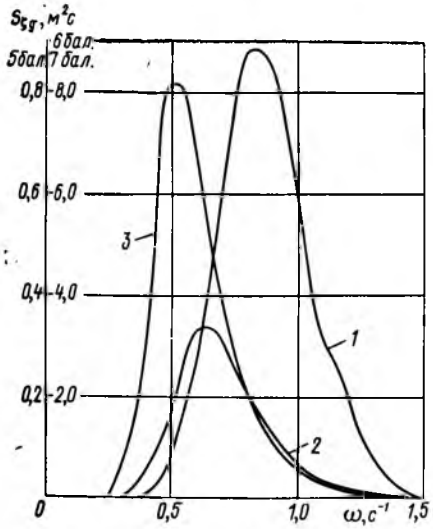
Таблица V.4. Расчет спектральных плотностей вертикальной качки

ω, 1/с	ω^2, 1/с²	$\left(\frac{\zeta_{g_0}}{\zeta_A}\right)^2$	5 бал.	6 бал.	7 бал.	5 бал.		6 бал.		7 бал.	
			S_ζ, м²с			S_{ζ_g}, м²с (3)·(4)	$S_{\dot\zeta_g}$, м²/с (2)·(7)	S_{ζ_g}, м²с (3)·(5)	$S_{\dot\zeta_g}$, м²/с (2)·(9)	S_{ζ_g}, м²с (3)·(6)	$S_{\dot\zeta_g}$, м²/с (2)·(11)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0,3	0,090	0,956	0	0	0,7	0	0	0	0	0,669 2	0,06
0,35	0,122 5	0,960	0	0,18	1,75	0	0	0,173	0,021	1,68	0,206
0,4	0,16	0,962	0,01	0,5	3,25	0,096 2	0,015	0,481	0,076 96	3,126	0,5
0,45	0,202 5	0,964	0,025	1,1	6,5	0,024 1	0,004 9	1,06	0,214	6,266	1,269
0,5	0,25	0,966	0,1	1,8	8,4	0,096 6	0,024	1,739	0,434	8,11	2,027
0,55	0,302 5	0,968	0,175	2,8	8,2	0,169	0,051	2,71	0,819	7,94	2,4
0,6	0,36	0,97	0,28	3,4	7,0	0,27	0,097	3,298	1,187	6,79	2,444
0,65	0,422 5	0,98	0,425	3,42	5,7	0,416 5	0,176	3,35	1,415	5,39	2,28
0,7	0,49	0,986	0,6	3,15	3,75	0,59	0,287	3,106	1,522	3,697	1,81
0,75	0,562 5	0,992	0,775	2,6	2,75	0,769	0,432	2,58	1,451	2,73	1,535
0,8	0,64	1,0	0,88	2,1	2,35	0,88	0,563	2,1	1,344	2,35	1,504
0,85	0,722 5	1,1	0,885	1,67	1,65	0,885	0,639	1,67	1,206	1,65	1,192
0,9	0,81	1,0	0,845	1,3	1,2	0,845	0,684	1,3	1,053	1,2	0,972
0,95	0,902 5	0,99	0,75	1,0	0,85	0,742	0,669	0,99	0,893	0,841	0,759
1,0	1,0	0,922	0,66	0,75	0,65	0,608	0,608	0,69	0,69	0,599	0,599
1,1	1,21	0,664	0,48	0,48	0,40	0,319	0,385	0,319	0,385	0,265	0,32
1,2	1,44	0,64	0,33	0,3	0,235	0,21	0,302	0,192	0,276	0,150	0,216
1,3	1,69	0,36	0,2	0,19	0,15	0,072	0,121 7	0,068	0,114 9	0,054	0,091 3
1,4	1,96	0,148	0,155	0,12	0,095	0,023	0,045	0,018	0,035	0,004 6	0,009
1,5	2,25	0,022	0,12	0,08	0,07	0,002 6	0,005	0,001 8	0,004	0,000 4	0,000 9

Таблица V.5. **Расчет спектральных плотностей поперечно-горизонтальных перемещений**

ω, 1/с	ω^2, 1/с²	$\left(\frac{\eta_{g_0}}{\zeta_A}\right)^2$	5 бал.	6 бал.	7 бал.	5 бал.		6 бал.		7 бал.	
			S_ζ, м²с			S_{η_g}, м²с	$S_{\dot\eta_g}$, м²/с	S_{η_g}, м²с	$S_{\dot\eta_g}$, м²/с	S_{η_g}, м²с	$S_{\dot\eta_g}$, м²/с
0,35	0,122 5	0,95	0	0,18	1,75	0	0	0,171	0,021	1,662	0,203
0,4	0,16	0,937	0,01	0,5	3,25	0,009 4	0,001 5	0,468	0,075	3,045	0,487 2
0,45	0,202 5	0,922	0,025	1,1	6,5	0,023	0,004 7	1,014	0,205	5,99	1,213
0,5	0,25	0,912	0,1	1,8	8,4	0,091 2	0,022 8	1,64	0,41	7,66	1,915
0,55	0,302 5	0,895	0,175	2,8	8,2	0,156	0,047 2	2,506	0,758	7,34	2,22
0,6	0,36	0,884	0,28	3,4	7,0	0,247	0,088 9	3,00	1,08	6,188	2,227
0,65	0,422 5	0,965	0,425	3,42	5,7	0,41	0,173	3,30	1,39	5,5	2,323
0,7	0,49	0,939	0,6	3,15	3,75	0,563	0,276	2,957	1,448	3,52	1,724
0,75	0,5	0,819	0,775	2,6	2,75	0,635	0,357	2,13	1,198	2,252	1,266
0,8	0,64	0,783	0,88	2,1	2,35	0,689	0,44	1,64	1,049 6	1,84	1,178
0,85	0,722 5	0,748	0,885	1,67	1,65	0,662	0,478	1,25	0,903	1,234	0,89
0,9	0,81	0,714	0,845	1,3	1,2	0,603	0,488	0,928	0,751	0,857	0,694
0,95	0,902 5	0,676	0,75	1,0	0,85	0,507	0,457	0,676	0,61	0,575	0,519
1,0	1,0	0,632	0,66	0,75	0,65	0,417	0,417	0,474	0,474	0,41	0,41
1,1	1,21	0,55	0,48	0,48	0,4	0,264	0,319	0,264	0,319	0,22	0,266
1,2	1,44	0,469	0,33	0,3	0,235	0,155	0,223	0,14	0,201 6	0,11	0,158
1,3	1,69	0,397	0,2	0,19	0,15	0,079	0,134	0,075	0,126	0,059	0,099 7
1,4	1,96	0,325	0,155	0,12	0,095	0,05	0,098	0,039	0,076	0,031	0,06
1,5	2,25	0,25	0,12	0,08	0,07	0,03	0,067	0,02	0,045	0,017	0,038

Расчет бортовой качки. При расчете характеристик бортовой качки учитывается нелинейный характер сопротивления угловым наклонениям судна. С этой целью график зависимости $2\nu_\theta(\dot\theta_0)$, приведенный на рис. III.14, перестраивается в зависимость $2\nu_\theta(\dot\theta_0)$, причем $\dot\theta_0 = \omega_\theta\theta_0$ (рис. V.16).



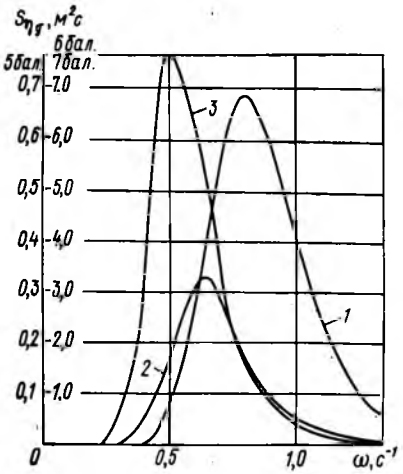


Рис. V.14. Спектральная плотность вертикальной качки.
1 — 5 бал.; *2* — 6 бал.; *3* — 7 бал.

Рис. V.15. Спектральная плотность поперечно-горизонтальных перемещений.
1 — 5 бал.; *2* — 6 бал.; *3* — 7 бал.

Дальнейшие вычисления производятся по формулам § 29 и в соответствии с рекомендациями § 31 в следующем порядке.

Заранее выбираются три значения коэффициентов сопротивления $2\nu_\theta = 0{,}06$ 1/с; 0,1 1/с; 0,14 1/с, которые используются при расчетах для всех балльностей. По формуле (III.146) для каждого значения $2\nu_\theta$ вычисляются модули передаточных функций бортовой качки $|\Phi_{\alpha\theta}(\omega)|$ от угла волнового склона к углу качки, причем $|\Phi_{\alpha\theta}(\omega)| = \theta_0/\alpha_0$. По формуле $S_{\dot\theta}(\omega) = \omega^2|\Phi_{\alpha\theta}(\omega)|^2 S_\alpha(\omega)$, где $S_\alpha(\omega) = \omega^4/g^2 S_\zeta(\omega)$ — энергетический спектр углов волнового склона, определяется спектральная плотность скорости бортовой качки и соответствующая дисперсия. Вычисления производятся по табл. V.6—V.9.

По каждому полученному интегрированием кривой спектральной плотности значению дисперсии $D_{\dot\theta}$ вычисляется амплитуда угловой скорости бортовой качки с обеспеченностью 17 %: $\dot\theta_{017\,\%} = 1{,}9\sqrt{D_{\dot\theta}}$. Зависимость $\dot\theta_{017\,\%}(2\nu_\theta)$ для каждой балльности совмещается с графиком $2\nu_\theta(\dot\theta_0)$ при $\dot\theta_0 = \dot\theta_{017\,\%}$ на рис. V.16 и находятся точки пересечения обеих кривых. Эти точки соответствуют трем значениям коэффициента $2\nu_\theta$: для 5 бал. —0,06 1/с, для 6 бал. — 0,92 1/с, для 7 бал. — 0,105 1/с.

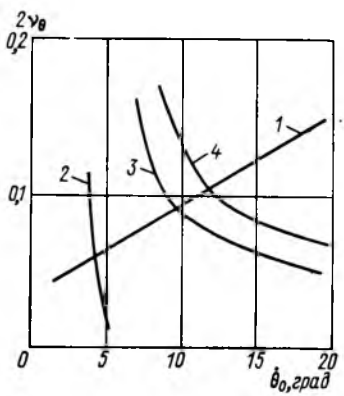


Рис. V.16. К определению линеаризированных значений коэффициента демпфирования.
1 — $2\nu_\theta(\dot\theta_0)$; *2* — 5 бал.; *3* — 6 бал.; *4* — 7 бал.

Таблица V.6. **Расчет квадрата модуля передаточной функции бортовой качки**

ω, 1/с	ω^2, 1/с^2	$(\omega_\theta^2-\omega^2)^2$, 1/с^4	$\varkappa_\theta$	$\varkappa_\theta^2$	$\varkappa_\theta^2\omega_\theta^4$, 1/с^4	$2\nu_\theta=0,06$	
						$4\nu_\theta^2\omega^2$, 1/с^4	(7)+(3), 1/с^4
1	2	3	4	5	6	7	8
0,3	0,09	0,072 9	0,97	0,94	0,121 9	0,000 3	0,073 2
0,4	0,16	0,04	0,94	0,883 6	0,114 5	0,000 6	0,040 6
0,5	0,25	0,012 1	0,922	0,85	0,11	0,000 9	0,013
0,55	0,302 5	0,003 3	0,905	0,819	0,106 1	0,001 1	0,004 4
0,6	0,36	0	0,885	0,783 2	0,101 5	0,001 3	0,001 3
0,65	0,422 5	0,003 9	0,86	0,739 6	0,095 9	0,001 5	0,005 4
0,7	0,49	0,016 9	0,835	0,697	0,090 4	0,001 8	0,018 7
0,8	0,64	0,078 4	0,78	0,608	0,079	0,002 3	0,080 7
0,9	0,81	0,202	0,725	0,525 6	0,068 1	0,002 9	0,205 4
1,0	1,0	0,409 6	0,665	0,442	0,057	0,003 6	0,413 2
1,1	1,21	0,722 5	0,615	0,378	0,049	0,004 4	0,726 9
1,2	1,44	1,16	0,56	0,313 6	0,040 6	0,005 2	1,172
1,3	1,69	1,769	0,508	0,258	0,033	0,006 1	1,775
1,4	1,96	2,56	0,46	0,211 6	0,027	0,007 1	2,567

Таблица V.7. **Расчет спектральной плотности скоростей бортовой качки при волнении 5 бал.**

ω, 1/с	ω^2, 1/с^2	S_α, град$^2\cdot$с	$2\nu_\theta$ = 0,06 1/с		$2\nu_\theta$ = 0,1 1/с		$2\nu_\theta$ = 0,14 1/с	
			$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2$ из табл. V.6	$S_{\dot\theta}$, град^2/с	$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2$ из табл. V.6	$S_{\dot\theta}$, град^2/с	$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2$ из табл. V.6	$S_{\dot\theta}$, град^2/с
0,3	0,09	0	1,665	0	1,652	0	1,631 9	0
0,4	0,16	0	2,822	0	2,752	0	2,656	0
0,5	0,25	0,5	8,477	1,059 7	7,534	0,941 8	6,47	0,809
0,55	0,302 5	0,8	21,11	5,835	16,84	4,075	11,532	2,79
0,6	0,36	1,0	78,077	28,107	28,19	10,148	14,295	5,146
0,65	0,422 5	2,0	17,76	15,007	11,839	10,00	7,86	6,64
0,7	0,49	4,5	4,83	10,65	4,147	9,144	3,411	7,52
0,8	0,64	12,5	0,976	7,807	0,931 6	7,45	0,869 1	6,95
0,9	0,81	19,0	0,33	5,078	0,324	4,98	0,312 5	4,809
1,0	1,0	22,5	0,139	3,127	0,135 8	3,55	0,132 8	2,988
1,1	1,21	23,5	0,067 4	1,917	0,066 3	1,885	0,065 7	1,868
1,2	1,44	23,0	0,034 6	1,145	0,034 6	1,145	0,034 2	1,13
1,3	1,69	22,0	0,018 8	0,699	0,018 5	0,689	0,018 3	0,679
1,4	1,96	20,5	0,010 7	0,43	0,010 5	0,422 3	0,010 4	0,418

1/c	$2\nu_\theta = 0{,}1$ 1/c			$2\nu_\theta = 0{,}14$ 1/c		
$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2 = (6)/(8)$	$4\nu_\theta^2\omega^2$, 1/c⁴	(10)+(3), 1/c⁴	$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2 = (6)/(11)$	$4\nu_\theta^2\omega^2$, 1/c⁴	(13)+(3), 1/c⁴	$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2 = (6)/(14)$
9	10	11	12	13	14	15
1,665	0,000 9	0,073 8	1,652	0,001 8	0,074 7	1,631 9
2,82	0,001 6	0,041 6	2,752	0,003 1	0,043 1	2,656
8,477	0,002 5	0,014 6	7,534	0,004 9	0,017 0	6,47
21,11	0,003	0,006 3	16,84	0,005 9	0,009 2	11,532
78,077	0,003 6	0,003 6	28,19	0,007 1	0,007 1	14,295
17,76	0,004 2	0,008 1	11,839	0,008 3	0,012 2	7,86
4,83	0,004 9	0,021 8	4,147	0,009 6	0,026 5	3,411
0,976	0,006 4	0,084 8	0,931 6	0,012 5	0,090 9	0,869 1
0,33	0,008 1	0,210 1	0,324	0,015 9	0,217 9	0,312 5
0,139	0,01	0,419 6	0,135 8	0,019 6	0,429 2	0,132 8
0,067 4	0,012 1	0,739	0,066 3	0,023 7	0,746 2	0,065 7
0,034 6	0,014 4	1,174 4	0,034 6	0,028 2	1,188 2	0,034 2
0,018 8	0,016 9	1,785 9	0,018 5	0,033 1	1,802	0,018 3
0,010 7	0,019 6	2,579	0,010 5	0,038 4	2,598	0,010 4

Таблица V.8. **Расчет спектральной плотности скоростей бортовой качки при волнении 6 бал.**

ω, 1/c	ω^2, 1/c²	S_α, град.²·с	$2\nu_\theta = 0{,}06$ 1/c		$2\nu_\theta = 0{,}1$ 1/c		$2\nu_\theta = 0{,}14$ 1/c	
			$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2$ из табл. V.6	$S_{\dot\theta}$, град²/с	$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2$ из табл. V.6	$S_{\dot\theta}$ град²/с	$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2$ из табл. V.6	$S_{\dot\theta}$ град²/с
0,3	0,09	0	1,665	0	1,652	0	1,631 9	0
0,4	0,16	0,8	2,822	0,361	2,752	0,352 2	2,656	0,340
0,5	0,25	4,2	8,477	8,901	7,534	7,911 0	6,47	6,793
0,55	0,302 5	9,5	21,11	69,286	16,84	48,394 0	11,532	33,14
0,6	0,36	15,0	78,077	421,61	28,19	152,226 0	14,295	77,193
0,65	0,422 5	21,5	17,76	161,327	11,839	107,543 0	7,86	71,398
0,7	0,49	25,8	4,83	61,06	4,147	52,425 0	3,411	43,122
0,8	0,64	29,0	0,976	18,11	0,931 6	17,291 0	0,869 1	16,13
0,9	0,81	28,5	0,33	7,618	0,324	7,478 0	0,312 5	7,214
1,0	1,00	26,5	0,139	3,683	0,135 8	3,599 0	0,132 8	3,519
1,1	1,21	23,5	0,067 4	1,917	0,066 3	1,885 0	0,065 7	6,574
1,2	1,44	20,8	0,034 6	1,035 8	0,034 6	1,036 0	0,034 2	1,024
1,3	1,69	18,0	0,018 8	0,572	0,018 5	0,563 0	0,018 3	0,557
1,4	1,96	16,2	0,010 7	0,34	0,010 5	0,333 7	0,010 4	0,330

Таблица V.9. **Расчет спектральной плотности скоростей бортовой качки при волнении 7 бал.**

ω, 1/с	ω^2, 1/с²	S_α, град²·с	$2\nu_\theta = 0{,}06$ 1/с		$2\nu_\theta = 0{,}1$ 1/с		$2\nu_\theta = 0{,}14$ 1/с	
			$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2$ из табл. V.6	$S_{\dot\theta}$, град²/с	$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2$ из табл. V.6	$S_{\dot\theta}$, град²/с	$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2$ из табл. V.6	$S_{\dot\theta}$, град²/с
0,3	0,09	0,05	1,665	0,000 7	1,652	0,007 4	1,631 9	0,002 8
0,4	0,16	3,5	2,822	1,579	2,752	1,541	2,656	1,487
0,5	0,25	18,0	8,477	38,147	7,534	33,9	6,47	29,115
0,55	0,302 5	26,0	21,11	189,626	16,84	132,447	11,532	90,698
0,6	0,36	30,5	78,077	857,284	28,19	309,526	14,295	156,959
0,65	0,422 5	33,0	17,76	247,62	11,839	165,07	7,86	109,589
0,7	0,49	33,5	4,83	79,28	4,147	68,07	3,411	55,99
0,8	0,64	30,8	0,976	19,23	0,931 6	18,363	0,869 1	17,13
0,9	0,81	27,0	0,33	7,217	0,324	7,085	0,312 5	6,834
1,0	1,0	23,0	0,139	3,197	0,135 8	3,123	0,132 8	3,054
1,1	1,21	19,5	0,067 4	1,59	0,066 3	1,564	0,065 7	1,55
1,2	1,44	16,8	0,034 6	0,836 6	0,034 6	0,836 6	0,034 2	0,826 6
1,3	1,69	14,5	0,018 8	0,461 1	0,018 5	0,453 9	0,018 3	0,448
1,4	1,96	12,5	0,010 7	0,262	0,010 5	0,257 5	0,010 4	0,255

Таблица V.10. **Расчет спектральной плотности углов и скоростей бортовой качки при волнении 5 бал. и $2\nu_\theta = 0{,}06$ 1/с**

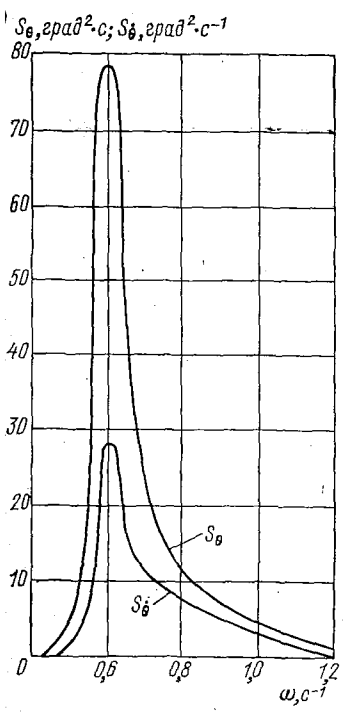
ω, 1/с	ω^2, 1/с²	S_α, град²·с	$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2$	S_θ, град²с	$S_{\dot\theta}$, град²/с
0,3	0,09	0	1,665	0	0
0,4	0,16	0	2,822	0	0
0,5	0,25	0,5	8,477	4,238	1,059 7
0,55	0,302 5	0,8	21,11	16,89	5,109
0,6	0,36	1,0	78,077	78,077	28,107
0,65	0,422 5	2,0	17,76	35,52	15,007
0,7	0,49	4,5	4,83	21,735	10,65
0,8	0,64	12,5	0,976	12,2	7,807
0,9	0,81	19,0	0,33	6,27	5,078
1,0	1,0	22,5	0,139	3,127	3,127
1,1	1,21	23,5	0,067 4	1,583	1,917
1,2	1,44	23,0	0,034 6	0,795	1,145
1,3	1,69	22,0	0,018 8	0,413 6	0,699
1,4	1,96	20,5	0,010 7	0,219	0,43

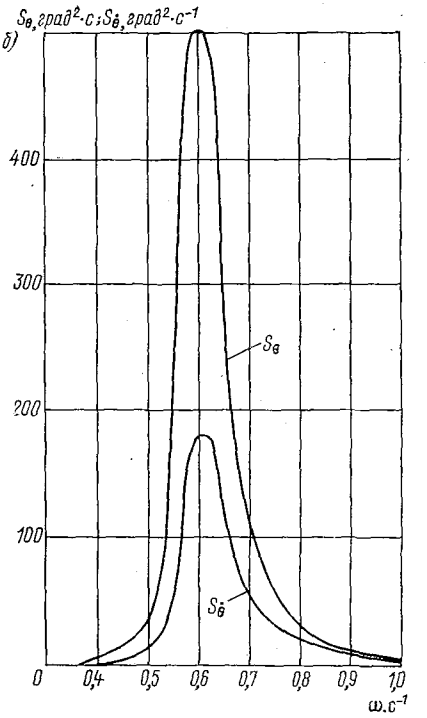
Таблица VII. Расчет спектральной плотности углов и скоростей бортовой качки при волнении 6 бал. и $2\nu_\theta = 0{,}092$ 1/с

ω, 1/с	ω^2, 1/с^2	$(\omega_\theta^2-\omega^2)^2$, 1/с^4	$4\nu_\theta^2\omega^2$, 1/с^4	(3)+(4), 1/с^4	$\varkappa_\theta^2\omega_\theta^2$, 1/с^4	$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2 =$ = (6)/(5)	S_α, град$^2\cdot$с	S_θ, град$^2\cdot$с	$S_{\dot\theta}$, град^2/с
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,3	0,09	0,072 9	0,000 76	0,073 66	0,121 9	1,654 9	0	0	0
0,4	0,16	0,04	0,001 35	0,041 35	0,114 5	2,769	0,8	2,215 2	0,354 4
0,5	0,25	0,012 1	0,002 12	0,014 2	0,110	7,746	4,2	32,533	8,133
0,55	0,302 5	0,003 3	0,002 56	0,005 86	0,106 1	18,105 8	9,5	172,005	52,03
0,6	0,36	0	0,003 05	0,003 05	0,101 5	33,278	15,0	499,17	179,7
0,65	0,422 5	0,003 9	0,003 57	0,007 47	0,095 9	12,838	21,5	276,017	116,617
0,7	0,49	0,016 9	0,004 15	0,021 05	0,090 4	4,294	25,8	110,785	54,284
0,8	0,64	0,078 4	0,005 4	0,083 8	0,079	0,942 7	29,0	27,338	17,496
0,9	0,81	0,202	0,006 85	0,208 85	0,068 1	0,326	28,5	9,29	7,526
1,0	1,0	0,409 6	0,008 46	0,418 06	0,057	0,136	26,5	3,604	3,604
1,1	1,21	0,722 5	0,010 24	0,732 7	0,049	0,066 9	23,5	1,572	1,902
1,2	1,44	1,16	0,012	1,172 18	0,040 6	0,034 6	20,8	0,719	1,036
1,3	1,69	1,769	0,014 3	1,783 3	0,033	0,018 5	18,0	0,333	0,563
1,4	1,96	2,56	0,016 58	2,576	0,027	0,010 5	16,2	0,17	0,333

Таблица V.12. **Расчет спектральной плотности углов и скоростей бортовой качки при волнении 7 бал. и $2\nu_\theta = 0{,}105$ 1/с**

ω, 1/с	ω^2, 1/с^2	$(\omega_\theta^2-\omega^2)^2$, 1/с^4	$4\nu_\theta^2\omega^2$, 1/с^4	(3)+(4), 1/с^4	$\varkappa_\theta^2\omega^4$, 1/с^4	$\lvert\Phi_{\alpha\theta}\rvert^2 =$ = (5)/(6)	S_α, град$^2\cdot$с	S_θ, град$^2\cdot$с	$S_{\dot\theta}$, град^2/с
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,3	0,09	0,072 9	0,000 99	0,073 89	0,121 9	1,649	0,05	0,082 49	0,007
0,4	0,16	0,04	0,001 76	0,041 76	0,114 5	2,741 9	3,5	9,596 5	1,535
0,5	0,25	0,012 1	0,002 76	0,014 86	0,110	7,402	18,0	133,24	33,31
0,55	0,302 5	0,003 3	0,003 34	0,006 64	0,106 1	15,979	26,0	415,45	125,674
0,6	0,36	0	0,003 97	0,003 97	0,101 5	25,566 7	30,5	779,785	280,722
0,65	0,422 5	0,003 9	0,004 66	0,008 56	0,095 9	11,203	33,0	369,7	156,2
0,7	0,49	0,016 9	0,005 4	0,022 3	0,090 4	4,053 8	33,5	135,802	66,543
0,8	0,64	0,078 4	0,007 06	0,085 46	0,079	0,924 4	30,8	28,47	18,22
0,9	0,81	0,202	0,008 93	0,210 9	0,068 1	0,322 9	27,0	8,718	7,06
1,0	1,0	0,409 6	0,011 03	0,420 6	0,057	0,135 5	23,0	3,116	3,116
1,1	1,21	0,722 5	0,013 35	0,735 8	0,049	0,066 59	19,5	1,298	1,571 2
1,2	1,44	1,16	0,015 88	1,175 9	0,040 6	0,034 5	16,8	0,58	0,835
1,3	1,69	1,769	0,018 64	1,787 6	0,033	0,018 46	14,5	0,267	0,452
1,4	1,96	2,56	0,021 6	2,581 6	0,027	0,010 46	12,5	0,130 7	0,256





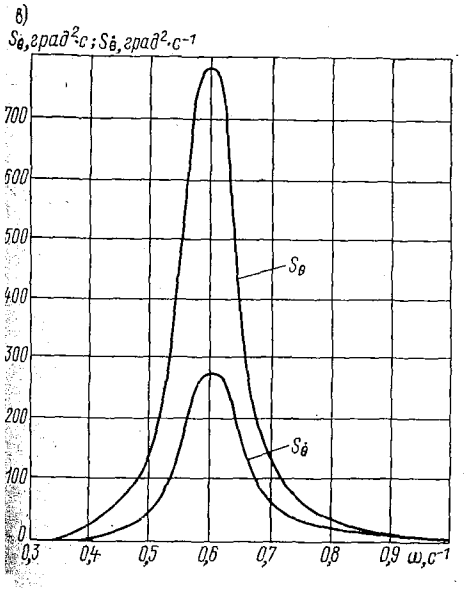


Рис. V.17. Спектральные плотности углов и угловых скоростей бортовой качки: *а* — 5 бал.; *б* — 6 бал.; *в* — 7 бал.

Таблица V.13. **Сводная таблица результатов расчета качки судна на нерегулярном волнении**

Характеристика качки	Интенсивность волнения		
	5 бал.	6 бал.	7 бал.
Вертикальная качка			
D_{ζ_g}, м²	0,386 5	1,225	2,725
$\bar{\zeta}_{g0}$, м	0,78	1,38	2,06
$\zeta_{g0\,3\%}$, м	1,64	2,92	4,36
$D_{\dot{\zeta}_g}$, м²/с²	0,320	0,72	1,03
$\bar{\dot{\zeta}}_{g0}$, м/с	0,71	1,06	1,27
$\dot{\zeta}_{g0\,3\%}$, м/с	1,49	2,24	2,68
$\bar{T}_{\zeta_g}$, с	6,90	8,20	10,21
Поперечно-горизонтальные перемещения			
D_{η_g}, м²	0,317 5	1,175	2,45
$\bar{\eta}_{g0}$, м	0,70	1,36	1,95
$\eta_{g0\,3\%}$, м	1,49	2,86	4,13
$D_{\dot{\eta}_g}$, м²/с²	0,275	0,630	1,021
$\bar{\dot{\eta}}_{g0}$, м/с	0,66	0,99	1,25
$\dot{\eta}_{g0\,3\%}$, м/с	1,38	2,09	2,64
$\bar{T}_{\eta_g}$, с	6,74	8,60	9,83
Бортовая качка			
D_θ, град²	12,25	68,01	105
$\bar{\theta}_0$, град	4,38	10,30	12,81
$\theta_{0\,3\%}$, град	9,23	21,75	27,03
$D_{\dot{\theta}}$, град²/с²	5,75	27,00	46,25
$\bar{\dot{\theta}}_0$, град/с	2,99	6,49	8,51
$\dot{\theta}_{0\,3\%}$, град/с	6,32	13,71	17,94
$\bar{T}_\theta$, с	9,20	9,97	9,46

Полученные значения коэффициента демпфирования принимаются в к честве окончательных, и с использованием их для каждой балльности рассчитывает квадрат модуля передаточной функции бортовой качки, спектральные плотнос процессов $\theta(t)$ и $\dot{\theta}(t)$. Расчет выполняется по табл. V.10—V.12, спектральн плотности изображены на рис. V.17. Характерные амплитуды бортовой качки средние периоды вычисляются по обычным формулам; результаты вычислен приведены в сводной табл. V.13.

ОСНОВЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ И РАСЧЕТА КАЧКИ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

§ 37. ТИПЫ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ И ИХ ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЧИНЫ

Нелинейности процесса качки в общем случае движения судна на волнении весьма разнообразны. Они связаны прежде всего с нелинейностью граничных условий на свободной поверхности жидкости и на смоченной поверхности судна, рассмотренных в гл. I второго раздела. Даже в рамках теории потенциального движения невязкой жидкости учет конечности амплитуд и скоростей качки приводит к столь сложным нелинейным граничным условиям, что действующие на судно гидромеханические силы неизбежно оказываются сложными нелинейными функциями перемещений и скоростей судна. При этом практически невозможно провести разделение сил различной природы, подобно тому, как это сделано в гл. II второго раздела: отдельные категории сил — гидростатические, инерционно-демпфирующие и возмущающие — оказываются взаимосвязанными, зависящими друг от друга. Эта взаимосвязь существенно усиливается, если учитывать вихревые и вязкостные составляющие силового воздействия жидкости, играющие большую роль при поперечной качке судов.

Сложность достаточно строгого подхода к определению гидродинамических сил в общей задаче о качке конечной амплитуды заставляет строить схемы ее практического расчета, учитывая нелинейность процесса не в полной мере, а лишь частично, приближенно, базируясь на закономерностях линейной теории качки, зависимостях статики корабля и экспериментальных данных, в первую очередь на результатах модельных испытаний судов для определения сопротивления воды при качке. Согласно этим зависимостям и результатам нелинейные факторы оказывают наиболее существенное влияние на процесс бортовой качки конечной амплитуды, особенно в тех случаях, когда поперечная метацентрическая высота судна мала, а диаграмма статической остойчивости резко S-образна. Это влияние проявляется благодаря:

нелинейностям восстанавливающего и возмущающего моментов по углу крена;

нелинейности демпфирующего момента по угловой скорости качки;

зависимости присоединенного момента инерции от угла качки;

взаимосвязи бортовых колебаний с поперечно-горизонтальными и вертикальными.

Первые три фактора оказывают на процесс бортовой качки в основном количественное влияние; оно проявляется наиболее сильно при колебаниях с амплитудами, превышающими угол входа палубы судна в воду. Взаимосвязь бортовой качки с вертикальной приводит к качественному изменению процесса — возникновению параметрического резонанса — интенсивных бортовых колебаний судна, частота которых вдвое меньше частоты возмущающего момента.

Влияние нелинейных факторов на продольную качку судов, как правило, менее существенно, чем на бортовую. Обычно оно становится заметным при заливании палубы и оголении днища в условиях сильного шторма при движении судна вразрез волнам или под острыми курсовыми углами. На характеристики вертикальной и килевой качки в этих случаях влияют:

нелинейность силы поддержания по вертикальному перемещению ЦТ судна и углу килевой качки;

нелинейность возмущающих силы и момента по тем же перемещениям;

зависимость коэффициентов демпфирования от амплитуды продольной качки.

Следует отметить, что меньшее влияние нелинейности на характеристики продольной качки во многом объясняется тем, что доля вязкостных эффектов в ее демпфировании гораздо меньше, чем бортовой, и потому нелинейность по скорости килевых и вертикальных колебаний проявляется обычно слабее. Что же касается дополнительных видов качки — продольно-горизонтальной, поперечно-горизонталь-

ной и рыскания, — то влияние на них нелинейностей в настоящее время изучено совершенно недостаточно. Отдельные исследования [57] показывают, что на продольно-горизонтальные колебания судна влияет нелинейность по возмущающей силе и силе сопротивления. Демпфирование поперечно-горизонтальных колебаний цилиндрических моделей с треугольным и прямоугольным сечениями [154] благодаря вязкостным эффектам имеет нелинейный характер. Наконец, при интенсивных бортовых колебаниях возмущающие поперечно-горизонтальная сила и момент рыскания могут заметно зависеть от углов бортовой качки [35].

§ 38. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ

Гидродинамические силы и моменты при изучении нелинейной качки определяют теоретическими и экспериментальными методами. Теоретические методы подразделяют на две группы. К первой относят методы, в которых зависимости линейной теории качки распространяются на гидромеханические закономерности качки конечной амплитуды. Наиболее простым и характерным примером такого распространения является переход от выражения

$$M_S = Dh_0 (\theta - \alpha), \tag{VI.1}$$

определяющего сумму восстанавливающего момента и главной части возмущающего момента в линейной теории бортовой качки, к формуле

$$M_S = Dl (\theta - \alpha), \tag{VI.2}$$

определяющей тот же суммарный момент в нелинейной теории [$l(\theta - \alpha)$ — плечо статической остойчивости; α — эффективный угол волнового склона]. На этой формуле, в частности, базируется дифференциальное уравнение нелинейной бортовой качки в относительных координатах, широко применявшееся в исследованиях и расчетах [3, 7, 26].

Более последовательными и строгими представляются методы второй группы, основанные на использовании разложений в ряды по степеням малых параметров и нашедшие применение в нелинейной теории качки с начала 60-х гг. Эти методы, в свою очередь, различаются двумя подходами — первый основан на однопараметрических разложениях в степенные ряды, второй — на многопараметрических.

Однопараметрические разложения использованы в работах американских авторов [127, 139], посвященных гидродинамике вынужденной гармонической поперечной качки шпангоутных сечений на поверхности спокойной воды. В качестве малого параметра выбрана относительная амплитуда основных гармоник колебаний сечения и жидкости, амплитуды которых считаются величинами одного порядка малости. По степеням этого параметра разлагают потенциал скорости возмущенного движения жидкости, возвышение свободной поверхности, а затем давление и гидродинамические силы. Подстановка таких разложений в нелинейные граничные условия на свободной поверхности жидкости и на смоченной поверхности судна, а также в интеграл Лагранжа сводит полную нелинейную гидродинамическую задачу к последовательности линейных задач в предположении сходимости итерационного процесса.

В первом приближении, когда в разложениях оставлены первые степени малого параметра, задача приводится к плоской линейной задаче теории волн точно того же типа, что и в линейной гидродинамической теории качки [96]. Решение такой задачи известно [117, 138, 148], однако для реальных форм судовых шпангоутов оно может быть найдено лишь численными методами. Это решение используют для нахождения с точностью до квадрата малого параметра включительно второго приближения, которое учитывает нелинейные факторы как на смоченной поверхности судна, так и на свободной поверхности жидкости. Эффективное отыскание второго приближения представляет собой сложную численную процедуру, выполняемую с помощью мощных ЭВМ, и возможно только для конкретных форм плоского контура. В результате ее реализации Ли [127] построил графические зависимости от безразмерной частоты колебаний амплитуд вертикальной силы давления, действующей на круг и на U-образный контур при чисто гармонической вертикальной качке, в первом и втором приближениях. Для более общего случая связанных поперечно-горизонтальных, вертикальных и бортовых колебаний круга, U-образного и бульбового сечений зависимости от безразмерной частоты амплитуд горизонталь-

ной и вертикальной сил давления и бортового момента в первом и втором приближениях вывел Поташ [139]. Наиболее характерные из таких зависимостей приведены и проанализированы в [47].

Анализ этих зависимостей показывает, что в зоне сравнительно низких частот ($kb < 0{,}5$, где b — полуширина контура) доля нелинейных составляющих сил и момента, как правило, гораздо меньше линейных. Особенно отчетливо это проявляется при сопоставлении составляющих бортового момента; исключения в основном относятся к случаям связанных колебаний. В относительно высокочастотной зоне ($kb > 1{,}5$) нелинейные компоненты гидродинамических сил зачастую могут быть соизмеримы с линейными, если колебания контура достаточно интенсивны. Компоненты второго порядка в бортовом моменте оказываются меньше, чем первого, практически при любых амплитудах колебаний.

Последнее обстоятельство, а также физические соображения и результаты модельных испытаний лежат в основе эффективного использования многопараметрических разложений в степенные ряды, особенно при исследовании и расчетах бортовой качки конечной амплитуды [47, 51]. При этом считается, что амплитуда качки отдельных видов и амплитуда волнового движения жидкости могут иметь различный порядок малости, характеризующийся разными малыми параметрами, так что в степенных рядах по этим параметрам можно оставлять различное число членов в соответствии с физическими особенностями интенсивной качки морских судов реальных типов. Наиболее целесообразны и достаточно точны трехпараметрические разложения в степенные ряды [133], реализация которых во втором приближении сопровождается, однако, большим объемом вычислений. Гораздо более простыми, хотя и более условными, являются двухпараметрические разложения, позволяющие определять гидромеханические силы и моменты, обусловленные, в первую очередь, действием набегающих волн, сравнительно несложными аналитическими зависимостями. Такие разложения используют для линеаризации ряда граничных задач теории качки и получения расчетных формул для гидромеханических сил и моментов, возникающих при бортовой и продольной качке конечной амплитуды [47, 51].

Существующие экспериментальные методы определения гидродинамических сил и моментов при качке конечной амплитуды по существу мало отличаются от методов, которые применяют в линейной теории. Они основаны на предположении, используемом и в линейной теории, что при качке конечной амплитуды справедливо разделение сил на гидростатические, инерционно-демпфирующие и возмущающие. Коэффициенты присоединенных масс и демпфирования находят методами свободных и вынужденных колебаний [3, 81], причем в процессе обработки учитывают нелинейности по восстанавливающим и демпфирующим вертикальным силам и бортовым моментам. При определении возмущающих сил и моментов используют гипотезу, подобную гипотезе стационарности; в соответствии с ней измеряется силовое воздействие набегающих волн на модель, закрепленную с заданным постоянным углом крена [36, 47], который затем отождествляется с текущим углом бортовой качки. Анализ суммарного силового воздействия на модель судна регулярного волнения может быть проведен также с помощью разложений записанных колебаний сил и моментов в ряды Фурье [149]. Вопросы экспериментального изучения специфики нелинейной качки на нерегулярном волнении в основном остаются открытыми.

§ 39. РАЗЛОЖЕНИЯ В РЯДЫ ПО СТЕПЕНЯМ МАЛЫХ ПАРАМЕТРОВ

Для последовательной линеаризации общей гидродинамической задачи теории качки конечной амплитуды можно использовать двухпараметрические разложения в степенные ряды вида [47, 51]

$$\left.\begin{aligned} p_i &= \varepsilon p_i^{(1)} + \varepsilon^2 p_i^{(2)} + \cdots; \\ q_j &= \varepsilon_1 q_j^{(1)} + \varepsilon_1^2 q_j^{(2)} + \cdots; \\ \zeta_в &= \varepsilon \zeta_в^{(1)} + \varepsilon^2 \zeta_в^{(2)} + \cdots, \end{aligned}\right\} \qquad (VI.3)$$

где параметр ε определяет порядок малости амплитуд волнового движения жидкости и тех видов качки p_i, амплитуды которых имеют одинаковый с ней порядок значений (например, весьма малых), а параметр ε_1 определяет порядок малости амплитуд других видов качки q_j, существенно отличающихся по значению от амплитуды поверхностных волн (например, колебаний конечной амплитуды). Если порядки малости p_i, q_j и $\zeta_в$ оценить и разделить невозможно или нецелесообразно, следует положить $\varepsilon_1 = \varepsilon$ и перейти к однопараметрическим разложениям.

Представлению (VI.3) отвечает функциональная зависимость для потенциала $\Phi_s = \Phi_s(\xi, \eta, \zeta, t, \varepsilon, \varepsilon_1)$, которую для колебаний достаточно малой, хотя и конечной, амплитуды можно записать в виде

$$\Phi_s = \varepsilon\Phi_s^{(1)}(\varepsilon_1) + \varepsilon^2\Phi_s^{(2)}(\varepsilon_1) + \cdots, \tag{VI.4}$$

считая этот степенной ряд физически сходящимся.

Каждая из функций $\Phi_s^{(1)}, \Phi_s^{(2)}, \ldots$ удовлетворяет уравнению Лапласа. Граничное условие на свободной поверхности жидкости при достаточно малой (порядка ε) скорости судна приводится к системе уравнений

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial t^2} - g\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\zeta} = 0;\\
&\frac{\partial^2\Phi_s^{(2)}}{\partial t^2} - g\frac{\partial\Phi_s^{(2)}}{\partial\zeta} - 2v\frac{\partial^2\Phi_s^{(2)}}{\partial t\,\partial\xi} +\\
&+2\left(\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial t\,\partial\xi} + \frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial t\,\partial\eta} + \frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\zeta}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial t\,\partial\zeta}\right) +\\
&+\frac{1}{g}\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial t}\frac{\partial}{\partial\zeta}\left(\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial t^2} - g\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\zeta}\right) = 0,
\end{aligned}\right\} \tag{VI.5}$$

каждое из которых должно удовлетворяться в плоскости $\zeta = 0$ невозмущенной поверхности воды.

Граничное условие на смоченной поверхности качающегося судна, выписанное для определенности с точностью до ε, ε_1^3, в координатах первой подвижной системы имеет вид [47]

$$\begin{aligned}
&\varepsilon\left\{\frac{\partial\Omega_0}{\partial\xi}\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi}(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, t) + \frac{\partial\Omega_0}{\partial\eta}\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta}(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, t) +\right.\\
&+\frac{\partial\Omega_0}{\partial\zeta}\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\zeta}(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, t) + \frac{\partial\Omega_1^{(1)}}{\partial t} - v\frac{\partial\Omega_0}{\partial\xi} +\\
&+\varepsilon_1\left[\frac{\partial\Omega_2^{(1)}}{\partial\xi}\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi}(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, t) + \frac{\partial\Omega_2^{(1)}}{\partial\eta}\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta}(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, t) +\right.\\
&+\frac{\partial\Omega_2^{(1)}}{\partial\zeta}\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\zeta}(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, t) + \frac{\partial\Omega_0}{\partial\xi}\left(\xi_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi^2}\bigg|_{\xi=\xi_0} + \eta_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\eta}\bigg|_{\eta=\eta_0} +\right.\\
&\left.+\zeta_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\zeta}\bigg|_{\zeta=\zeta_0}\right) + \frac{\partial\Omega_0}{\partial\eta}\left(\xi_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\eta}\bigg|_{\xi=\xi_0} + \eta_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta^2}\bigg|_{\eta=\eta_0} +\right.\\
&\left.+\zeta_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta\,\partial\zeta}\bigg|_{\zeta=\zeta_0}\right) + \frac{\partial\Omega_0}{\partial\zeta}\left(\xi_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\zeta}\bigg|_{\xi=\xi_0} + \eta_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta\,\partial\zeta}\bigg|_{\eta=\eta_0} +\right.\\
&\left.\left.+\zeta_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\zeta^2}\bigg|_{\zeta=\zeta_0}\right) + \frac{\partial\Omega_{12}^{(1)}}{\partial t} - v\frac{\partial\Omega_2^{(1)}}{\partial\xi}\right] + \varepsilon_1^2\left[\frac{\partial\Omega_2^{(1)}}{\partial\xi}\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi}(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, t) +\right.\\
&+\frac{\partial\Omega_2^{(2)}}{\partial\eta}\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta}(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, t) + \frac{\partial\Omega_2^{(2)}}{\partial\zeta}\frac{\partial\Phi_s^{(1)}}{\partial\zeta}(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, t) +
\end{aligned}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&+\frac{\partial\Omega_0}{\partial\xi}\left(\xi_2^{(2)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi^2}\bigg|_{\xi=\xi_0}+\eta_2^{(2)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\eta}\bigg|_{\eta=\eta_0}+\zeta_2^{(2)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\zeta}\bigg|_{\zeta=\zeta_0}\right)+\\
&+\frac{\partial\Omega_0}{\partial\eta}\left(\xi_2^{(2)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\eta}\bigg|_{\xi=\xi_0}+\eta_2^{2}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta^2}\bigg|_{\eta=\eta_0}+\zeta_2^{(2)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta\,\partial\zeta}\bigg|_{\zeta=\zeta_0}\right)+\\
&+\frac{\partial\Omega_0}{\partial\zeta}\left(\xi_2^{(2)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\zeta}\bigg|_{\xi=\xi_0}+\eta_2^{(2)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta\,\partial\zeta}\bigg|_{\eta=\eta_0}+\zeta_2^{(2)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\zeta^2}\bigg|_{\zeta=\zeta_0}\right)+\\
&+\frac{\partial\Omega_2^{(1)}}{\partial\xi}\left(\xi_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi}\bigg|_{\xi=\xi_0}+\eta_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\eta}\bigg|_{\eta=\eta_0}+\zeta_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\zeta}\bigg|_{\zeta=\zeta_0}\right)+\\
&+\frac{\partial\Omega_2^{(1)}}{\partial\eta}\left(\xi_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\eta}\bigg|_{\xi=\xi_0}+\eta_2^{(2)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta^2}\bigg|_{\eta=\eta_0}+\zeta_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta\,\partial\zeta}\bigg|_{\zeta=\zeta_0}\right)+\\
&+\frac{\partial\Omega_2^{(1)}}{\partial\zeta}\left(\xi_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\xi\,\partial\zeta}\bigg|_{\xi=\xi_0}+\eta_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\eta\,\partial\zeta}\bigg|_{\eta=\eta_0}+\zeta_2^{(1)}\frac{\partial^2\Phi_s^{(1)}}{\partial\zeta^2}\bigg|_{\zeta=\zeta_0}\right)+\\
&+\frac{\partial\Omega_{12}^{(2)}}{\partial t}-v\frac{\partial\Omega_2^{(2)}}{\partial\xi}\Bigg]\Bigg\}+\varepsilon_1\frac{\partial\Omega_2^{(1)}}{\partial t}+\varepsilon_1^2\frac{\partial\Omega_2^{(2)}}{\partial t}+\varepsilon_1^3\frac{\partial\Omega_2^{(3)}}{\partial t}+\cdots=0,
\end{aligned}
\right|
\tag{VI.6}
$$

где уравнение смоченной поверхности корпуса представлено разложением

$$
\Omega_0\big|_{\varepsilon_1=0}+\varepsilon\Omega_1^{(1)}\big|_{\varepsilon_1=0}+\varepsilon_1\Omega_2^{(1)}\big|_{\varepsilon=\varepsilon_1=0}+\varepsilon_1^2\Omega_2^{(2)}\big|_{\varepsilon=\varepsilon_1=0}+\varepsilon_1^3\Omega_2^{(3)}\big|_{\varepsilon=\varepsilon_1=0}+
+\varepsilon\varepsilon_1\Omega_{12}^{(1)}\big|_{\varepsilon=\varepsilon_1=0}+\varepsilon\varepsilon_1^2\Omega_{12}^{(2)}\big|_{\varepsilon=\varepsilon_1=0}+\cdots=0,
\tag{VI.7}
$$

в котором

$$
\left.
\begin{aligned}
&\Omega_0=\Omega(x,\ y,\ z)\big|_{\varepsilon=0};\\
&\Omega_1^{(1)}=\left(\frac{\partial\Omega}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\varepsilon}+\frac{\partial\Omega}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\varepsilon}+\frac{\partial\Omega}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial\varepsilon}+\frac{\partial\Omega}{\partial\varepsilon}\right)_{\varepsilon=0};\\
&\Omega_2^{(2)}=\frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial x^2}\left(\frac{\partial x}{\partial\varepsilon_1}\right)^2+\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial y^2}\left(\frac{\partial y}{\partial\varepsilon_1}\right)^2+\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial z^2}\left(\frac{\partial z}{\partial\varepsilon_1}\right)^2\right]+\\
&\quad+\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial x\,\partial y}\frac{\partial x}{\partial\varepsilon_1}\frac{\partial y}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial x\,\partial z}\frac{\partial x}{\partial\varepsilon_1}\frac{\partial z}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial y\,\partial z}\frac{\partial y}{\partial\varepsilon_1}\frac{\partial z}{\partial\varepsilon_1}+\\
&\quad+\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial\varepsilon_1\,\partial x}\frac{\partial x}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial\varepsilon_1\partial y}\frac{\partial y}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial\varepsilon_1\,\partial z}\frac{\partial z}{\partial\varepsilon_1}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Omega_0}{\partial x}\frac{\partial^2 x}{\partial\varepsilon_1^2}+\right.\\
&\qquad\left.+\frac{\partial\Omega_0}{\partial y}\frac{\partial^2 y}{\partial\varepsilon_1^2}+\frac{\partial\Omega_0}{\partial z}\frac{\partial^2 z}{\partial\varepsilon_1^2}+\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial\varepsilon_1^2}\right);\\
&\Omega_2^{(1)}=\frac{\partial\Omega_0}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_0}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_0}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_0}{\partial\varepsilon_1};\\
&\Omega_2^{(3)}=\frac{1}{3}\left(\frac{\partial\Omega_2^{(2)}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_2^{(2)}}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_2^{(2)}}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_2^{(2)}}{\partial\varepsilon_1}\right);\\
&\Omega_{12}^{(1)}=\frac{\partial\Omega_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_1^{(1)}}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_1^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_1^{(1)}}{\partial\varepsilon_1};\\
&\Omega_{12}^{(2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Omega_{12}^{(1)}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_{12}^{(1)}}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_{12}^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial\varepsilon_1}+\frac{\partial\Omega_{12}^{(1)}}{\partial\varepsilon_1}\right),
\end{aligned}
\right\}
\tag{VI.8}
$$

а величины $\xi_1^{(1)}$, $\xi_2^{(1)}$, ..., $\xi_2^{(n)}$ — коэффициенты разложений в ряды разностей между текущими и равновесными координатами точек смоченной поверхности судна:

$$\left.\begin{aligned} \xi - \xi_0 &= \varepsilon\xi_1^{(1)} + \varepsilon_1\xi_2^{(1)} + \varepsilon_1^2\xi_2^{(2)} + \ldots; \\ \eta - \eta_0 &= \varepsilon\eta_1^{(1)} + \varepsilon_1\eta_2^{(1)} + \varepsilon_1^2\eta_2^{(2)} + \ldots; \\ \zeta - \zeta_0 &= \varepsilon\zeta_1^{(1)} + \varepsilon_1\zeta_2^{(1)} + \varepsilon_1^2\zeta_2^{(2)} + \ldots, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VI.9)}$$

которые определяются из формул (I.3) преобразования координат.

Использование двухпараметрических разложений в ряды позволяет упростить область, в которой отыскивается решение; она ограничена плоскостью невозмущенной поверхности воды и смоченной поверхностью судна в равновесном состоянии, т. е. стационарна. Потенциал скорости находится как сумма (VI.4) гармонических функций, каждая из которых удовлетворяет линеаризованному граничному условию на равновесной свободной поверхности жидкости. Кинематическое граничное условие на корпусе судна в явном виде не содержит нелинейностей относительно функций $\Phi_s^{(1)}$, $\Phi_s^{(2)}$, ... и их производных, однако нелинейность скрыта в кинематических характеристиках качки, которые пропорциональны ε_1^2 и ε_1^3 и в общем случае зависят от производных потенциала скорости через гидродинамические силы. Поэтому представленная линеаризация задачи оказывается лишь частичной; чтобы довести ее до конца, необходимо установить количественное соотношение между параметрами ε и ε_1, либо заранее задать закон колебаний судна. В общей задаче о качке судов на волнении делать это нецелесообразно, но при рассмотрении отдельных видов колебаний конечной амплитуды этими возможностями можно воспользоваться и преобразовать зависимости (VI.3)—(VI.8) к виду, допускающему эффективное численное решение частной задачи с помощью ЭВМ [94].

§ 40. РАЗДЕЛЕНИЕ ОБЩЕЙ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ НА ЧАСТНЫЕ

В основе разделения общей задачи о качке конечной амплитуды лежат физические закономерности колебаний судов отдельных видов на тихой воде и на волнении, а также гидродинамические модели качки, рассмотренные в гл. II второго раздела. В настоящее время достаточно полно изучены и доведены до расчетных зависимостей три частные задачи нелинейной теории качки судов:

1) задача о бортовой качке конечной амплитуды в условиях спокойной воды;

2) задача о бортовой качке конечной амплитуды «удлиненного» судна на регулярном и нерегулярном волнении;

3) задача о продольной качке конечной амплитуды «тонкого» судна на регулярном волнении.

Первая задача рассмотрена в двух аспектах: при упрощенном подходе к определению гидродинамических сил, когда основное внимание уделяется расчету периода бортовой качки судна с заданной диаграммой остойчивости, и при достаточно строгом учете гидродинамики, базирующемся на разложениях в ряды по малому параметру. Упрощенный подход, являющийся по существу полуэмпирическим, привел к расчетным формулам и способам [3, 26, 67, 81], имеющим практическое значение. Более строгий подход позволил получить результаты, важные в принципиальном отношении прежде всего для дальнейшего развития нелинейной теории [127, 139].

Второй из перечисленных задач — о бортовой качке конечной амплитуды на волнении — посвящена большая часть исследований нелинейной качки и расчетных методик, разработанных к настоящему времени. Здесь также можно выделить два основных подхода к определению гидродинамических сил и построению уравнений движения судна на волнении. Упрощенный подход основан на использовании гидродинамической модели «весьма малого» судна, введенной в теорию качки В. Фрудом, и решении изолированного дифференциального уравнения нелинейной бортовой качки в абсолютных или относительных координатах [2, 3, 7, 30, 81]. Более последовательный и общий подход базируется на гидродинамической модели «удли-

ненного» судна, использовании двухпараметрических разложений в ряды по малым параметрам и решении системы взаимосвязанных дифференциальных уравнений поперечной качки судна, включающей бортовые, поперечно-горизонтальные и вертикальные колебания [19, 25, 47, 86]. Следует отметить, что такой подход позволяет получить как частный случай также изолированное дифференциальное уравнение нелинейной бортовой качки «весьма малого» судна, а затем оценить правомочность применения этого уравнения для расчета качки судна с конечными по сравнению с длиной набегающих волн шириной и осадкой с помощью редукционных коэффициентов для главной части возмущающего момента, полученных в линейной теории. Гидродинамические аспекты нелинейной бортовой качки на нерегулярном волнении пока еще разработаны явно недостаточно. В основе существующих методов расчета нелинейной нерегулярной качки лежат дифференциальные уравнения поперечной качки, полученные для случая регулярного волнения; с помощью метода статистической линеаризации их используют и для оценки нерегулярной качки.

Решение третьей из перечисленных частных задач — о продольной качке конечной амплитуды — затруднено тесной взаимосвязью килевых и вертикальных колебаний судна, а также сравнительной высокочастотностью их в режиме резонанса, при которой заметную роль играют нелинейные эффекты в граничном условии на свободной поверхности жидкости. Поэтому расчетные оценки нелинейной продольной качки относились только к главной части возмущающих силы и момента [42]. Использование гидродинамической модели «тонкого» судна позволило более обоснованно линеаризовать граничную задачу и получить расчетные зависимости как для возмущающих силы и момента, так и для коэффициентов демпфирования вертикальной и килевой качки конечной амплитуды [47, 51, 94]. Реализация этих зависимостей для случая качки на ходу судна с достаточно сложной формой обводов в районе действующей ватерлинии наталкивается пока на значительные трудности в вычислениях.

§ 41. БОРТОВАЯ КАЧКА КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ НА СПОКОЙНОЙ ВОДЕ. РАСЧЕТ ПЕРИОДА КАЧКИ СУДНА С ЗАДАННОЙ ДИАГРАММОЙ ОСТОЙЧИВОСТИ. ЧАСТОТНЫЙ ГРАФИК КАЧКИ

В общем случае качки судна на спокойной воде бортовые колебания конечной амплитуды сопровождаются поперечно-горизонтальными, вертикальными колебаниями и рысканием, с которыми они гидродинамически связаны. Более того, благодаря взаимосвязи вертикальных колебаний с килевыми и продольно-горизонтальными при бортовой качке конечной амплитуды возникают все пять остальных видов качки. Однако для достаточно удлиненных судов влияние килевых, продольно-горизонтальных колебаний и рыскания на кинематику бортовой качки на спокойной воде, как правило, невелико. Гидродинамическая взаимосвязь бортовой качки с поперечно-горизонтальной и вертикальной очень сложна; учет ее требует решения нелинейной граничной задачи [139]. В первом приближении влияние поперечно-горизонтальных колебаний на характер бортовых может быть оценено в рамках линейной теории (см. гл. III второго раздела), а влияние вертикальной качки сведено к учету неравнообъемности бортовых наклонений, которая на кинематических параметрах качки существенно не сказывается. Эти соображения и лежат в основе упрощенного подхода к составлению и решению дифференциального уравнения бортовой качки конечной амплитуды на спокойной воде

$$(I_{xx} + \lambda_{44})\,\ddot{\theta} + M_{\text{демпф}} + Dl = 0, \qquad \text{(VI.10)}$$

где I_{xx} — момент инерции массы судна относительно центральной продольной оси; λ_{44} — присоединенный момент инерции; $M_{\text{демпф}}$ — демпфирующий момент. При достаточно больших амплитудах λ_{44} зависит от угла крена, а $M_{\text{демпф}}$ является сложной функцией угловой скорости качки. Однако для большинства судов эти зависимости сказываются в основном на характере затухания бортовых колебаний, поэтому при вычислении периода бортовой качки ими в первом приближении можно пренебречь и учитывать лишь нелинейность диаграммы статической остойчивости, принимая уравнение движения в виде

$$(I_{xx} + \lambda_{44})\,\ddot{\theta} + Dl\,(\theta) = 0. \qquad \text{(VI.11)}$$

Интегрируя это уравнение дважды, получают формулу для периода незатухающих бортовых колебаний

$$\tau_\theta = 4\sqrt{\frac{I_1}{2D}}\int_0^{\theta_0}\frac{d\theta}{\sqrt{d_0 - d}}, \qquad (VI.12)$$

где $I_1 = I_{xx} + \lambda_{44}$; d_0 — плечо динамической остойчивости при угле крена, равном θ_0; d — плечо динамической остойчивости при текущем угле крена. Интеграл, входящий в выражение (VI.12), является несобственным, так как при $\theta = \theta_0$ подынтегральная функция обращается в бесконечность. Это затрудняет применение для его расчета правил приближенного вычисления в случае, когда диаграмма остойчивости задана графически или в табличной форме. Для преодоления этого затруднения предложен ряд способов, которые можно разбить на три принципиально различные группы.

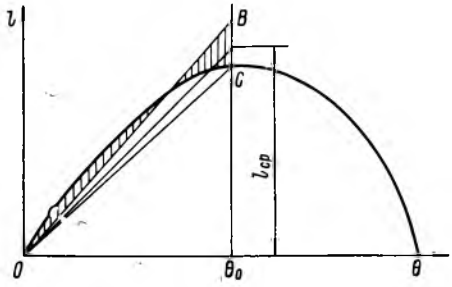


Рис. VI.1. К расчету периода нелинейной борговой качки по способу В. Г. Власова.

Первая группа, включающая первый способ А. Н. Крылова, способы А. Б. Карпова и Мозли, основана на разбиении всего участка интегрирования на два: большой (от θ до θ_1) и малый (от θ_1 до θ_0). На первом участке рассматриваемый интеграл нигде в бесконечность не обращается и допускает применение любого из правил приближенного вычисления, например правила трапеции. Интеграл по второму участку, составляющему незначительную часть первого, рассчитывается отдельно с помощью специального приближенного приема. Так, наиболее удобный из способов первой группы — способ А. Б. Карпова [3] — основан на замене на втором участке интегрирования истинной диаграммы динамической остойчивости отрезком прямой, проходящей через концы ординат $d(\theta_1)$ и $d(\theta_0)$, что равносильно замене диаграммы статической остойчивости на этом участке горизонтальной прямой.

Способы второй группы, включающей второй способ А. Н. Крылова, способы С. Н. Благовещенского, В. Г. Власова и Робба, основаны на замене истинной формы диаграммы статической остойчивости некоторой аналитической, достаточно простой кривой, для которой рассматриваемый интеграл тоже может быть вычислен аналитически. В способах Робба, А. Н. Крылова и С. Н. Благовещенского такими аппроксимирующими кривыми были параболы третьей, пятой и n-й степени соответственно. Наиболее простой из способов второй группы — способ В. Г. Власова — основан на замене истинной нелинейной диаграммы статической остойчивости осредненной линейной диаграммой, плечи которой лежат посредине между хордой OC и секущей OB (рис. VI.1), отсекающей площадь, равновеликую площади истинной диаграммы для того угла крена θ_0, для которого вычисляется период τ_θ. В результате период качки рассчитывается по формуле, вытекающей из линейной теории:

$$\tau_\theta = 2\pi\sqrt{\frac{I_1\theta_0}{Dl_{cp}}}, \qquad (VI.13)$$

где l_{cp} — см. рис. VI.1; θ_0 — угол крена в радианах.

Способы третьей группы — Г. Е. Павленко и В. Г. Сизова — основаны на замене переменных интегрирования, устраняющей несобственность рассматриваемого интеграла. Более простым и универсальным из них является способ В. Г. Сизова, который применим не только при положительных, но и при нулевой и отрицательных метацентрических высотах. В этом способе вместо θ вводится новая независимая переменная φ по формуле $\theta = \theta_0 \cos\varphi$, в результате чего выражение для периода при угле качки θ_0 принимает вид

$$\tau_\theta = 4\sqrt{\frac{I_1}{2D}}\,\theta_0\int_0^{\pi/2}\frac{\sin\varphi\, d\varphi}{\sqrt{d_0(\theta_0) - d(\theta_0\cos\varphi)}}. \qquad (VI.14)$$

На всем пути интегрирования этот интеграл в бесконечность не обращается и может быть рассчитан по правилам приближенных вычислений. Применяя, например, правило трапеций, имеем следующую расчетную формулу:

$$\tau_0 = 4\sqrt{\frac{I_1}{2D}}\,\theta_0\,\Delta\varphi\sum\nolimits_{\text{испр}}. \qquad \text{(VI.15)}$$

При нижнем пределе ($\varphi = 0$) существует неопределенность типа 0/0; раскрывая ее по правилу Лопиталя, получаем:

$$\left.\frac{\sin\varphi\,d\varphi}{\sqrt{d_0(\theta_0) - d(\theta_0\cos\varphi)}}\right|_{\varphi=0} = \sqrt{\frac{2}{\theta_0 l(\theta_0)}}. \qquad \text{(VI.16)}$$

Подробные схемы расчета по способу В. Г. Сизова с таблицами и графиками приведены в [8, 81]. Ввиду сравнительной громоздкости расчета при различных углах

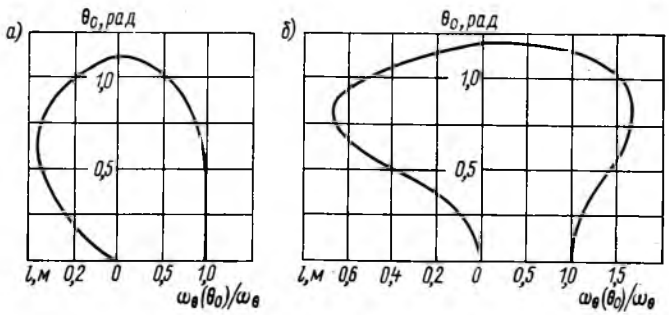


Рис. VI.2. Частотные графики нелинейной бортовой качки на тихой воде судов: *а* — с обычной диаграммой остойчивости; *б* — с S-образной диаграммой остойчивости.

$\omega_\theta(\theta_0)/\omega_\theta$ — отношение частот нелинейной и линейной качки судна.

качки θ_0 его целесообразно выполнять на ЭВМ, например по программе, разработанной Л. Н. Стреляевым и Е. В. Пергаевым [67].

Сопоставление перечисленных способов вычисления периода качки показывает, что ни один из них не может быть признан безусловно лучшим. В зависимости от типа диаграммы остойчивости, значения амплитуды качки, для которой определяется период, и требуемой точности расчета следует использовать тот или иной способ. Так, для углов качки в пределах начального участка диаграммы статической остойчивости, если она не S-образна, удобно применять весьма простой способ В. Г. Власова. В районе максимума диаграммы высокую точность может дать также простой способ А. Б. Карпова. Для S-образных диаграмм остойчивости и для углов качки, близких к углу заката диаграммы, нужно использовать наиболее точный способ В. Г. Сизова.

Для расчета нелинейной бортовой качки судна на волнении необходимо знать периоды качки на спокойной воде в широком диапазоне углов крена — теоретически от нуля до угла заката диаграммы статической остойчивости. Однако этому углу отвечает состояние неустойчивого равновесия судна, при котором период обращается в бесконечность, что затрудняет построение кривой периодов в районе угла заката. Частота качки $\omega_\theta = 2\pi/\tau_\theta$ всюду остается конечной, поэтому частотный график $\omega_\theta(\theta_0)$ более удобен для построения и использования.

Чтобы построить частотный график, нужно вычислить частоту для ряда углов качки до $\theta_0 = \theta_{\text{зак}}$, применяя каждый раз формулу для τ_θ с использованием одного из рассмотренных приближенных способов или их комбинаций. Углу качки, равному нулю, отвечает частота, вычисленная по формулам линейной теории (см. гл. III второго раздела). Слева от оси ординат, по которой откладывают углы θ_0, строят диаграмму остойчивости, справа — частотный график; он оказывается различным для судов с обычной (рис. VI.2, *а*) и с S-образной диаграммой остойчивости

(рис. VI.2, *б*). При угле качки, равном углу заката диаграммы, частота ω_θ всегда обращается в нуль.

Для судов, обладающих сильным демпфированием бортовой качки (например, остроскулых судов, низкобортных судов при углах крена, превышающих угол входа палубы в воду, судов с развитыми скуловыми килями, катамаранов и т. п.), на значение периода может заметно повлиять момент сил сопротивления. Для оценки этого влияния целесообразно воспользоваться формулой В. В. Семенова-Тян-Шанского, полученной в предположении, что демпфирующий момент пропорционален квадрату скорости качки, а восстанавливающий является линейной функцией угла крена [81]:

$$\tau_\theta = 4\sqrt{2}\,\frac{w}{\omega_\theta}\int\limits_0^{\theta_0}\frac{d\theta}{\sqrt{(1+2w\theta)-(1+2w\theta_0)^{2w\,(\theta-\theta_0)}}}, \qquad \text{(VI.17)}$$

где ω_θ — частота качки при линейном восстанавливающем моменте, для приближенного учета нелинейности ее можно вычислить, пользуясь формулой (VI.13).

Выражение (VI.17) содержит несобственный интеграл, поэтому для расчета τ_θ нужно использовать способы, подобные рассмотренным выше, например разбить весь интервал интегрирования на два участка.

В заключение укажем, что уравнения (VI.10) и (VI.11) могут быть также проинтегрированы не в квадратурах, а с помощью приближенных методов нелинейной механики, например метода гармонического баланса [43]. Получающиеся в итоге расчетные формулы оказываются достаточно простыми и не содержат несобственных интегралов. Так, для частоты незатухающих бортовых колебаний с конечной амплитудой θ_m получена формула [51]

$$\omega_\theta^2(\theta_m) = \frac{\omega_\theta^2}{\pi\theta_m}\int\limits_0^{2\pi} F_0(\theta_m\sin\psi)\sin\psi\,d\psi, \qquad \text{(VI.18)}$$

где ω_θ — частота малых собственных колебаний, вычисляемая по линейной теории (см. гл. III второго раздела), $F_0(\theta_m\sin\psi) = l(\theta_m\sin\psi)/h_0$. Программа расчета по формуле (VI.18) отработана Л. Н. Стреляевым [85].

§ 42. НЕЛИНЕЙНАЯ БОРТОВАЯ КАЧКА НА РЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ. СТРУКТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИЛ И МОМЕНТОВ

В основе современных методов расчета нелинейной бортовой качки судов на волнении лежит приближенная гидромеханическая теория качки конечной амплитуды, базирующаяся на двухпараметрических разложениях в ряды по малым параметрам и гидродинамической модели «удлиненного» судна. Согласно этой теории считается, что бортовая качка конечной амплитуды, возникающая в районе резонанса, сопровождается поперечно-горизонтальными и вертикальными колебаниями относительно малой амплитуды в плоскостях шпангоутов, а продольно-горизонтальными, килевыми колебаниями и рысканием благодаря удлиненности корпуса можно пренебречь. Такому подходу отвечают следующие двухпараметрические разложения в степенные ряды [47, 51]:

$$\theta = \varepsilon_1\theta_1 + \varepsilon_1^2\theta_2 + \varepsilon_1^3\theta_3; \qquad \eta_g = \varepsilon\eta_1; \qquad \zeta_g - z_p = \varepsilon\zeta_1, \qquad \text{(VI.19)}$$

где параметр ε определяет порядок малости относительных амплитуд весьма малых колебаний судна, а параметр ε_1 — порядок малости относительной амплитуды основной гармоники бортовой качки, которая считается конечной, хотя и достаточно малой (в математическом смысле).

В большинстве случаев резонансные бортовые колебания водоизмещающих морских судов низкочастотны; это дает возможность при решении гидромеханической задачи использовать также двухпараметрические разложения в ряды для потенциала скорости и возвышения свободной поверхности воды

$$\left.\begin{aligned}\Phi_s &= \varepsilon\Phi_{s0}^{(1)} + \varepsilon\varepsilon_1\Phi_{s1}^{(1)} + \varepsilon\varepsilon_1^2\Phi_{s2}^{(1)};\\ \zeta_в &= \varepsilon\zeta_{в0}^{(1)} + \varepsilon\varepsilon_1\zeta_{в1}^{(1)} + \varepsilon\varepsilon_1^2\zeta_{в2}^{(1)}.\end{aligned}\right\} \qquad \text{(VI.20)}$$

С помощью приведенных разложений граничная задача линеаризуется и допускает решение численными методами. Вид линеаризованных граничных условий, а также рекомендации по численному отысканию функции Φ_s приведены в [51].

Структурная формула для потенциала скорости благодаря линеаризации задачи имеет вид

$$\Phi_s = \varepsilon\Phi_W + \varepsilon\Phi_d + \varepsilon\Phi_{0h} + \varepsilon\varepsilon_1\Phi_{1h} + \varepsilon\varepsilon_1^2\Phi_{2h}, \qquad \text{(VI.21)}$$

где $\varepsilon\Phi_w$ — потенциал скорости заданной системы набегающих волн; $\varepsilon\Phi_d$ — потенциал скорости дифрагированного волнового движения, а остальные слагаемые определяют потенциал скорости движения жидкости, вызванного вынужденной качкой судна на спокойной воде.

Такое представление приводит к следующим формулам для проекций гидромеханических сил и момента, определяющих поперечную качку судна в плоскостях шпангоутов:

$$\left.\begin{aligned}
P_\eta = &-\rho g \iint\limits_{S_0+\Delta S_1} \zeta \cos(\widehat{n,\ \eta})\, dS + \rho\varepsilon \iint\limits_{S_0+\Delta S_2} \left(\frac{\partial\Phi_W}{\partial t} + \right.\\
&\left. + \frac{\partial\Phi_d}{\partial t}\right) \cos(\widehat{n,\ \eta})\, dS + \rho\varepsilon \left[\iint\limits_{S_0+\Delta S_2} \frac{\partial\Phi_{0h}}{\partial t} \cos(\widehat{n,\ \eta})\, dS + \right.\\
&\left. + \varepsilon_1 \iint\limits_{S_0+\varepsilon_1 S_2^{(1)}} \frac{\partial\Phi_{1h}}{\partial t} \cos(\widehat{n,\ \eta})\, dS + \varepsilon_1^2 \iint\limits_{S_0} \frac{\partial\Phi_{2h}}{\partial t} \cos(\widehat{n,\ \eta})\, dS\right];\\
P_\zeta = &-\rho g \iint\limits_{S_0+\Delta S_1} \zeta \cos(\widehat{n,\ \zeta})\, dS + \rho\varepsilon \iint\limits_{S_0+\Delta S_2} \left(\frac{\partial\Phi_W}{\partial t} + \right.\\
&\left. + \frac{\partial\Phi_d}{\partial t}\right) \cos(\widehat{n,\ \zeta})\, dS + \rho\varepsilon \left[\iint\limits_{S_0+\Delta S_2} \frac{\partial\Phi_{0h}}{\partial t} \cos(\widehat{n,\ \zeta})\, dS + \right.\\
&\left. + \varepsilon_1 \iint\limits_{S_0+\varepsilon_1 S_2^{(1)}} \frac{\partial\Phi_{1h}}{\partial t} \cos(\widehat{n,\ \zeta})\, dS + \varepsilon_1^2 \iint\limits_{S_0} \frac{\partial\Phi_{2h}}{\partial t} \cos(\widehat{n,\ \zeta})\, dS\right];\\
M_x = &-\rho g \iint\limits_{S_0+\Delta S_1} \zeta\,[(\eta-\eta_g)\cos(\widehat{n,\ \zeta}) - (\zeta-\zeta_g)\cos(\widehat{n,\ \eta})]\, dS + \\
&+ \rho\varepsilon \iint\limits_{S_0+\Delta S_2} \left(\frac{\partial\Phi_W}{\partial t} + \frac{\partial\Phi_d}{\partial t}\right)[(\eta-\eta_g)\cos(\widehat{n,\ \zeta}) - \\
&- (\zeta-\zeta_g)\cos(\widehat{n,\ \eta})]\, dS + \rho\varepsilon\left\{\iint\limits_{S_0+\Delta S_2} \frac{\partial\Phi_{0h}}{\partial t}[(\eta-\eta_g)\cos(\widehat{n,\ \zeta}) - \right.\\
&- (\zeta-\zeta_g)\cos(\widehat{n,\ \eta})]\, dS + \varepsilon_1 \iint\limits_{S_0+\varepsilon_1 S_2^{(1)}} \frac{\partial\Phi_{1h}}{\partial t}[(\eta-\eta_g)\cos(\widehat{n,\ \zeta}) - \\
&- (\zeta-\zeta_g)\cos(\widehat{n,\ \eta})]\, dS + \varepsilon_1^2 \iint\limits_{S_0} \frac{\partial\Phi_{2h}}{\partial t}[(\eta-\eta_g)\cos(\widehat{n,\ \zeta}) - \\
&\left. - (\zeta-\zeta_g)\cos(\widehat{n,\ \eta})]\, dS\right\},
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(VI 22)}$$

где ΔS_1, ΔS_2 и $S_2^{(1)}$ — переменные части смоченной поверхности судна, которые могут быть представлены разложениями в ряды по малым параметрам ε и ε_1 вида

$$\left.\begin{aligned} \Delta S_1 &= \varepsilon S_1^{(1)} + \varepsilon_1 S_{11}^{(1)} + \varepsilon_1^2 S_{11}^{(2)} + \varepsilon\varepsilon_1 S_{12}^{(1)} + \varepsilon\varepsilon_1^2 S_{12}^{(2)}; \\ \Delta S_2 &= \varepsilon_1 S_2^{(1)} + \varepsilon_1^2 S_2^{(2)}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VI.23)}$$

Первые слагаемые формул (VI.22) определяют гидростатические силы и момент, вторые — возмущающие силы и момент, обусловленные действием набегающих и дифрагированных волн; остальные слагаемые каждой из этих формул определяют гидродинамические силы и момент, обусловленные инерционными и демпфирующими свойствами при качке судна на спокойной воде. В отличие от линейной гидродинамической теории (см. гл. II второго раздела) выделенные категории сил уже не являются взаимонезависимыми: каждая из них является функцией элементов качки, определяющихся всей совокупностью сил, действующих на качающееся судно. Чтобы обеспечить одинаковую точность вычисления каждого из слагаемых, поверхности интегрирования в них берутся различными; при практическом их определении формальные разложения типа (VI.23) могут быть упрощены с помощью приближенных приемов [3, 42, 51].

§ 43. РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВОССТАНАВЛИВАЮЩИХ И ВОЗМУЩАЮЩИХ СИЛ И МОМЕНТОВ НА ВОЛНЕНИИ

Для получения расчетных формул, определяющих восстанавливающие силу $P_{\zeta 1}$ и момент M_{x1}, к первым слагаемым выражений (VI.22) применяют преобразование Гаусса—Остроградского поверхностного интеграла в объемный, в результате которого находят

$$\left.\begin{aligned} P_{\eta 1} &= 0; \\ P_{\zeta 1} &= -\rho g\,(V - \Delta V_t); \\ M_{x1} &= -\rho g \iiint\limits_{V-\Delta V_t} (\eta - \eta_g)\, dV, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VI.24)}$$

где V — объемное водоизмещение судна по ватерлинию равновесия, отвечающее смоченной поверхности S_0; ΔV_t — дополнительный переменный во времени объем соответствующий части смоченной поверхности ΔS_1.

Для шпангоутов произвольной формы определение ΔV_t связано с серьезными затруднениями, хотя в принципе вполне возможно, особенно численными методами. Учитывая, что на большей части длины борта современных водоизмещающих судов близки к прямостенным, переменный объем можно рассчитывать по формуле

$$\Delta V_t = \iint\limits_S z_{\text{в}}\, dS, \qquad \text{(VI.25)}$$

где S — площадь ватерлинии равновесия; $z_{\text{в}}$ — аппликата волнового профиля в произвольном шпангоутном сечении судна, вычисляемая во второй подвижной системе координат:

$$z_{\text{в}} = -y \operatorname{tg}\theta - \frac{\zeta_0}{\cos\theta} + \frac{\zeta_{\text{в}}}{\cos\theta}. \qquad \text{(VI.26)}$$

Здесь y — ордината корпуса судна в данном шпангоутном сечении; ζ_0 — аппликата начала второй подвижной системы координат; $\zeta_{\text{в}}$ — аппликата волнового профиля, выраженная в координатах первой подвижной системы.

Использование этих зависимостей приводит к следующим формулам для восстанавливающих силы и момента:

$$\left.\begin{aligned} P_{\zeta 1} &= -D - \rho g S \frac{\zeta_0}{\cos\theta} + \frac{\rho g}{\cos\theta} \iint\limits_S \zeta_{\text{в}}\, dS; \\ M_{x1} &= -Dl(\theta) + \rho g \iint\limits_S y\zeta_{\text{в}}\, dS. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VI.27)}$$

Видно, что сила поддержания и восстанавливающий момент содержат слагаемые, связанные с качкой на спокойной воде, и слагаемые, обусловленные искривлением свободной поверхности вследствие волнового движения. Первые определяют известными методами статики корабля (см. первый раздел), вторые зависят от формы волнового профиля, и при его задании их рассчитывают, например, численными методами.

В аналитическом виде волновые компоненты легко находят для случая плоских прогрессивных волн, когда их профиль описывается выражением

$$\zeta_{\text{в}} = \zeta_A \cos [k (\xi \cos \beta_{\text{в}} - \eta \sin \beta_{\text{в}}) - \omega_{\text{к}} t], \tag{VI.28}$$

где $\omega_{\text{к}}$ — кажущаяся круговая частота. Во второй подвижной системе координат имеем

$$\begin{aligned}\zeta_{\text{в}} = \zeta_A \Bigg\{ & \cos \omega_{\text{к}} t \left[\cos k_2 x \left(\cos \frac{k_1 y}{\cos \theta} - k_1 (\eta_0 + \zeta_0 \operatorname{tg} \theta) \sin \frac{k_1 y}{\cos \theta} \right) - \right. \\ & \left. - \sin k_2 x \left(k_1 (\eta_0 + z_0 \operatorname{tg} \theta) \cos \frac{k_1 y}{\cos \theta} + \sin \frac{k_1 y}{\cos \theta} \right) \right] - \\ & - \sin \omega_{\text{к}} t \left[\cos k_2 x \left(k_1 (\eta_0 + z_0 \operatorname{tg} \theta) \cos \frac{k_1 y}{\cos \theta} + \sin \frac{k_1 y}{\cos \theta} \right) - \right. \\ & \left. - \sin k_2 x \left(\cos \frac{k_1 y}{\cos \theta} - k_1 (\eta_0 + z_0 \operatorname{tg} \theta) \sin \frac{k_1 y}{\cos \theta} \right) \right] \Bigg\},\end{aligned} \tag{VI.29}$$

где $k_1 = k \sin \beta_{\text{в}}$; $k_2 = k \cos \beta_{\text{в}}$; $z_0 = \zeta_0 - \zeta_A \cos \omega_{\text{к}} t$. Подставляя выражение (VI.29) в формулу (VI.27) и используя одно из правил приближенного вычисления, например правило трапеции, можно с помощью ЭВМ рассчитать силу поддержания и восстанавливающий момент для судна с заданной формой корпуса.

Чтобы получить расчетные формулы для $P_{\zeta 1}$ и M_{x1} в аналитическом виде, можно в волновых компонентах пренебречь асимметрией корпуса относительно миделя и воспользоваться известной формулой параболической аппроксимации судовых обводов

$$y = \frac{B}{2} \left[1 - \left(\frac{2x}{L} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} \right], \tag{VI.30}$$

где α — коэффициент полноты ватерлинии. Тогда выражения для силы поддержания и восстанавливающего момента с принятой степенью точности (ε, ε_1^2) запишутся в виде [47]

$$\left.\begin{aligned} P_{\zeta 1} = & - D - \rho g S \left\{ \left(1 + \frac{\theta^2}{2} \right) \left[\zeta_0 - \zeta_A \left(\varkappa_\beta^I - \varkappa_\beta^{II} \frac{k_1^2 I_x}{2S} \right) \cos \omega_{\text{к}} t \right] + \right. \\ & \left. + \varkappa_\beta^{II} \zeta_A \frac{k_1^2 I_x}{2S} \theta^2 \cos \omega_{\text{к}} t \right\}; \\ M_{x1} = & - Dl(\theta) - \rho g S z_p \theta \left[\zeta_0 - \zeta_A \left(\varkappa_\beta^I - \varkappa_\beta^{II} \frac{k_1^2 I_x}{2S} \right) \cos \omega_{\text{к}} t \right] - \\ & - Dr\alpha_0 \sin \beta_{\text{в}} \left[\left(1 + \frac{3}{2} \theta^2 \right) \left(\varkappa_\beta^{II} - \varkappa_\beta^{III} \frac{k_1^2 I_{x1}}{6 I_x} \right) - \right. \\ & \left. - \varkappa_\beta^{III} \frac{k_1^2 I_{x1}}{6 I_x} \theta^2 \right] \sin \omega_{\text{к}} t, \end{aligned}\right\} \tag{VI.31}$$

$$\left.\begin{aligned} \varkappa_\beta^I = & \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{u^{2i}}{(2i+1)!} \frac{1}{\alpha + (2i+1)(1-\alpha)}; \\ \varkappa_\beta^{II} = & \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{u^{2i}}{(2i+1)!} \times \end{aligned}\right|$$

$$\times \frac{(\alpha+1)(2\alpha+1)}{[\alpha+(2i+1)(1-\alpha)][2\alpha+(2i+1)(1-\alpha)][3\alpha+(2i+1)(1-\alpha)]};$$

$$\varkappa_\beta^{III} = \sum_{i=0}^{\infty}(-1)^i \frac{u^{2i}}{(2i+1)!} \frac{(\alpha+1)(2\alpha+1)}{[\alpha+(2i+1)(1-\alpha)][2\alpha+(2i+1)(1-\alpha)]} \times$$

$$\times \frac{(3\alpha+1)(4\alpha+1)}{[3\alpha+(2i+1)(1-\alpha)][4\alpha+(2i+1)(1-\alpha)][5\alpha+(2i+1)(1-\alpha)]};$$

$$u = \frac{L}{2T} kT \cos\beta_в; \qquad \text{(VI.32)}$$

I_x — момент инерции площади ватерлинии относительно центральной продольной оси; r — поперечный метацентрический радиус; $\alpha_0 = k\zeta_A$ — амплитуда угла волнового склона;

$$I_{x1} = LB^5 \frac{3\alpha^5}{2(\alpha+1)(2\alpha+1)(3\alpha+1)(4\alpha+1)}.$$

Коэффициенты $\varkappa_\beta^{I}(\alpha, u)$, $\varkappa_\beta^{II}(\alpha, u)$ и $\varkappa_\beta^{III}(\alpha, u)$ могут быть запрограммированы, протабулированы или представлены графически [47], после чего расчет $P_{\zeta 1}$ и M_{x1} затруднений не представит.

Из формул (VI.31) следует, что учет конечности амплитуд бортовой качки приводит к нелинейной зависимости от угла не только восстанавливающего момента, но и силы поддержания, т. е. к связи вертикальных и бортовых отклонений судна от положения равновесия уже в рамках гидростатики.

Главная часть возмущающих сил и момента, определяемая в формулах (VI.22) потенциалом свободных набегающих волн Φ_W, приводится к виду, удобному для анализа и расчетов, при следующих ограничениях:

1) волны считаются плоскими, прогрессивными;

2) корпус судна симметричен относительно миделя; для описания его обводов используются формулы параболической аппроксимации;

3) тригонометрические и показательные функции ky и kz разлагаются в ряды с точностью до $(ky)^3$, $(kz)^3$ включительно; для морских водоизмещающих судов такие разложения, как правило, обеспечивают надлежащую точность вычисления сил и момента в практически интересном диапазоне частот в районе резонанса бортовой качки.

В результате главная часть возмущающих сил и момента с принятой степенью точности (до ε, ε_1^2) определяется формулами

$$P_{\eta 2} = D\alpha_0 \sin\beta_в \left[\left(\overline{P}_\eta^{21} - \overline{P}_\eta^{22}\frac{\theta^2}{2}\right)\sin\omega_к t + \right.$$

$$\left. + \overline{P}_\eta^{23}\theta \sin\beta_в \cos\omega_к t\right];$$

$$P_{\zeta 2} = -D\alpha_0 \left[\left(\overline{P}_\zeta^{21} - \overline{P}_\zeta^{22}\frac{\theta^2}{2}\right)\cos\omega_к t + \right.$$

$$\left. + \overline{P}_\zeta^{23}\theta \sin\beta_в \sin\omega_к t\right];$$

$$M_{x2} = DT\alpha_0 \left[\left(\overline{M}_x^{21} + \overline{M}_x^{22}\frac{\theta^2}{2}\right)\times\right.$$

$$\left.\times \sin\beta_в \sin\omega_к t - \overline{M}_x^{23}\theta\cos\omega_к t\right], \qquad \text{(VI.33)}$$

где

$$
\begin{aligned}
\overline{P}_{\eta}^{21} &= \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}} - kT\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}\frac{z_w}{T} + \frac{(kT)^2}{2}\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}p_1 - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2 \times \right.\\
&\left. \times \frac{f_2 p_4}{2\chi}\sin^2\beta_{\text{в}}\right] - \frac{(kT)^3}{6}\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}p_2 - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2 p_5}{\chi}\sin^2\beta_{\text{в}}\right];\\
\overline{P}_{\eta}^{22} &= kT\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2}{\chi} - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}\frac{z_w}{T}\right] +\\
&+ \frac{(kT)^2}{2}\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}p_1 - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2 p_4}{\chi}\right](1 +\\
&+ \sin^2\beta_{\text{в}}) - \frac{(kT)^3}{6}\left[3\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}p_2\left(1 + \sin^2\beta_{\text{в}}\right) - \right.\\
&\left. - 7\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2 p_5}{\chi}\sin^2\beta_{\text{в}} + 3\varkappa_{\beta}^{\mathrm{III}}\left(\frac{B}{T}\right)^4\frac{f_4}{\chi}\sin^2\beta_{\text{в}}\right];\\
\overline{P}_{\eta}^{23} &= kT\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2}{\chi} - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}\frac{z_w}{T}\right] -\\
&- \frac{(kT)^2}{2}\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2 p_4}{\chi} - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}p_1\right] -\\
&- \frac{(kT)^3}{6}\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}p_2 - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2 p_5}{\chi}(2 +\right.\\
&\left. + \sin^2\beta_{\text{в}}) + 3\varkappa_{\beta}^{\mathrm{III}}\left(\frac{B}{T}\right)^4\frac{f_4}{\chi}\sin^2\beta_{\text{в}}\right];\\
\overline{P}_{\zeta}^{21} &= \overline{P}_{\eta}^{21};\quad \overline{P}_{\zeta}^{22} = \overline{P}_{\eta}^{22};\quad \overline{P}_{\zeta}^{23} = -\overline{P}_{\eta}^{23};\\
\overline{M}_{x}^{21} &= \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}\frac{a}{T} + kT\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2 p_4}{\chi} - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}\left(p_1 - \frac{z_p z_w}{T_2}\right)\right] -\\
&- \frac{(kT)^2}{2}\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2 p_5}{\chi}\frac{2 + \sin^2\beta_{\text{в}}}{2} - \right.\\
&\left. - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}p_2\right] + \frac{(kT)^3}{6}\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2 p_6}{\chi}\frac{1 + \sin^2\beta_{\text{в}}}{2} - \right.\\
&\left. - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}p_3 - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{III}}\left(\frac{B}{T}\right)^4\frac{f_4 p_5}{\chi}\sin^2\beta_{\text{в}}\right];\\
\overline{M}_{x}^{22} &= \varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\frac{r}{T} - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}\frac{a}{T} -\\
&- 4kT\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2}{\chi}\left(p_4 - \frac{z_p}{4T}\right) - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}\left(p_1 - \frac{z_p z_w}{T^2}\right)\right] +\\
&+ \frac{(kT)^2}{2}\left[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2 p_5}{\chi}\frac{20 + 7\sin^2\beta_{\text{в}}}{3} - \right.\\
&- \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}p_2\left(7 + 2\sin^2\beta_{\text{в}}\right) - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{III}}\left(\frac{B}{T}\right)^4\frac{f_4}{\chi}(2 +\\
&\left. + \sin^2\beta_{\text{в}})\right] - \frac{(kT)^3}{6}\left[8\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_2 p_6}{\chi}(1 + \right.\\
&+ \sin^2\beta_{\text{в}}) - 2\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}}p_3\left(5 + 3\sin^2\beta_{\text{в}}\right) -\\
&\left. - 2\varkappa_{\beta}^{\mathrm{III}}\left(\frac{B}{T}\right)^4\frac{f_4 p_5}{\chi}\left(3 + 5\sin^2\beta_{\text{в}}\right)\right];
\end{aligned}
\qquad (VI.34)
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
\overline{M}_x^{23} = {} & \varkappa_\beta^{\mathrm{II}} \frac{r}{T} - \varkappa_\beta^{\mathrm{I}} \frac{a}{T} - kT \left\{ \varkappa_\beta^{\mathrm{II}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \frac{f_2}{\chi} \left[p_4 \left(1 + \sin^2\beta_{\text{в}}\right) - \right.\right. \\
& \left.\left. - \frac{z_p}{T} \sin^2\beta_{\text{в}} \right] - \varkappa_\beta^{\mathrm{I}} \left[p_1 \left(1 + \sin^2\beta_{\text{в}}\right) - 2 \frac{z_p z_w}{T^2} \right] \right\} + \\
& + \frac{(kT)^2}{2} \left[\varkappa_\beta^{\mathrm{II}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \frac{f_2 p_5}{\chi} \left(2 + 7 \sin^2\beta_{\text{в}}\right) - \right. \\
& \left. - \varkappa_\beta^{\mathrm{I}} p_2 \left(1 + 2 \sin^2\beta_{\text{в}}\right) - \varkappa_\beta^{\mathrm{III}} \left(\frac{B}{T}\right)^4 \frac{f_4}{\chi} \sin^2\beta_{\text{в}} \right] - \\
& - \frac{(kT)^3}{6} \left[\varkappa_\beta^{\mathrm{II}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \frac{f_2 p_6}{\chi} \frac{1 + 6 \sin^2\beta_{\text{в}} + \sin^4\beta_{\text{в}}}{2} - \right. \\
& \left. - \varkappa_\beta^{\mathrm{I}} p_3 \left(1 + 3 \sin^2\beta_{\text{в}}\right) - \varkappa_\beta^{\mathrm{III}} \left(\frac{B}{T}\right)^4 \frac{f_4 p_5}{\chi} \sin^2\beta_{\text{в}} \left(3 + \sin^2\beta_{\text{в}}\right) \right].
\end{aligned}
\right\} \qquad \text{(VI.34)}
$$

Здесь

$$
\left.
\begin{aligned}
& a = z_w - z_p; \quad f_2(\alpha) = \frac{\alpha^2}{2(\alpha+1)(2\alpha+1)}; \\
& f_4(\alpha) = \frac{3\alpha^4}{2(\alpha+1)(2\alpha+1)(3\alpha+1)(4\alpha+1)}; \\
& p_1(\chi) = \frac{1}{3(3-2\chi)}; \quad p_2(\chi) = \frac{1}{4(4-3\chi)}; \quad p_3(\chi) = \frac{1}{5(5-4\chi)}; \\
& p_4(\chi) = 1 - 3(1-\chi) + \frac{3(1-\chi)}{1+\chi} - \frac{1-\chi}{1-2\chi}; \\
& p_5(\chi) = 3\left[\frac{1}{2} - \frac{3(1-\chi)}{2-\chi} + \frac{3(1-\chi)}{2} - \frac{1-\chi}{2+\chi}\right]; \\
& p_6(\chi) = 6\left[\frac{1}{3} - \frac{3(1-\chi)}{3-2\chi} + \frac{3(1-\chi)}{3-\chi} + \frac{1-\chi}{3}\right]
\end{aligned}
\right\} \qquad \text{(VI.35)}
$$

χ — коэффициент вертикальной полноты).

Функции (VI.35) могут быть запрограммированы, протабулированы или представлены графически [47].

Выражения (VI.33) и (VI.34) показывают, что структура главных частей возмущающих сил и момента, определенных с учетом конечности амплитуд бортовой качки, существенно отличается от структуры соответствующих зависимостей линейной теории (см. гл. III второго раздела). Линейная теория дает лишь первые члены формул (VI.33); учет нелинейности приводит к появлению вторых и третьих членов в этих формулах, которые оказывают различное количественное влияние на силы $P_{\eta 2}$ и $P_{\zeta 2}$ и момент M_{x2}. Последнее объясняется тем, что величины $\overline{P}_\eta^{22}$ и $\overline{P}_\eta^{23}$ есть малые порядка kT по сравнению с $\overline{P}_\eta^{21}$, в то время как величины $\overline{M}_x^{21}$, $\overline{M}_x^{22}$ и $\overline{M}_x^{23}$ имеют одинаковый порядок малости по kT. Следовательно, при набегании относительно длинных волн, представляющих наибольший интерес для расчета резонансных колебаний, учет влияния конечности углов бортовой качки приобретает первостепенное значение при определении момента M_{x2}, и этот учет гораздо менее существен при вычислении сил $P_{\eta 2}$ и $P_{\zeta 2}$. Следует отметить также, что главная часть возмущающего момента не зависит (с точностью до ε, ε_1^2) от элементов вертикальной и поперечно-горизонтальной качки.

Гидродинамическая часть возмущающих сил и момента, обусловленная дифракцией плоских прогрессивных волн, определяется формулами

$$\left.\begin{aligned}
P_{\eta 3} &= \rho c \omega \zeta_A e^{i\omega_к t} \iint\limits_{S_0+\Delta S_2} \varphi_2 \frac{\partial}{\partial n} e^{-k[\zeta + i(\xi \cos\beta_в - \eta \sin\beta_в)]} dS;\\
P_{\zeta 3} &= \rho c \omega \zeta_A e^{i\omega_к t} \iint\limits_{S_0+\Delta S_2} \varphi_3 \frac{\partial}{\partial n} e^{-k[\zeta + i(\xi \cos\beta_в - \eta \sin\beta_в)]} dS;\\
M_{x3} &= \rho c \omega \zeta_A e^{i\omega_к t} \iint\limits_{S_0+\Delta S_2} \varphi_4 \frac{\partial}{\partial n} e^{-k[\zeta + i(\xi \cos\beta_в - \eta \sin\beta_в)]} dS,
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(VI.36)}$$

где φ_2, φ_3 и φ_4 — функции потенциала скорости вынужденного движения жидкости, которые могут быть найдены численными методами в результате решения линеаризованной граничной задачи [51].

Чтобы получить расчетные зависимости в аналитическом виде, можно воспользоваться их приближенными выражениями, вытекающими из формулы Грина для ограниченного пространства и метода последовательных приближений, развитого М. Д. Хаскиндом [96]. В результате расчетные формулы для гидродинамических частей возмущающих сил и момента принимают вид [47]

$$\left.\begin{aligned}
P_{\eta 3} &= -\lambda_{22}\zeta_A\omega^2 |\sin\beta_в| \left[\left(\bar{P}_\eta^{31} + \bar{P}_\eta^{32}\frac{\theta^2}{2}\right)\cos\omega_к t - \frac{1}{|\sin\beta_в|}\left(\bar{P}_\eta^{33} + \bar{P}_\eta^{34}\frac{\theta^2}{2}\right)\cos\omega_к t\right];\\
P_{\zeta 3} &= -\lambda_{33}\zeta_A\omega^2 \left[\left(\bar{P}_\zeta^{31} + \bar{P}_\zeta^{32}\frac{\theta^2}{2}\right)\cos\omega_к t + \frac{1}{|\sin\beta_в|}\left(\bar{P}_\zeta^{33} + \bar{P}_\zeta^{34}\frac{\theta^2}{2}\right)\sin\omega_к t\right], \quad \beta_в \neq 0,\ \pi;\\
M_{x3} &= -\lambda_{44}\alpha_0\omega^2 |\sin\beta_в| \left[\left(\bar{M}_x^{31} + \bar{M}_x^{32}\frac{\theta^2}{2}\right)\sin\omega_к t - \frac{1}{|\sin\beta_в|}\left(\bar{M}_x^{33} + \bar{M}_x^{34}\frac{\theta^2}{2}\right)\cos\omega_к t\right],
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(VI.37)}$$

где λ_{22}, λ_{33}, λ_{44} — соответствующие присоединенные массы и для удобства записи введены следующие безразмерные характеристики:

$$\left.\begin{aligned}
\bar{P}_\eta^{31} &= \varkappa_\beta^0\left(1 - kT\frac{p_0}{\chi}\right) - \frac{(kT)^2}{2}\left[\varkappa_\beta^{IV}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_1 p_4}{6\chi}\left(1 - 3\cos^2\beta_в\right) - \varkappa_\beta^0\frac{p_1}{\chi}\right] + \frac{(kT)^3}{6}\left[\varkappa_\beta^{IV}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_1 p_5}{6\chi}\left(1 - 3\cos^2\beta\right) - \varkappa_\beta^0\frac{p_2}{\chi}\right];\\
\bar{P}_\eta^{32} &= kT\left[\varkappa_\beta^{IV}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_1}{6\chi} - \varkappa_\beta^0\frac{p_0}{\chi}\right] + (kT)^2\left[\varkappa_\beta^{IV}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_1 p_4}{6\chi} - \varkappa_\beta^0\frac{p_1}{\chi}\right]\left(2 - 3\cos^2\beta_в\right) - (kT)^3\left\{\varkappa_\beta^{V}\left(\frac{B}{T}\right)^4\frac{f_3}{5\chi}\left(1 - 3\cos^2\beta_в\right) + \left[\varkappa_\beta^{IV}\left(\frac{B}{T}\right)^2\frac{f_1 p_5}{4\chi} - \varkappa_\beta^0\frac{3p_2}{2\chi}\right]\left(1 - \cos^2\beta_в\right)\right\};
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(VI.38)}$$

$$\overline{P}_{\eta}^{33} = \Psi_0 \Big\{ kT\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}} - (kT)^2 \left(2\chi \cos^2\beta_{\text{в}} + \frac{p_0}{\chi}\right)\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}} -$$

$$- \frac{(kT)^3}{2} \Big[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \left(4 \sin^2\beta_{\text{в}} + \frac{p_4}{\chi}\left(1 - 3\cos^2\beta_{\text{в}}\right)\right) f_2 -$$

$$- \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}} \left(\frac{p_1}{\chi} - 12 p_0 \cos^2\beta_{\text{в}}\right) \Big] \Big\};$$

$$\overline{P}_{\eta}^{34} = \Psi_0 \Big\{ kT\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}} - (kT)^2 \varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 - (kT)^3 \Big[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \Big(4 +$$

$$+ 2\cos^2\beta_{\text{в}} - \frac{3p_4}{2\chi} \sin^2\beta_{\text{в}} \Big) f_2 + \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}} \Big(2p_0 \cos^2\beta_{\text{в}} -$$

$$- \frac{p_1}{\chi} \Big) \left(1 - 3\cos^2\beta_{\text{в}}\right) \Big] \Big\};$$

$$\overline{P}_{\zeta}^{31} = \frac{\varkappa_{\beta}^{0}}{f_1} - kT \frac{\varkappa_{\beta}^{0} p_0}{\chi f_1} \left(1 + \cos^2\beta_{\text{в}}\right) - \frac{(kT)^2}{2} \Big[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{IV}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \frac{p_4}{6\chi} \left(1 -$$

$$- \cos^2\beta_{\text{в}}\right) - \varkappa_{\beta}^{0} \frac{p_1}{\chi f_1} \left(1 + 2\cos^2\beta_{\text{в}}\right) \Big] + \frac{(kT)^3}{6} \Big[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{IV}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \frac{p_5}{6\chi} \left(1 -$$

$$- \cos^4\beta_{\text{в}}\right) - \varkappa_{\beta}^{0} \frac{p_2}{\chi f_1} \left(1 + 3\cos^2\beta_{\text{в}}\right) \Big];$$

$$\overline{P}_{\zeta}^{32} = kT \Big[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{IV}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \frac{1}{6\chi} + \varkappa_{\beta}^{0} \frac{p_0}{\chi f_1} \left(1 + \cos^2\beta_{\text{в}}\right) \Big] +$$

$$+ (kT)^2 \Big[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{IV}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \frac{p_4}{6\chi} - \varkappa_{\beta}^{0} \frac{p_1}{\chi f_1} \Big] \left(2 - 3\cos^2\beta_{\text{в}}\right) -$$

$$- \frac{(kT)^3}{2} \Big\{ \Big[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{IV}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \frac{p_5}{6\chi} - \frac{3}{2} \varkappa_{\beta}^{0} \frac{p_2}{\chi} \Big] \left(1 + 3\cos^2\beta_{\text{в}}\right) -$$

$$- 3 \Big[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{IV}} \left(\frac{B}{T}\right)^4 \frac{p_3}{5\chi f_1} - \varkappa_{\beta}^{\mathrm{IV}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \frac{p_5}{6\chi} \Big] \left(1 - \cos^4\beta_{\text{в}}\right) \Big\};$$

$$\overline{P}_{\zeta}^{33} = \Psi_1 \Big\{ kT\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}} - (kT)^2 \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}} \Big[\frac{p_0}{\chi} \left(1 + \cos^2\beta_{\text{в}}\right) + 2\chi \cos^2\beta_{\text{в}} \Big] -$$

$$- \frac{(kT)^3}{2} \Big\{ \varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \left(2 + \frac{p_4}{\chi}\right) \sin^2\beta_{\text{в}} - 2\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}} \Big[p_0 \cos^2\beta_{\text{в}} \left(3 +$$

$$+ \cos^2\beta_{\text{в}}\right) + \frac{p_1}{\chi} \left(1 + 2\cos^2\beta_{\text{в}}\right) \Big] \Big\} \Big\};$$

$$\overline{P}_{\zeta}^{34} = \Psi_1 \Big\{ kT\varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}} - (kT)^2 \varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \left(1 + \cos^2\beta_{\text{в}}\right) -$$

$$- (kT)^3 \Big[\varkappa_{\beta}^{\mathrm{II}} \left(\frac{B}{T}\right)^2 \left(1 - 3\cos^2\beta_{\text{в}} + 2\cos^4\beta_{\text{в}}\right) + \frac{p_4}{\chi} \sin^2\beta_{\text{в}} +$$

$$+ \varkappa_{\beta}^{\mathrm{I}} \Big(2p_0 \cos^2\beta_{\text{в}} + \frac{p_1}{\chi} \Big) \left(\frac{3}{2} - 4\cos^2\beta_{\text{в}}\right) \Big] \Big\};$$

$$\overline{M}_{x}^{31} = \Psi_2 \Big\{ \frac{1}{kT} \Psi_3 \left(\frac{T}{B}\right)^2 p_0 - \Psi_5 \frac{p_4}{3} - \Psi_3 \left(\frac{T}{B}\right)^2 p_1 +$$

$$+ \frac{kT}{2} \Big[\Psi_3 \left(\frac{T}{B}\right)^2 p_2 + \Psi_5 \frac{p_5}{9} \left(1 + 3\cos^2\beta_{\text{в}}\right) \Big] -$$

$$- \frac{(kT)^2}{2} \Big[\Psi_3 \left(\frac{T}{B}\right)^2 \chi p_3 + \frac{4}{15} \Psi_6 p_7 \left(1 + \cos^2\beta_{\text{в}}\right) - \Psi_5 p_7 \cos^2\beta_{\text{в}} \Big] \Big\};$$

(VI.

$$
\left.
\begin{aligned}
\overline{M}_x^{32} &= \Psi_2 \Big\{ \frac{1}{kT} \Big[\frac{1}{3} \Psi_5 - \Psi_3 \left(\frac{T}{B}\right)^2 p_0 \Big] - \frac{kT}{2} \Big[\Psi_3 \left(\frac{T}{B}\right)^2 p_2 + \\
&+ \Psi_5 \frac{p_5}{9} \left(1 + 21 \cos^2\beta_в\right) + \Psi_6 \frac{2}{5} \left(1 + 3 \cos^2\beta_в\right) \Big] + \\
&+ \frac{(kT)^2}{2} \Big\{ \frac{4}{3} \Psi_3 \left(\frac{T}{B}\right)^2 p_3 \chi + \frac{8}{15} \Psi_6 p_7 \left(2 + 9 \cos^2\beta_в\right) - \\
&- 2 \Big[3\Psi_3 \left(\frac{T}{B}\right)^2 \chi p_3 - \frac{16}{3} \Psi_5 p_3 \Big] \cos^2\beta_в \Big\} \Big\}; \\
\overline{M}_x^{33} &= \Psi_2 \Big\{ \Psi_7 p_0 - kT \Big[\Psi_8 \frac{p_4}{3} + \Psi_7 \left(p_1 - 2\chi p_6 \cos^2\beta_в \right) \Big] + \\
&+ \frac{(kT)^2}{2} \Big[\Psi_7 p_2 + \Psi_8 \left(\frac{p_5}{9} + \frac{2}{3} p_0 \right) + 2 \Big(\Psi_8 \frac{p_0 - \chi p_4}{3} - \\
&- 2\Psi_7 \chi p_1 - p_0^2 \Big) \cos^2\beta_в \Big] \Big\}; \\
\overline{M}_x^{34} &= 2\Psi_2 \Big\{ kT \Big[\Psi_8 \frac{p_4}{3} + \Psi_7 \left(p_1 + 2p_0 \cos^2\beta_в \right) \Big] - \\
&- 2 (kT)^2 \Big(\Psi_7 p_0^2 + \Psi_8 \frac{p_0}{3} \Big) \cos^2\beta_в \Big\}.
\end{aligned}
\right\} \qquad \text{(VI.38)}
$$

Здесь

$$
\left.
\begin{aligned}
&\varkappa_\beta^0 = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{u^{2i}}{(2i+1)!}; \\
&\varkappa_\beta^{IV} = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{u^{2i}}{(2i+1)!} \frac{\alpha + 1}{[\alpha + (2i+1)(1-\alpha)][2\alpha + (2i+1)(1-\alpha)]}; \\
&\varkappa_\beta^{V} = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{u^{2i}}{(2i+1)!} \frac{(\alpha+1)(2\alpha+1)}{[\alpha + (2i+1)(1-\alpha)][2\alpha + (2i+1)(1-\alpha)]} \times \\
&\times \frac{(3\alpha+1)}{[3\alpha + (2i+1)(1-\alpha)][4\alpha + (2i+1)(1-\alpha)]}; \\
&\varkappa_\beta^{VI} = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{u^{2i}}{(2i+1)!} \frac{(\alpha+1)(2\alpha+1)}{[\alpha + (2i+1)(1-\alpha)][2\alpha + (2i+1)(1-\alpha)]} \times \\
&\times \frac{(3\alpha+1)(4\alpha+1)(5\alpha+1)}{[3\alpha + (2i+1)(1-\alpha)][4\alpha + (2i+1)(1-\alpha)][5\alpha + (2i+1) \times (1-\alpha)][6\alpha + (2i+1)(1-\alpha)]}; \\
&f_1(\alpha) = \frac{\alpha^2}{1+\alpha}; \qquad f_3(\alpha) = \frac{3\alpha^2}{1+3\alpha} f_2(\alpha); \\
&f_5(\alpha) = \frac{\alpha^2}{1+5\alpha} f_4(\alpha); \\
&p_0(\chi) = \frac{1}{2(2-\chi)}; \\
&p_7(\chi) = 1 - 5(1-\chi) + \frac{10(1-\chi)}{1+\chi} - \frac{10(1+\chi)}{1+2\chi} +
\end{aligned}
\right\} \qquad \text{(VI.39)}
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&+\frac{5(1-\chi)}{1+3\chi}-\frac{1-\chi}{1+4\chi};\\
&\Psi_0=\frac{B}{2T}\alpha;\quad \Psi_1=\frac{1}{f_1}\Psi_0;\quad \Psi_2=\frac{4}{\pi\left[\left(\frac{T}{B}\right)^4-\left(\frac{T}{B}\right)^2 f_1+f_3\right]};\\
&\Psi_3=\varkappa_\beta^{\mathrm{IV}} f_1-2\left(\frac{T}{B}\right)^2\varkappa_\beta^0;\\
&\Psi_5=2\varkappa_\beta^{\mathrm{V}} f_3-\varkappa_\beta^{\mathrm{IV}}\left(\frac{T}{B}\right)^2 f_1;\quad \Psi_6=2\varkappa_\beta^{\mathrm{V}} f_3-\varkappa_\beta^{\mathrm{VI}}\left(\frac{B}{T}\right)^2 f_5;\\
&\Psi_7=\left[3\varkappa_\beta^{\mathrm{II}} f_2-\varkappa_\beta^{\mathrm{I}}\left(\frac{T}{B}\right)^2\right]\frac{T}{B}\alpha;\\
&\Psi_8=2\Psi_0\left[5\varkappa_\beta^{\mathrm{III}} f_4-3\varkappa_\beta^{\mathrm{II}}\left(\frac{T}{B}\right)^2 f_2\right].
\end{aligned}
\right\}
\qquad (\mathrm{VI}.39)
$$

Расчет этих функций и коэффициентов целесообразно проводить на ЭВМ. Графики вспомогательных функций $f_i(\alpha)$ и $p_i(\chi)$ и коэффициентов $\varkappa_\beta^i$ приведены в [47].

Из формул (VI.37) следует, что гидродинамические части возмущающих сил и момента, как и главные, содержат линейные компоненты, которые определяются известными выражениями гидродинамической теории качки (см. гл. III), и нелинейные, зависящие от угла бортовой качки θ. Численные оценки показывают, что при дифракции относительно длинных волн, представляющих интерес при резонансных бортовых колебаниях, нелинейные компоненты сил $P_{\eta 3}$ и $P_{\zeta 3}$, как правило, значительно меньше линейных.

Суммируя главные и гидродинамические части, можно провести полный расчет возмущающих сил и момента, действующих на судно при бортовой качке конечной амплитуды на различных курсовых углах по отношению к волнению. Ввиду громоздкости вычислений его целесообразно выполнять на ЭВМ.

Выделив из общих выражений (VI.31), (VI.33) и (VI.37) линейные составляющие восстанавливающих и возмущающих сил и моментов, нетрудно получить соответствующие зависимости линейной теории (см. гл. III второго раздела). Чтобы выразить их через редукционные коэффициенты, фигурирующие в этой теории, следует иметь в виду, что в главную часть возмущающих сил нужно включать не только линейные составляющие формулы (VI.33), но и линейные члены выражения (VI.31), обусловленные искривлением свободной поверхности воды вследствие ее волнового движения.

§ 44. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КАЧКИ В АБСОЛЮТНЫХ И ОТНОСИТЕЛЬНЫХ КООРДИНАТАХ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

Условия динамического равновесия действующих на судно сил и моментов приводят к системе дифференциальных уравнений бортовой качки конечной амплитуды и сопровождающих их поперечно-горизонтальных и вертикальных колебаний относительно малой амплитуды [47]

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{D}{g}\ddot{\eta}_g+\frac{d}{dt}(\lambda_{22}\dot{\eta}_g+\lambda_{32}\dot{\zeta}_g+\lambda_{42}\dot{\theta})+\mu_{22}\dot{\eta}_g+\mu_{32}\dot{\zeta}_g+\mu_{42}\dot{\theta}=\\
&=\left[D\alpha_0\left(\overline{P}_\eta^{21}-\overline{P}_\eta^{22}\frac{\theta^2}{2}\right)-\right.\\
&\left.-\lambda_{22}\zeta_A\omega^2\left(\overline{P}_\eta^{31}+\overline{P}_\eta^{32}\frac{\theta^2}{2}\right)\right]\sin\beta_{\text{в}}\sin\omega_{\text{к}}t+\left[D\alpha_0\overline{P}_\eta^{23}\theta\sin^2\beta_{\text{в}}+\right.\\
&\left.+\lambda_{22}\zeta_A\omega^2\left(\overline{P}_\eta^{33}+\overline{P}_\eta^{34}\frac{\theta^2}{2}\right)\right]\cos\omega_{\text{к}}t;
\end{aligned}
\right\}
\qquad (\mathrm{VI}.40)
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{D}{g}\ddot{\zeta}_g + \frac{d}{dt}(\lambda_{23}\dot{\eta}_g + \lambda_{33}\dot{\zeta}_g + \lambda_{43}\dot{\theta}) + \mu_{23}\dot{\eta}_g + \mu_{33}\dot{\zeta}_g + \mu_{43}\dot{\theta} + \\
&+ \gamma S\zeta_g\left(1 + \frac{\theta^2}{2}\right) = \left\{\gamma S\zeta_A\left[\left(1 + \frac{\theta^2}{2}\right)\left(\varkappa_\beta^{\mathrm{I}} - \varkappa_\beta^{\mathrm{II}}\frac{k_1^2 I_x}{2S}\right) - \right.\right. \\
&- \varkappa_\beta^{\mathrm{II}}\frac{k_1^2 I_x}{2S}\theta^2\Big] - D\alpha_0\left(\overline{P}_\zeta^{21} - \overline{P}_\zeta^{22}\frac{\theta^2}{2}\right) - \lambda_{33}\zeta_A\omega^2\left(\overline{P}_\zeta^{31} + \right. \\
&\left.\left. + \overline{P}_\zeta^{32}\frac{\theta^2}{2}\right)\right\}\cos\omega_{\text{к}}t + \Big[\overline{P}_\zeta^{23}\,|\sin\beta_{\text{в}}| - \\
&- \lambda_{33}\zeta_A\omega^2\frac{1}{|\sin\beta_{\text{в}}|}\left(\overline{P}_\zeta^{33} + \overline{P}_\zeta^{34}\frac{\theta^2}{2}\right)\Big]\sin\omega_{\text{к}}t, \quad \beta_{\text{в}} \neq 0,\ \pi; \\
&I_{xx}\ddot{\theta} + \frac{d}{dt}(\lambda_{24}\dot{\eta}_g + \lambda_{34}\dot{\zeta}_g + \lambda_{44}\dot{\theta}) + \mu_{24}\dot{\eta}_g + \mu_{34}\dot{\zeta}_g + \mu_{44}\dot{\theta} + Dl(\theta) + \\
&+ \gamma S z_p\zeta_0\theta = -D\alpha_0\left\{r\left[\left(1 + \frac{3}{2}\theta^2\right)\left(\varkappa_\beta^{\mathrm{II}} - \varkappa_\beta^{\mathrm{III}}\frac{k_1^2 I_{x1}}{6I_x}\right) - \right.\right. \\
&\left. - \varkappa_\beta^{\mathrm{III}}\frac{k_1^2 I_{x1}}{6I_x}\theta^2\right] - T\left(\overline{M}_x^{21} + \overline{M}_x^{22}\frac{\theta^2}{2}\right) - \frac{\lambda_{44}}{D}\omega^2\left(\overline{M}_x^{31} + \right. \\
&\left.\left. + \overline{M}_x^{32}\frac{\theta^2}{2}\right)\right\}\sin\beta_{\text{в}}\sin\omega_{\text{к}}t + \left[\rho g S\zeta_A z_p\theta\left(\varkappa_\beta^{\mathrm{I}} - \varkappa_\beta^{\mathrm{II}}\frac{k_1^2 I_x}{2S}\right) - \right. \\
&\left. - DT\alpha_0\overline{M}_x^{23}\theta + \lambda_{44}\alpha_0\omega^2\left(\overline{M}_x^{33} + \overline{M}_x^{34}\frac{\theta^2}{2}\right)\right]\cos\omega_{\text{к}}t.
\end{aligned}
\right\} \qquad \text{(VI.40)}
$$

Входящие в эти уравнения присоединенные массы λ_{mn} и коэффициенты демпфирования μ_{mn} зависят от частоты колебаний и формы мгновенной смоченной поверхности. Они могут быть найдены путем численного решения линеаризованной граничной задачи или по результатам эксперимента [47, 51]. Мгновенные значения λ_{mn} и μ_{mn} при конечном угле крена θ отличаются от соответствующих величин линейной гидродинамической теории тем, что при $\theta \neq 0$ ни один из них не обращается в нуль вследствие несимметрии смоченной поверхности судна относительно координатных плоскостей первой подвижной системы. Степень влияния угла θ на каждый из этих коэффициентов различна. Имеющиеся экспериментальные данные показывают, что λ_{22}, λ_{24} и μ_{44} могут существенно зависеть от θ, в то время как λ_{34}, μ_{34} и λ_{44} зависят от угла θ довольно слабо [47]. Эти зависимости, а также анализ влияния нелинейных факторов на восстанавливающие и возмущающие силы позволяют наметить пути упрощения системы дифференциальных уравнений (VI.40). В исходном приближении целесообразно пренебречь всеми нелинейными факторами, а также влиянием бортовой качки на гидродинамические параметры поперечно-горизонтальных колебаний. Тогда первое и второе уравнения системы (VI.40), превратившись в изолированные линейные, легко разрешаются относительно переменных η_g и ζ_g. Полагая затем η_g и ζ_g известными и перенеся зависящие от них члены левой части третьего уравнения системы (VI.40) в правую часть (как бы включая их в возмущающий момент), можно в первом приближении составить дифференциальное уравнение бортовой качки конечной амплитуды в абсолютных координатах:

$$
\begin{aligned}
&\ddot{\theta} + F_1(\dot{\theta}) + \omega_\theta^2 F_0(\theta) = \alpha_\beta\left(\varkappa_\theta^{\mathrm{I}} + \varkappa_\theta^{\mathrm{II}}\theta^2\right)\sin\omega_{\text{к}}t + \alpha_0\left(\varkappa_\theta^{\mathrm{III}} - \right. \\
&\left. - \varkappa_\theta^{\mathrm{IV}}\theta + \varkappa_\theta^{\mathrm{V}}\theta^2\right)\cos\omega_{\text{к}}t,
\end{aligned} \qquad \text{(VI.41)}
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{D}{g}\ddot{\zeta}_g + \frac{d}{dt}(\lambda_{23}\dot{\eta}_g + \lambda_{33}\dot{\zeta}_g + \lambda_{43}\dot{\theta}) + \mu_{23}\dot{\eta}_g + \mu_{33}\dot{\zeta}_g + \mu_{43}\dot{\theta} + \\
&+ \gamma S\zeta_g\left(1 + \frac{\theta^2}{2}\right) = \left\{\gamma S\zeta_A\left[\left(1 + \frac{\theta^2}{2}\right)\left(\varkappa_\beta^{\mathrm{I}} - \varkappa_\beta^{\mathrm{II}}\frac{k_1^2 I_x}{2S}\right) - \right.\right. \\
&- \varkappa_\beta^{\mathrm{II}}\frac{k_1^2 I_x}{2S}\theta^2\Big] - D\alpha_0\left(\overline{P}_\zeta^{21} - \overline{P}_\zeta^{22}\frac{\theta^2}{2}\right) - \lambda_{33}\zeta_A\omega^2\left(\overline{P}_\zeta^{31} + \right. \\
&\left.\left. + \overline{P}_\zeta^{32}\frac{\theta^2}{2}\right)\right\}\cos\omega_{\text{к}}t + \left[\overline{P}_\zeta^{23}\left|\sin\beta_{\text{в}}\right| - \right. \\
&\left. - \lambda_{33}\zeta_A\omega^2\frac{1}{|\sin\beta_{\text{в}}|}\left(\overline{P}_\zeta^{33} + \overline{P}_\zeta^{34}\frac{\theta^2}{2}\right)\right]\sin\omega_{\text{к}}t, \quad \beta_{\text{в}} \neq 0,\ \pi; \\
&I_{xx}\ddot{\theta} + \frac{d}{dt}(\lambda_{24}\dot{\eta}_g + \lambda_{34}\dot{\zeta}_g + \lambda_{44}\dot{\theta}) + \mu_{24}\dot{\eta}_g + \mu_{34}\dot{\zeta}_g + \mu_{44}\dot{\theta} + Dl(\theta) + \\
&+ \gamma S z_p\zeta_0\theta = -D\alpha_0\left\{r\left[\left(1 + \frac{3}{2}\theta^2\right)\left(\varkappa_\beta^{\mathrm{II}} - \varkappa_\beta^{\mathrm{III}}\frac{k_1^2 I_{x1}}{6I_x}\right) - \right.\right. \\
&\left. - \varkappa_\beta^{\mathrm{III}}\frac{k_1^2 I_{x1}}{6I_x}\theta^2\right] - T\left(\overline{M}_x^{21} + \overline{M}_x^{22}\frac{\theta^2}{2}\right) - \frac{\lambda_{44}}{D}\omega^2\left(\overline{M}_x^{31} + \right. \\
&\left.\left. + \overline{M}_x^{32}\frac{\theta^2}{2}\right)\right\}\sin\beta_{\text{в}}\sin\omega_{\text{к}}t + \left[\rho g S\zeta_A z_p\theta\left(\varkappa_\beta^{\mathrm{I}} - \varkappa_\beta^{\mathrm{II}}\frac{k_1^2 I_x}{2S}\right) - \right. \\
&\left. - DT\alpha_0\overline{M}_x^{23}\theta + \lambda_{44}\alpha_0\omega^2\left(\overline{M}_x^{33} + \overline{M}_x^{34}\frac{\theta^2}{2}\right)\right]\cos\omega_{\text{к}}t.
\end{aligned}
\right| \qquad \text{(VI.40)}
$$

Входящие в эти уравнения присоединенные массы λ_{mn} и коэффициенты демпфирования μ_{mn} зависят от частоты колебаний и формы мгновенной смоченной поверхности. Они могут быть найдены путем численного решения линеаризованной граничной задачи или по результатам эксперимента [47, 51]. Мгновенные значения λ_{mn} и μ_{mn} при конечном угле крена θ отличаются от соответствующих величин линейной гидродинамической теории тем, что при $\theta \neq 0$ ни один из них не обращается в нуль вследствие несимметрии смоченной поверхности судна относительно координатных плоскостей первой подвижной системы. Степень влияния угла θ на каждый из этих коэффициентов различна. Имеющиеся экспериментальные данные показывают, что λ_{22}, λ_{24} и μ_{44} могут существенно зависеть от θ, в то время как λ_{34}, μ_{34} и λ_{44} зависят от угла θ довольно слабо [47]. Эти зависимости, а также анализ влияния нелинейных факторов на восстанавливающие и возмущающие силы позволяют наметить пути упрощения системы дифференциальных уравнений (VI.40). В исходном приближении целесообразно пренебречь всеми нелинейными факторами, а также влиянием бортовой качки на гидродинамические параметры поперечно-горизонтальных колебаний. Тогда первое и второе уравнения системы (VI.40), превратившись в изолированные линейные, легко разрешаются относительно переменных η_g и ζ_g. Полагая затем η_g и ζ_g известными и перенеся зависящие от них члены левой части третьего уравнения системы (VI.40) в правую часть (как бы включая их в возмущающий момент), можно в первом приближении составить дифференциальное уравнение бортовой качки конечной амплитуды в абсолютных координатах:

$$
\begin{aligned}
&\ddot{\theta} + F_1(\dot{\theta}) + \omega_\theta^2 F_0(\theta) = \alpha_\beta\left(\varkappa_\theta^{\mathrm{I}} + \varkappa_\theta^{\mathrm{II}}\theta^2\right)\sin\omega_{\text{к}}t + \alpha_0\left(\varkappa_\theta^{\mathrm{III}} - \right. \\
&\left. - \varkappa_\theta^{\mathrm{IV}}\theta + \varkappa_\theta^{\mathrm{V}}\theta^2\right)\cos\omega_{\text{к}}t,
\end{aligned} \qquad \text{(VI.41)}
$$

Дифференциальные уравнения (VI.41), (VI.43) и (VI.44) бортовой качки на регулярном волнении — обыкновенные, второго порядка с правыми частями в виде периодических функций времени и достаточно сложными нелинейностями. Точные решения уравнений подобного типа неизвестны; для нахождения их приближенных решений разработан ряд методов, различающихся степенью сложности, точностью результатов и областью применения. Эти методы могут быть подразделены на две основные группы — квазилинейные и существенно нелинейные.

Квазилинейные методы многочисленны, довольно просты и широко распространены в технических приложениях механики. К ним относятся метод малого параметра в форме Пуанкаре, метод гармонического баланса Н. М. Крылова — Н. Н. Боголюбова, метод Ван-дер-Поля, энергетический метод К. Ф. Теодорчика, метод Ритца—Галеркина, метод Н. Н. Боголюбова—Ю. А. Митропольского и ряд их модификаций. Заметно различаясь в деталях, все они базируются на предположении, что решаемое нелинейное уравнение достаточно мало отличается от линейного, описывающего собственные колебания данной механической системы.

Существенно нелинейные методы свободны от такого допущения. Вынужденные нелинейные колебания отыскиваются этими методами в окрестностях свободных нелинейных колебаний, рассчитанных с высокой степенью точности. Достаточно малыми здесь необходимо считать лишь демпфирующие и возмущающие силы. Поэтому существенно нелинейные методы, к которым относятся метод малого параметра в форме И. Г. Малкина, метод А. М. Каца, метод В. М. Волосова, принципиально более точны, хотя и более громоздки.

В теории бортовой качки судов на волнении почти всегда применяли квазилинейные методы из-за их простоты и достаточной для практики точности определения амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) качки, вполне согласующейся с точностью составления исходного дифференциального уравнения движения. Существенно нелинейные методы следует использовать лишь при решении некоторых специфических задач мореходности, например для расчета качки судна с отрицательной начальной метацентрической высотой, когда его свободные колебания наверняка далеки от гармонических. В последнее время в нелинейной теории качки широкое распространение получил асимптотический метод Н. Н. Боголюбова — Ю. А. Митропольского [10], который:

обеспечивает точность решения, вполне достаточную для исследования особенностей и практических расчетов качки конечной амплитуды и хорошо согласующуюся с точностью составления дифференциального уравнения движения судна;

позволяет получить формулы для амплитудных и фазовых характеристик качки, весьма простые в первом приближении и приемлемые для расчетов во втором приближении, особенно с помощью ЭВМ;

дает возможность выявить и рассчитать не только гармонические, но и субгармонические колебания судна на волнении;

позволяет исследовать и рассчитать как стационарные режимы колебаний, так и процессы их установления.

Результирующие формулы этого метода в виде, удобном для непосредственного приложения к решению нелинейных задач мореходности судна, приведены в [51].

§ 45. ОСНОВНОЙ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНСЫ БОРТОВОЙ КАЧКИ СУДОВ НА РЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ

Теоретически и экспериментально установлено, что при бортовой качке судов на регулярном волнении существуют два резонансных режима колебаний — основной (гармонический) и параметрический (главный субгармонический).

При основном резонансе интенсивная бортовая качка возникает в зоне кажущихся частот волн, близких к частоте собственных колебаний судна, и происходит с частотой, равной частоте возмущения. В большинстве важных для практики случаев, когда начальная остойчивость судна положительна, качка в первом приближении описывается гармоническим законом

$$\theta = \theta_m \sin(\omega_к t + \varepsilon_\theta), \qquad \text{(VI.46)}$$

в котором амплитуда θ_m и начальная фаза ε_θ определяются системой уравнений

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d\theta_m}{dt} &= -f_1(\theta_m) + \frac{\alpha_\beta\left(\varkappa_\theta^{\mathrm{I}} + \varkappa_\theta^{\mathrm{II}}\frac{\theta_m^2}{4}\right)\sin\varepsilon_\theta - \alpha_0\left(\varkappa_\theta^{\mathrm{III}} + \varkappa_\theta^{\mathrm{V}}\frac{\theta_m^2}{4}\right)\cos\varepsilon_\theta}{\omega_\theta + \omega_{\mathrm{K}}};\\
\frac{d\varepsilon_\theta}{dt} &= \omega_\theta - \omega_{\mathrm{K}} + \frac{\omega_\theta}{\theta_m}\left[f_0(\theta_m) - \frac{\theta_m}{2}\right] +\\
&+ \frac{\alpha_\beta\left(\varkappa_\theta^{\mathrm{I}} + \varkappa_\theta^{\mathrm{II}}\frac{3\theta_m^2}{4}\right)\cos\varepsilon_\theta + \alpha_0\left(\varkappa_\theta^{\mathrm{III}} + \varkappa_\theta^{\mathrm{V}}\frac{3\theta_m^2}{4}\right)\sin\varepsilon_\theta}{\theta_m(\omega_\theta + \omega_{\mathrm{K}})},
\end{aligned}\right\} \quad (\mathrm{VI}.47)$$

где

$$\left.\begin{aligned}
f_0(\theta_m) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F_0(\theta_m \sin\psi)\sin\psi\, d\psi;\\
f_1(\theta_m) &= \frac{1}{2\pi\omega_\theta}\int_0^{2\pi} F_1(\theta_m\omega_\theta\cos\psi)\cos\psi\, d\psi.
\end{aligned}\right\} \quad (\mathrm{VI}.48)$$

Функции (VI.48) легко вычислить по заданной диаграмме статической остойчивости и найденному закону сопротивления бортовой качке.

Дифференциальные уравнения первого порядка (VI.47) характеризуют процесс установления резонансных колебаний и называются уравнениями установления. Они могут быть проинтегрированы численно и использованы для исследования нестационарных режимов качки и оценки устойчивости движения. В стационарном режиме колебаний, когда левые части уравнений системы (VI.47) обращаются в нуль, амплитуда качки и параметры набегающих волн связаны достаточно простой зависимостью [47]

$$\omega_{\mathrm{K}}^2 = \omega_\theta^2(\theta_m) - 2\frac{f_1^2(\theta_m)}{\theta_m^2} \pm$$

$$\pm\sqrt{\frac{\alpha_0^2}{\theta_m^2}\left[\left(\varkappa_\theta^{\mathrm{I}} + \varkappa_\theta^{\mathrm{II}}\frac{\theta_m^2}{4}\right)^2\sin^2\beta_{\mathrm{B}} + \left(\varkappa_\theta^{\mathrm{III}} + \varkappa_\theta^{\mathrm{V}}\frac{3\theta_m^2}{4}\right)^2\right] - 4\omega_\theta^2(\theta_m)\frac{f_1^2(\theta_m)}{\theta_m^2} + 4\frac{f_1^4(\theta_m)}{\theta_m^4}}, \quad (\mathrm{VI}.49)$$

где $\omega_\theta(\theta_m)$ — частота качки конечной амплитуды на спокойной воде без сопротивления, определяемая по способам, изложенным в § 41 второго раздела; в первом приближении она может быть рассчитана по формуле (VI.18).

Пользуясь зависимостью (VI.49), можно найти кажущиеся частоты волн, отвечающие заданным амплитудам качки (например, $\theta_m = 0{,}1$; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 рад) и построить АЧХ. Однако ряд величин, входящих в правую часть формулы (VI.49), зависит от ω и ω_{K}, что приводит к необходимости рассчитывать качку методом последовательных приближений. Если в исходном приближении положить в правой части (VI.49) $\omega_{\mathrm{K}} = \omega_\theta(\theta_m)$ для данной амплитуды, то следующего приближения в практических расчетах будет, как правило, вполне достаточно.

Построенные таким образом АЧХ бортовой качки в абсолютных координатах иллюстрируют известные свойства основного резонанса при нелинейных колебаниях: загиб кривых по сравнению с рассчитанными по линейной теории в сторону низких частот для судов со значительной начальной остойчивостью (рис. VI.3, а) и в сторону высоких частот для судов с малой метацентрической высотой и S-образ-

ной диаграммой статической остойчивости (рис. VI.3, *б*). Участки кривых, для которых не выполняются условия устойчивости движения «в малом»:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\omega_к}{d\theta_m} > 0 \quad \text{при} \quad \omega_\theta(\theta_m) > \omega_к; \\ \frac{d\omega_к}{d\theta_m} < 0 \quad \text{при} \quad \omega_\theta(\theta_m) < \omega_к, \end{aligned}\right\} \qquad (VI.50)$$

соответствуют неустойчивым, физически нереальным режимам колебаний. Следовательно, стационарная качка с амплитудами, соответствующими участку кривой *BC*, в действительности существовать не может; что же касается участков *AB* и *CD*, то теоретически возможен любой из соответствующих им режимов стационарной регулярной качки, в том числе с амплитудой, отвечающей максимуму АЧХ.

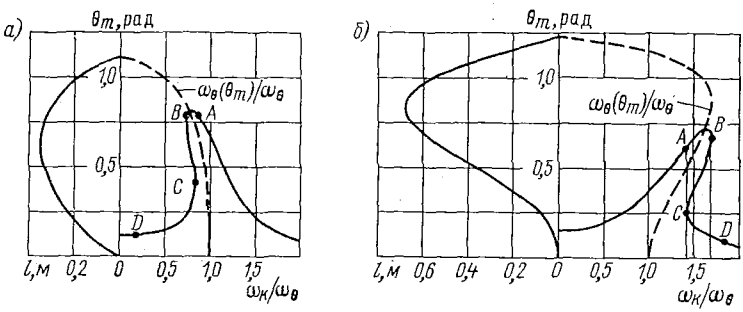


Рис. VI.3. АЧХ нелинейной бортовой качки в абсолютных координатах судна: *а* — с обычной диаграммой остойчивости; *б* — с S-образной диаграммой остойчивости.

Максимальная амплитуда резонансной качки весьма близка к ординате θ_{mp} точки пересечения АЧХ $\omega_к(\theta_m)$ с частотным графиком $\omega_\theta(\theta_m)$ качки на спокойной воде. Для этой точки подкоренное выражение в формуле (VI.49) обращается в нуль; пренебрегая в нем ввиду малости последним членом, нетрудно получить [47]

$$\omega_\theta(\theta_m) = \frac{\alpha_0}{2f_1(\theta_m)} \sqrt{\left(\varkappa_\theta^{I} + \varkappa_\theta^{II}\frac{\theta_m^2}{4}\right)^2 \sin^2\beta_в + \left(\varkappa_\theta^{III} + \varkappa_\theta^{V}\frac{3\theta_m^2}{4}\right)^2}. \qquad (VI.51)$$

Для нахождения θ_{mp} по этой формуле можно воспользоваться известным графоаналитическим способом [3], суть которого состоит в следующем. Рассчитывают и строят кривую $\omega_\theta(\theta_m)$ по формуле (VI.18) или другим способом, обеспечивающим нужную точность вычисления (см. § 41 второго раздела). Затем строят кривую зависимости от амплитуды θ_m правой части равенства (VI.51), в которой следует положить $\omega_к = \omega_\theta(\theta_m)$. Ордината точки пересечения этих кривых и дает искомую амплитуду θ_{mp} (рис. VI.4).

При использовании формул (VI.49) и (VI.51) в практических расчетах нужно учесть, что в случае квадратичного закона демпфирования

$$f_1(\theta_m) = \frac{4}{3}\frac{\omega_\theta}{\pi} w\theta_m^2, \qquad (VI.52)$$

а в случае линейного

$$f_1(\theta_m) = \nu_\theta\theta_m, \qquad (VI.52а)$$

где w и ν_θ — относительные коэффициенты сопротивления бортовой качки, определенные расчетным или экспериментальным путем (см. гл. III второго раздела).

Анализ устойчивости стационарных режимов качки при конечных по значению внешних возмущениях (вполне вероятных в реальных условиях мертвой зыби), который был выполнен методом фазовой плоскости, показал [51], что устойчивость

«в большом» режима AB (см. рис. VI.3) снижается по мере приближения к максимуму АЧХ. В окрестностях точки B устойчивость этого режима значительно слабее, чем режима качки меньшей амплитуды, отвечающего участку CD. Поэтому расчет максимальной амплитуды бортовой качки на регулярном волнении, выполненный по формуле (VI.51), гарантирует некоторое завышение амплитуды, приемлемое для решения вопросов мореходности связанных, например, с обеспечением безопасности плавания.

Как частные случаи из формулы (VI.51) получают выражения для резонансных амплитуд бортовой качки при линейных восстанавливающем и возмущающем моментах; в случае линейного закона демпфирования

Рис. VI.4. Графическое определение резонансной амплитуды нелинейной бортовой качки.

$$\theta_{mp} = \frac{\alpha_0}{2\nu_\theta \omega_\theta} \sqrt{\left(\varkappa_\theta^{I} \sin^2 \beta_в\right)^2 + \left(\varkappa_\theta^{III}\right)^2}, \tag{VI.53}$$

а в случае квадратичного закона

$$\theta_{mp} = \frac{1{,}085}{\omega_\theta} \sqrt{\frac{\alpha_0}{w} \sqrt{\left(\varkappa_\theta^{I} \sin \beta_в\right)^2 + \left(\varkappa_\theta^{III}\right)^2}}. \tag{VI.54}$$

Эти выражения являются модификацией соответствующих формул гл. III второго раздела.

В некоторых задачах мореходности, связанных, например, с оценкой заливаемости палубы, расчет качки целесообразно проводить в относительных координатах. Резонансную амплитуду, найденную в абсолютных координатах, легко привести к резонансной амплитуде в относительных координатах по формуле

$$\vartheta_{mp} = \sqrt{\theta_{mp}^2 - \alpha_0^2}. \tag{VI.55}$$

Пересчет всей АЧХ связан с большими затруднениями, поскольку начальные фазы колебаний при разных частотах определяются громоздкими зависимостями, вытекающими из уравнений установления (VI.47). Удобнее найти связь между частотой и амплитудой в относительных координатах, непосредственно решая дифференциальное уравнение качки (VI.44). В результате этого решения уравнения установления принимают вид [53]

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\vartheta_m}{dt} &= -\nu_\theta \vartheta_m + \frac{\left(\alpha_\vartheta^{(1)} + \frac{1}{4}\alpha_\vartheta^{(2)}\vartheta_m^2\right)\omega^2}{\omega_\theta + \omega} \sin \varepsilon_\vartheta; \\ \frac{d\varepsilon_\vartheta}{dt} &= \omega_\theta - \omega + \frac{\omega_\theta}{\vartheta_m}\left[f_0(\vartheta_m) - \frac{\vartheta_m}{2}\right] + \\ &+ \frac{\left(\alpha_\vartheta^{(1)} + \frac{3}{4}\alpha_\vartheta^{(2)}\vartheta_m^2\right)\omega^2}{\omega_\theta + \omega} \cos \varepsilon_\vartheta, \end{aligned}\right\} \tag{VI.56}$$

а стационарная зависимость между относительной амплитудой качки и частотой набегающих волн следующая:

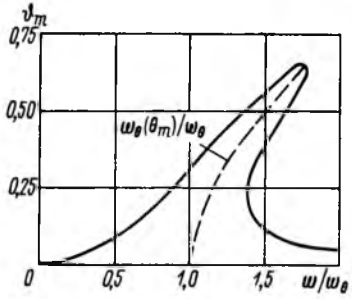
$$\omega^2 = \frac{\omega_\theta^2(\vartheta_m) - 2\nu_\theta^2 \pm \sqrt{\omega_\theta^4(\vartheta_m)\left[\frac{\alpha_\vartheta^{(1)}}{\vartheta_m} + \frac{\alpha_\vartheta^{(2)}\vartheta_m}{4}\right] - 4\omega_\theta^2(\vartheta_m)\nu_\theta^2 + 4\nu_\theta^4}}{1 - \left(\frac{\alpha_\vartheta^{(1)}}{\vartheta_m} + \frac{\alpha_\vartheta^{(2)}\vartheta_m}{4}\right)^2}, \tag{VI.57}$$

где

$$\alpha_{\vartheta}^{(1)} = \alpha_0 q_0 \left[1 - \frac{Dh_0}{I_{xx} gk} \left(1 - \varkappa_{\theta}^{л} \right) \right];$$

$$\alpha_{\vartheta}^{(2)} = \alpha_0 q_0 \frac{Dh_0}{I_{xx} gk} \left(1 - \frac{T}{h_0} \overline{M}_x^{22} \Big|_{\beta_в = -\frac{\pi}{2}} \right).$$

Рассчитанная по формуле (VI.57) АЧХ бортовой качки в относительных координатах для судна с малой начальной остойчивостью приведена на рис. VI.5. Соображения об устойчивости «в малом» и «в большом» отдельных участков этих кривых, изложенные при анализе рис. VI.3, остаются справедливыми и здесь. Резонансная амплитуда качки в относительных координатах, близкая к максимальной ординате кривой на рис. VI.5, обычно несколько превышает реально возможную амплитуду бортовой качки судна в условиях мертвой зыби.



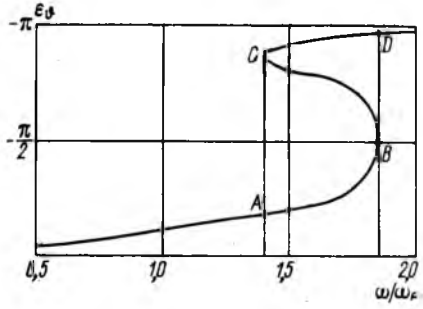


Рис. VI.5. АЧХ нелинейной бортовой качки судна с малой начальной остойчивостью в относительных координатах.

Рис. VI.6. ФЧХ нелинейной бортовой качки судна с малой начальной остойчивостью.

Для расчета и построения фазово-частотной характеристики (ФЧХ) качки следует приравнять нулю правые части выражений (VI.56) и, численно решая полученные уравнения относительно ϑ_m и ε_ϑ, найти зависимость $\varepsilon_\vartheta(\omega)$. В частном случае, когда поперечные размеры судна достаточно малы по сравнению с длиной волны, фазовый угол между колебаниями судна и склона набегающей волны определяется простой формулой

$$\operatorname{tg} \varepsilon_\vartheta = \frac{2\nu_\theta \omega}{\omega_\theta^2(\theta_m) - \omega^2}. \qquad \text{(VI.58)}$$

Построенная по этой формуле ФЧХ бортовой качки судна с малой начальной остойчивостью изображена на рис. VI.6. Режимы колебаний, отвечающие участкам *AB* и *CD* этой кривой, «в малом» устойчивы, режим, отвечающий *CB*, неустойчив, и поэтому в реальных условиях плавания существовать не может.

Приведенные зависимости, которые определяют резонансную качку судна на регулярном волнении, не учитывают резкого изменения гидромеханических параметров качки при углах крена, превышающих угол входа кромки палубы и борта в воду, когда существенно меняются все составляющие суммарного гидромеханического момента относительно центральной продольной оси и, прежде всего, демпфирующий момент и главная часть возмущающего момента [51].

Влияние входа палубы в воду на демпфирование бортовой качки исследовано в основном экспериментальным путем. Модельные испытания, проведенные М. В. Шмидтом под руководством С. Н. Благовещенского [6], показали, что при углах качки, превышающих угол входа кромки палубы в воду, закон сопротивления также можно считать квадратичным, но коэффициент демпфирования при этом увеличивается в 4—7 раз. Проведенные Р. В. Борисовым испытания четырех схематизированных моделей и четырех моделей реальных судов, на которых варьиро-

главных размерений, позволили предложить эмпирическую формулу для скачка коэффициента сопротивления при квадратичном законе, обусловленного входом палубы в воду [11]:

$$\Delta W = 0{,}16\left(1 + 100_{\text{п}0} + 10\frac{|\bar{x}_{\text{зат}}|^n}{n+1}\theta_{\text{п}0} + C\bar{x}^2_{\text{зат}}\right)\frac{I_{xx}S_{\text{зат}}}{Bh_0}, \qquad \text{(VI.59)}$$

где $\theta_{\text{п}0}$ — угол входа кромки палубы в воду; $\bar{x}_{\text{зат}} = \frac{x_{\text{зат}}}{B/2}$ — безразмерная абсцисса конца затопленной площади палубы $S_{\text{зат}}$; n — показатель параболы, которой заменяется бортовая линия палубы $\left(n \simeq \frac{\alpha}{1-\alpha}\right)$; C — коэффициент, характеризующий седловатость палубы, равный 0,30 для носовой и 0,15 для кормовой части палубы.

Затопленная площадь палубы $S_{\text{зат}}$ зависит от угла качки, следовательно, скачок ΔW зависит от амплитуды θ_m, для нахождения которой нужно знать коэффициент демпфирования. Поэтому расчет по формуле (VI.59) приходится вести с помощью последовательных приближений. Для упрощенного определения главной части возмущающего момента его амплитуду после входа палубы в воду находят без учета неоднородности волнового потока и в предположении, что обводы судна на участке наклонения угол входа кромки палубы—максимальный угол качки достаточно близки к обводам прямостенного понтона. Это дает возможность аппроксимировать главную часть аналитической зависимостью — параболой четвертой степени, которая приводит к достаточно простой схеме расчета резонансной амплитуды бортовой качки методом последовательных приближений, подробно описанным в [51]. Более точная, но и более громоздкая схема расчета качки низкобортных судов с учетом входа палубы в воду предложена В. В. Гарькавым [25].

Бортовая качка на регулярном волнении в режиме параметрического резонанса в первом приближении описывается законом

$$\theta = \theta_m \sin\left(\frac{\omega_{\text{к}}t}{2} + \varepsilon_\theta\right), \qquad \text{(VI.60)}$$

где амплитуду θ_m и начальную фазу ε_θ определяют из системы уравнений установления колебаний

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\theta_m}{dt} &= -f_1(\theta_m) - \frac{\theta_m}{2\left(\omega_\theta + \frac{\omega_{\text{к}}}{2}\right)}\alpha_0\varkappa_\theta^{\text{IV}}\sin 2\varepsilon_\theta; \\ \frac{d\varepsilon_\theta}{dt} &= \omega_\theta - \frac{\omega_{\text{к}}}{2} + \frac{\omega_\theta}{\theta_m}\left[f_0(\theta_m) - \frac{\theta_m}{2}\right] - \frac{\alpha_0\varkappa_\theta^{\text{IV}}}{2\left(\omega_\theta + \frac{\omega_{\text{к}}}{2}\right)}\cos 2\varepsilon_\theta. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VI.61)}$$

Здесь $f_0(\theta_m)$ и $f_1(\theta_m)$ — функции, вычисляемые по формулам (VI.48). Интегрируя эту систему одним из численных методов, можно исследовать неустановившуюся качку судна в области параметрического резонанса и оценить его устойчивость по отношению к внешним возмущениям. В стационарном режиме колебаний, когда левые части уравнений системы (VI.61) равны нулю, амплитуда качки и параметры набегающих волн связаны зависимостью

$$\left(\frac{\omega_{\text{к}}}{2}\right)^2 = \omega^2_\theta(\theta_m) - 2\frac{f_1^2(\theta_m)}{\theta_m^2} \pm$$

$$\pm\sqrt{\frac{(\varkappa_\theta^{\text{IV}}\alpha_0)^2}{4} - 4\omega_\theta^2(\theta_m)\frac{f_1^2(\theta_m)}{\theta_m^2} + 4\frac{f_1^4(\theta_m)}{\theta_m^4}}. \qquad \text{(VI.62)}$$

По этой формуле можно определить $\omega_{\text{к}}$, соответствующие заданным θ_m (например, $\theta_m = 0{,}1$; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 рад) и построить АЧХ. Поскольку ряд величин, вхо-

дящих в правую часть выражения (VI.62), зависит от частот ω и $\omega_к$, расчет приходится вести методом последовательных приближений. Если в исходном приближении положить $\omega_к = \omega_\theta(\theta_m)$ для заданной амплитуды, то следующего приближения в практических оценках, как правило, вполне достаточно.

Структура полученных зависимостей показывает, что параметрический резонанс бортовой качки обусловлен периодическим изменением одного из параметров динамической системы — момента остойчивости — вследствие участия судна в орбитальном движении частиц воды. Этот резонансный режим возникает в области частот волн, которые примерно в два раза больше частоты собственных бортовых колебаний судна; вынужденная качка в этом режиме происходит с частотой, близкой к ее частоте на спокойной воде. Следовательно, опасность его возбуждения характерна для сравнительно коротких волн зыби, часто встречающихся в действительности.

Для оценки влияния различных факторов на условия возбуждения параметрического резонанса нужно иметь в виду, что он может возникнуть, если подкоренное выражение в формуле (VI.62) больше нуля. Отсюда следует условие

$$\alpha_0 > 4\,\frac{\nu_\theta \omega_\theta}{\varkappa_\theta^{IV}}, \qquad \text{(VI.63)}$$

в котором правая часть представляет порог возбуждения параметрического резонанса. Из неравенства (VI.63) видно, что вероятность возникновения этого резонанса тем больше, чем круче набегающие волны, меньше коэффициент демпфирования качки и поперечные размеры судна по сравнению с длиной волны и чем ближе к $\pi/2$ курсовой угол.

Необходимо отметить, что использованная точность определения момента сил давления воды (до ε, ε_1^2 включительно, см. § 43 второго раздела), вполне достаточная для расчетных оценок основного резонанса, не позволила выявить влияние на параметрический резонанс ряда существенных гидромеханических факторов, прежде всего взаимосвязи бортовых и вертикальных колебаний судна. Чтобы оценить это влияние в достаточной мере, необходимо в разложении аппликаты вертикальной качки в ряд по малому параметру (см. § 42 второго раздела) удержать члены до третьего порядка малости включительно [51] и нужно, строго говоря, учитывать нелинейность вынужденного волнового движения жидкости, например с помощью результатов Ли [127] и Поташа [139]. Это приведет к чрезвычайно сложным в принципиальном и расчетном отношениях зависимостям, реализовать которые непросто даже на ЭВМ. Для приближенной оценки влияния вертикальной качки на бортовую в зоне сравнительно низких собственных частот последней, когда нелинейностью вынужденного волнового движения жидкости можно пренебречь, расчет параметрического резонанса рекомендуется вести по формулам, приведенным в работе [51], которые нужно предварительно дополнить членами, учитывающими влияние возвышения ЦТ судна над плоскостью ватерлинии и опущенными в [51] для простоты. Тогда условие возбуждения параметрического резонанса бортовой качки судна, расположенного лагом к волне, будет иметь вид [86]

$$\alpha_0 > 4\,\frac{\nu_\theta}{\omega_\theta}\,\frac{kh_0}{\sqrt{\left(\frac{\zeta_m}{\zeta_A}\right)^2\left(\frac{z_p}{\chi T}\right)^2 + \left(\frac{z_p}{T}\,d_2 + kT\overline{M}_x^{23}\right)^2}}, \qquad \text{(VI.64)}$$

где ζ_m — амплитуда вертикальной качки, рассчитываемая по формулам гл. III второго раздела;

$$d_2 = \frac{1}{\chi} - \frac{1}{2}(kT)^2\frac{r}{T} + \frac{1}{24}(kB)^4\frac{f_4(\alpha)}{\chi},$$

а $\overline{M}_x^{23}$ определяется по формуле (VI.34) при $\beta_в = -\pi/2$.

Численный анализ показывает, что с уменьшением возвышения ЦТ над плоскостью ватерлинии вероятность возбуждения параметрического резонанса снижается.

Резонансная амплитуда θ_{mp} бортовой качки в этом режиме с учетом вертикальной определяется равенством

$$2\omega_\theta(\theta_m) = \frac{\alpha_0}{2f_1(\theta_m)} \frac{kh_0}{\sqrt{\left(\frac{\zeta_m}{\zeta_A}\right)^2\left(\frac{z_p}{\chi T}\right)^2 + \left(\frac{z_p}{T}d_2 + kT\overline{M}_x^{23}\right)^2}}; \tag{VI.65}$$

в котором $f_1(\theta_m)$ находится по формулам (VI.52) в зависимости от закона демпфирования. Резонансная амплитуда θ_{mp} равна ординате точки пересечения кривых зависимости $2\omega_\theta(\theta_m)$ и зависимости от амплитуды θ_m правой части формулы (VI.65). Для определения θ_{mp} удобен графо-аналитический способ, описанный применительно к выражению (VI.51).

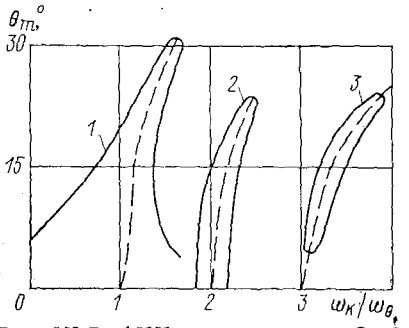


Рис. VI.7. АЧХ качки судна с S-образной диаграммой остойчивости в режимах основного резонанса (*1*), параметрического резонанса (*2*) и субгармонического резонанса 3-го рода (*3*).

Резонансная амплитуда и порог возбуждения параметрического резонанса зависят также от начального крена, возникающего от несимметрии загрузки судна относительно ДП. Расчетные формулы для основного и параметрического резонансов бортовой качки судна, штормующего с начальным креном лагом к набегающим волнам, полученные Г. В. Виленским, приведены в работах [18, 19].

Более общий случай движения под косым курсом по отношению к волнению судна, имеющего начальный дифферент, рассмотрен Т. П. Коларовым [39]. Влияние курсового угла носит сложный характер и по-разному сказывается на условиях возникновения параметрического резонанса для различных типов судов и вариантов их нагрузки. Наличие статического угла дифферента обычно приводит к повышению порога возбуждения параметрического резонанса и к снижению его резонансной амплитуды, поэтому сравнительно небольшая балластировка кормовой оконечности судна может резко снизить интенсивность бортовой качки в определенном диапазоне длин набегающих волн. Важно отметить, что все выводы о влиянии на параметрический резонанс бортовой качки коэффициента демпфирования и крутизны волны, положения ЦТ и начального дифферента хорошо подтверждены многочисленными экспериментами в опытовых бассейнах с моделями судов разных типов.

Теоретически установлено [51], что кроме главного субгармонического (параметрического) резонанса, возможен еще один резонансный режим бортовой качки — субгармонический резонанс 3-го рода, который может возникнуть в зоне кажущихся частот волн, примерно в три раза больших частоты собственных бортовых колебаний судна, и происходит с частотой, примерно втрое меньшей частоты возмущения. Этот резонансный режим характерен для судов и плавучих сооружений, у которых мала начальная метацентрическая высота, а диаграмма статической остойчивости имеет резко S-образную форму. Основные зависимости, определяющие АЧХ качки в этом режиме, приведены в [47, 51]. Надежный эксперимент, подтверждающий существование субгармонического резонанса 3-го рода, пока отсутствует. АЧХ бортовой качки транспортного судна с S-образной диаграммой остойчивости, рассчитанные для трех теоретически возможных резонансных режимов: основного, параметрического и субгармонического 3-го рода в широком диапазоне кажущихся частот, сопоставлены на рис. VI.7.

§ 46. ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНОЙ БОРТОВОЙ КАЧКИ СУДОВ НА РЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ

Одной из главных целей оценки мореходности является практический расчет амплитудных характеристик бортовой качки судна на волнении. Приведенные в § 43—45 зависимости и описанные в гл. III второго раздела результаты модель-

ных испытаний позволяют построить соответствующие алгоритмы и расчетные схемы, реализуемые с помощью современных вычислительных устройств. Для определения амплитуд качки на регулярном волнении, которые нужны, главным образом, при сопоставительных оценках мореходных качеств проектируемых и плавающих судов, целесообразно конкретизировать условия расчета исходя из заданных характеристик судна и района его эксплуатации. При этом возникает необходимость решить следующие наиболее характерные типовые задачи расчета нелинейной бортовой качки.

Задача I. Определение резонансных амплитуд бортовой качки судна, расположенного лагом к волне.

Решение ведут в такой последовательности.

1. Вычисляют момент инерции I_{xx} массы судна относительно центральной продольной оси по укрупненным статьям нагрузки или по приближенным формулам, приведенным в гл. III.

2. Определяют присоединенный момент инерции λ_{44} по результатам модельных испытаний, в частности по графикам и номограммам, приведенным в § 15.

3. Рассчитывают периоды τ_θ и частоты ω_θ бортовой качки на спокойной воде по одному из способов (в зависимости от типа диаграммы остойчивости), описанных в § 41, при амплитудах $\theta_m = 0{,}2$; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6 рад и строят частотный график $\omega_\theta = \omega_\theta(\theta_m)$.

4. Определяют относительный коэффициент демпфирования бортовой качки по формулам, графикам и номограммам, приведенным в § 15.

5. Вычисляют элементы резонансной волны. Для этого рассчитывают круговую частоту с учетом нелинейности диаграммы остойчивости, положив $\omega = \omega_к = \omega_\theta(\theta_m)$ и взяв в исходном приближении $\theta_m = 20°$; затем находят частоту формы, длину и высоту волны по океанографическим таблицам либо по одной из приближенных формул, которые приведены в т. I настоящего Справочника, и, наконец, определяют амплитуду угла волнового склона.

6. Находят величины, характеризующие возмущающий момент. Коэффициенты $\varkappa_\beta^l$, учитывающие влияние курсового угла, в данном случае равны единице. Безразмерные характеристики главной и гидродинамической частей возмущающего момента определяют по формулам (VI.34) и (VI.38) для относительной частоты kT, отвечающей волновому числу k, найденному в п. 5.

7. Вычисляют величины $\varkappa_\theta^l$ по формулам (VI.42), причем амплитуду η_m и фазу ε_η поперечно-горизонтальной качки рассчитывают по формулам линейной теории, приведенным в гл. III.

8. Определяют амплитуду бортовой качки в режиме основного резонанса по формуле (VI.51) численным путем или с помощью графо-аналитического способа, описанного в § 45. Функцию $f_1(\theta_m)$ находят по первой из формул (VI.52).

9. Определяют амплитуду бортовой качки в режиме параметрического резонанса. Для этого вначале проверяют условие возбуждения резонанса (VI.64); если оно выполняется, то по формуле (VI.65) численным путем или с помощью графо-аналитического способа рассчитывают резонансную амплитуду.

10. В случае если резонансные амплитуды, определенные в п. 8 и 9, отличаются от исходного приближения $\theta_m = 20°$ более чем на 5—7°, строят следующее приближение, для чего расчеты начиная с п. 5 повторяют при амплитудах θ_m, равных резонансным значениям, найденным в первом приближении.

Задача II. Определение резонансной амплитуды бортовой качки судна, идущего с заданной скоростью v на волнении заданной длины λ.

1. В соответствии с п. 1—4 задачи I находят момент инерции массы судна, присоединенный момент инерции, частоту бортовой качки на спокойной воде и коэффициент демпфирования.

2. Определяют элементы волнения и резонансный курсовой угол. Круговую частоту, частоту формы и амплитуду угла волнового склона находят по формулам теории прогрессивных волн, а высоту волны — по океанографическим таблицам или по одной из приближенных формул (см. § 20 первого раздела т. I). Резонансный курсовой угол вычисляют по формуле

$$\beta_в = \arccos \frac{1}{v}\left(1{,}25\sqrt{\lambda} - \frac{\lambda}{\tau_\theta}\right),$$

где период качки τ_θ находят с помощью частотного графика в исходном приближении для $\theta_m = 20°$.

3. Определяют величины, характеризующие возмущающий момент, по формулам (VI.34) и (VI.38). Коэффициенты $\varkappa_\beta^i$ получают по формулам (VI.38) или по графикам [47] в зависимости от аргумента $u = kTL \cos \beta_в /(2T)$, учитывающего влияние курсового угла.

4. Вычисляют величины $\varkappa_\theta^i$ по формулам (VI.42), причем амплитуду η_m и фазу ε_η поперечно-горизонтальных колебаний рассчитывают в соответствии с рекомендациями гл. III второго раздела.

5. Определяют амплитуду бортовой качки в режиме основного резонанса по формуле (VI.51) численным путем или с помощью графо-аналитического способа, описанного в § 45. Если найденное значение амплитуды отличается от исходного приближения $\theta_m = 20°$ более чем на 5—7°, строят следующее приближение, для чего расчеты начиная с п. 2 повторяют при θ_m, равном резонансной амплитуде, найденной в первом приближении.

Задача III. Расчет в области основного резонанса АЧХ бортовой качки судна, идущего со скоростью v под заданным курсовым углом $\beta_в$ по отношению к волнению.

Расчет ведут по формуле (VI.49) методом последовательных приближений, причем функцию $f_1(\theta_m)$ определяют по одному из равенств (VI.52) в соответствии с используемыми экспериментальными данными по демпфированию качки.

1. В соответствии с п. 1—4 задачи I находят момент инерции массы судна, присоединенный момент инерции, коэффициент демпфирования качки и частоту бортовых колебаний на спокойной воде при различных амплитудах.

2. Задают ряд возможных значений амплитуды качки ($\theta_m = 0{,}1$; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6 рад) и для каждого из этих значений последовательно находят элементы волны, отвечающие данной собственной частоте; значения величин $\varkappa_\theta^{I}$, $\varkappa_\theta^{II}$, $\varkappa_\theta^{III}$ и $\varkappa_\theta^{V}$ в соответствии с указаниями п. 6 и 7 задачи I и п. 3 и 4 задачи II; кажущиеся частоты волнения $\omega_к^{(1)}$ и $\omega_к^{(2)}$ по формуле (VI.49).

3. Строят АЧХ $\omega_к(\theta_m)$ в первом приближении.

4. Уточняют зависимость $\omega_к(\theta_m)$, для чего расчет повторяют начиная с п. 2. При вычислении элементов волны и характеристик возмущающего момента вместо собственной частоты $\omega_\theta(\theta_m)$ берут кажущуюся частоту волн $\omega_к$ в первом приближении (свою для каждой ветви кривой).

5. Строят АЧХ качки во втором приближении.

Ввиду значительной трудоемкости расчетов, особенно при решении задачи III, их целесообразно выполнять на ЭВМ, используя соответствующие подпрограммы для вычисления гидродинамических характеристик качки, параметров линейной вертикальной и поперечно-горизонтальной качки, безразмерных характеристик возмущающего момента. Примером успешной реализации такого подхода может служить программа расчета нелинейной бортовой качки, разработанная в Одесском институте инженеров морского флота под руководством Ю. Л. Воробьева [24].

§ 47. РАСЧЕТ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНОЙ БОРТОВОЙ КАЧКИ НА НЕРЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ

При оценке интенсивности качки судна на волнении заданной балльности в море или океане принято рассчитывать статистические характеристики качки на нерегулярном волнении. Такой расчет базируется на вероятностном и спектральном методах теории случайных процессов, к которым относят волнение и обусловленную им качку судна (см. гл. V второго раздела). Применение спектрального метода существенно облегчает гидродинамическую задачу, сводя ее к определению реакции судна на единичное гармоническое возмущение, отождествляемое с действием прогрессивной волны относительно малой амплитуды. Учет конечности амплитуд колебаний жидкости, связанный с нелинейностью граничных условий на свободной поверхности, приводит к принципиальным, непреодолимым пока трудностям построения нелинейной гидродинамической теории качки судов на нерегулярном волнении. Поэтому достаточно строгий гидродинамический расчет нерегулярной

качки, подобный описанному в гл. V, является задачей будущего; в настоящее же время приходится ориентироваться на сугубо приближенные методы определения гидродинамических характеристик нерегулярной качки конечной амплитуды.

Использованные при построении приближенной гидромеханической теории нелинейной бортовой качки специфические разложения по степеням малых параметров (см. § 39) позволяют в первом приближении рассматривать лишь изменение формы смоченной поверхности судна при качке без учета высших гармоник волнового движения жидкости, обусловленных его нелинейностью. Это позволяет считать, что динамические свойства судна на нерегулярном волнении приближенно описываются нелинейными дифференциальными уравнениями (VI.40). На основании физических соображений о степени развитости орбитального движения судна на нерегулярном волнении и некоторых экспериментальных данных эту систему можно дополнительно упростить и привести ее к изолированному уравнению вида [47, 53]

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta \dot{\theta} + \omega_\theta^2 F_0(\theta) = \alpha_\beta \left(\varkappa_\theta^{(1)} + \varkappa_\theta^{(2)}\theta^2\right) \sin \omega_к t + \alpha_0 \left(\varkappa_\theta^{(3)} + \varkappa_\theta^{(5)}\theta^2\right) \cos \omega_к t, \tag{VI.66}$$

коэффициенты которого определяются зависимостями (VI.42), причем

$$\varkappa_\theta^{(1)} = \varkappa_\theta^{I}\Big|_{\eta_m=0}; \qquad \varkappa_\theta^{(2)} = \varkappa_\theta^{II}; \qquad \varkappa_\theta^{(3)} = \varkappa_\theta^{III}\Big|_{\eta_m=0}; \qquad \varkappa_\theta^{(5)} = \varkappa_\theta^{V}.$$

Чтобы применить спектральный метод, уравнение (VI.66) нужно предварительно линеаризовать. Для практических целей наиболее удобно использовать метод статистической линеаризации, согласно которому входящие в уравнение нелинейные функции заменяют линеаризированными зависимостями, эквивалентными им в вероятностном смысле [38]. В соответствии с этим нелинейные члены уравнения (VI.66) аппроксимируют выражениями:

$$\omega_\theta^2 F_0(\theta) = \omega_\sigma^2\theta; \qquad \varkappa_\theta^{(1)} + \varkappa_\theta^{(2)}\theta^2 = \varkappa_{1\sigma}; \qquad \varkappa_\theta^{(2)} + \varkappa_\theta^{(5)}\theta^2 = \varkappa_{2\sigma}. \tag{VI.67}$$

В качестве условий эквивалентности левых и правых частей зависимостей (VI.67) при определении ω_σ^2, $\varkappa_{1\sigma}$ и $\varkappa_{2\sigma}$ можно принять следующие: 1) математические ожидания и дисперсии истинных функций и аппроксимирующих их выражений равны; 2) среднеквадратичная погрешность при аппроксимации минимальна; 3) имеют место энергостатические равенства или равенства работ при нелинейных и линеаризованных членах уравнения (VI.66).

Имея в виду сугубо приближенный характер определения гидромеханических сил при нелинейной качке на нерегулярном волнении, целесообразно воспользоваться вторым из перечисленных условий, которое приводит к наиболее простым зависимостям. Для получения аналитических расчетных формул диаграмму статической остойчивости на ее начальном участке можно заменить параболой пятой степени. Тогда

$$F_0(\theta) = \gamma_1\theta + \gamma_3\theta^3 + \gamma_5\theta^5. \tag{VI.68}$$

Коэффициенты γ_1, γ_3 и γ_5 находят из условий равенства каких-либо трех элементов истинной диаграммы остойчивости (в зависимости от ее формы) и параболы, ее заменяющей [например, метацентрических высот и плеч $l(\theta)$ при θ, равном 15 и 30°]. Такая замена способна, как правило, обеспечить достаточную точность вплоть до угла максимума диаграммы.

Используя условие минимума среднеквадратичной погрешности и полагая в первом приближении, что углы качки распределены по нормальному закону, можно получить:

$$\left.\begin{aligned} \omega_\sigma^2 &= \omega_\theta^2\left(\gamma_1 + 3\gamma_3 D_\theta + 15\gamma_5 D_\theta^2\right); \\ \varkappa_{1\sigma} &= \varkappa_\theta^{(1)} + \varkappa_\theta^{(2)} D_\theta; \\ \varkappa_{2\sigma} &= \varkappa_\theta^{(3)} + \varkappa_\theta^{(5)} D_\theta, \end{aligned}\right\} \tag{VI.69}$$

где D_θ — дисперсия углов качки. Это позволяет от нелинейного дифференциального уравнения (VI.66) перейти к линейному, эквивалентному ему в вероятностном смысле,

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta\dot{\theta} + \omega_\sigma^2\theta = \alpha_\beta\varkappa_{1\sigma}\sin\omega_к t + \alpha_0\varkappa_{2\sigma}\cos\omega_к t \tag{VI.70}$$

и модуль передаточной функции качки определить формулой

$$\Phi_\theta(\omega) = \frac{\omega^2}{g}\sqrt{\frac{\varkappa_{1\sigma}^2 \sin^2\beta_в + \varkappa_{2\sigma}^2}{(\omega_\sigma^2 - \omega_к^2)^2 + 4\nu_\theta^2\omega_к^2}}, \tag{VI.71}$$

из которой псевдоспектр углов качки можно выразить как

$$S_\theta(\omega) = \frac{\omega^4}{g^2}\,\frac{\varkappa_{1\sigma}^2 \sin^2\beta_в + \varkappa_{2\sigma}^2}{(\omega_\sigma^2 - \omega_к^2)^2 + 4\nu_\theta^2\omega_к^2}\,S_\zeta(\omega), \tag{VI.72}$$

а их дисперсию как

$$D_\theta = \int_0^\infty \frac{(\varkappa_{1\sigma}^2 \sin^2\beta_в + \varkappa_{2\sigma}^2)\,\omega^4 S_\zeta(\omega)}{[(\omega_\sigma^2 - \omega_к^2)^2 + 4\nu_\theta^2\omega_к^2]\,g^2}\,d\omega, \tag{VI.73}$$

где при построении единой шкалы частот для подынтегрального выражения нужно пользоваться известной формулой $\omega_к = \omega - \omega^2 v \cos\beta_в/g$.

Вычислив дисперсию и считая, что амплитуды нерегулярной качки распределены по закону Рэлея (см. гл. III), легко найти амплитудные характеристики бортовой качки. В частности, дисперсия амплитуды $D_{\theta_m} = 0{,}43 D_\theta$, средняя амплитуда качки $\theta_m = 1{,}25\sqrt{D_\theta}$, амплитуда 3 %-ной обеспеченности $\theta_{m3\,\%} = 2{,}64\sqrt{D_\theta}$.

Формулы (VI.71) — (VI.73) построены в предположении, что закон сопротивления качке — линейный. Если же демпфирование подчиняется квадратичному закону, то входящий в них коэффициент ν_θ следует заменить статистически эквивалентным ему значением коэффициента w, используя, например, приближенную формулу Г. А. Фирсова [93]

$$2\nu_\theta = w\sqrt{3D_{\dot\theta}}, \tag{VI.74}$$

где $D_{\dot\theta}$ — дисперсия угловой скорости качки, равная

$$D_{\dot\theta} = \int_{-\infty}^{\infty} \omega_к^2 S_\theta(\omega)\,d\omega. \tag{VI.75}$$

Ввиду того что в правые части выражений (VI.71) — (VI.73) входят величины, зависящие от D_θ, практический расчет дисперсии углов качки приходится вести методом последовательных приближений или использовать графо-аналитические способы расчета, например, предложенные А. В. Герасимовым [30] и В. А. Мореншильдт (см. гл. III второго раздела). Для судов с не очень малой начальной остойчивостью, когда $h_0 > 0{,}5$ м, в качестве исходного приближения целесообразно принять значение дисперсии, вычисленное по формулам линейной теории с применением экспериментальных данных по коэффициентам демпфирования (см. гл. III второго раздела). Если диаграмму остойчивости, заданную таблично или графически, аппроксимировать параболой нецелесообразно или нежелательно, расчет качки по методу статистической линеаризации можно провести, используя схемы, разработанные В. П. Шестопалом [102, 103].

В целом расчет статистических характеристик нелинейной бортовой качки на нерегулярном волнении оказывается довольно громоздким, поэтому его следует проводить с помощью ЭВМ по специально разработанной программе, примером которой может служить программа Одесского института инженеров морского флота [24]. Алгоритм этой программы составлен в соответствии с формулами, отличающимися от приведенных в настоящей главе лишь в деталях. Согласно ему при заданных элементах судна определяют:

1) для достаточно широкого спектра истинных частот длину волны, ее амплитуду, волновое число, амплитуду угла волнового склона, параметры u и α_β, кажущиеся частоты, а также инерционные характеристики судна и жидкости: I_{xx}, λ_{24}, λ_{44}, q_η и q_θ;

2) характеристики бортовой качки данного судна на регулярном волнении: вначале $\varkappa_\beta^i$, $f_i(\alpha)$, $p_i(\chi)$ и $\Psi_i(\alpha, B/T)$, затем $\overline{M}_x^{21}$, $\overline{M}_x^{22}$, $\overline{M}_x^{31}$, $\overline{M}_x^{33}$ и $\overline{M}_x^{34}$, наконец, $\varkappa_\theta^{(1)}$, $\varkappa_\theta^{(2)}$, $\varkappa_\theta^{(3)}$ и $\varkappa_\theta^{(4)}$ по формулам, приведенным в § 43, 44 и 47;

3) спектр волновых ординат для заданной балльности моря по формулам гл. V или рекомендациям первого раздела т. 1 настоящего Справочника;

4) дисперсию нерегулярной бортовой качки в исходном приближении, когда нелинейными свойствами гидромеханического процесса, за исключением закона сопротивления качке, можно пренебречь, по схеме, приведенной в гл. V;

5) статистические характеристики нерегулярной бортовой качки с учетом нелинейности демпфирующего, восстанавливающего и возмущающего моментов по формулам (VI.69) — (VI.73) метода статистической линеаризации.

Следует отметить, что для оценки нелинейной бортовой качки на нерегулярном волнении вместо описанного подхода, основанного на последовательном применении методов статистической линеаризации и спектрального, можно использовать разработанные В. А. Некрасовым способы расчета, базирующиеся на теории марковских случайных процессов [60].

Глава VII

ВОПРОСЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОСТОЙЧИВОСТИ И КАЧКИ, СВЯЗАННЫЕ С ОБЕСПЕЧЕНИЕМ БЕЗОПАСНОСТИ ПЛАВАНИЯ СУДОВ

§ 48. УРАВНЕНИЯ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПОВЕДЕНИЕ СУДНА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЕТРОВОЙ НАГРУЗКИ В УСЛОВИЯХ ВОЛНЕНИЯ

Рассмотрим особенности поведения судов под действием аэродинамической нагрузки. Пусть к судну, движущемуся произвольным и неизменным курсом на волнении, в момент времени $t = t_н = 0$ прикладывается поперечная горизонтальная ветровая нагрузка $P_a(t)$. Уравнение накренения судна относительно его продольной горизонтальной оси Gx, проходящей через ЦТ (рис. VII.1), имеет вид

$$-(I_{xx} + \lambda_{44})\ddot{\theta} + M_{g1} + M_{g2} + M_c + M_p - M_{sв} = 0, \qquad \text{(VII.1)}$$

где λ_{44} — присоединенный момент инерции; M_c — момент сил сопротивления; M_p — момент аэродинамической силы P_a; M_{g1} — момент гидродинамических сил неинерционной природы, обусловленных дрейфом; M_{g2} — момент вызванных дрейфом сил инерционной природы; $M_{sв}$ — восстанавливающий момент на волнении (см. § 49 второго раздела).

При составлении уравнения (VII.1) правило знаков принято таким же, как и в теории качки: положительный момент стремится увеличить крен судна на правый борт. Поскольку для движущегося произвольным курсом судна момент $M_{sв}$ включает в себя составляющую, вызванную возмущающим действием волн, при отсутствии ветровой нагрузки $P_a(t)$ уравнение (VII.1) описывает бортовую качку судна в условиях волнения с учетом влияния последнего на остойчивость.

Момент сил сопротивления M_c является в общем случае функцией скорости наклонения судна: $M_c = M_c(\dot{\theta})$. Поскольку значение момента M_c по сравнению с остальными составляющими уравнения (VII.1) невелико, при практической оценке динамического крена судна с некоторой ошибкой в безопасную сторону этот момент обычно не учитывается [53].

Момент от давления ветра

$$M_p = -P_a z_п, \qquad \text{(VII.2)}$$

где $z_п$ — аппликата приложения равнодействующей аэродинамических сил.

Моменты M_{g1} и M_{g2} вызываются дрейфом судна. При их определении следует различать скоростные режимы движения судна. Первый случай соответствует ре-

жиму, когда скорость судна достаточно велика по сравнению со скоростью дрейфа и уравнение дрейфа имеет вид

$$\frac{D}{g}\dot{v}_{\eta в} = P_a(t) + H(t). \qquad (VII.3)$$

Здесь $\dot{v}_{\eta в}$ — проекция скорости поперечного перемещения ЦТ судна в условиях волнения на горизонтальную поперечную ось $o\eta$; $H(t)$ — поперечная гидродинамическая сила, действующая со стороны забортной воды, которая для первого случая представляется как сумма:

$$H = -\lambda_{22}\dot{v}_{\eta в} - \mu_{22}v_{\eta в} + H_в, \qquad (VII.4)$$

где $H_в$ — поперечная сила, обусловленная волнением; λ_{22} и μ_{22} — соответственно присоединенная масса и коэффициент сопротивления, зависящие, как и присое-

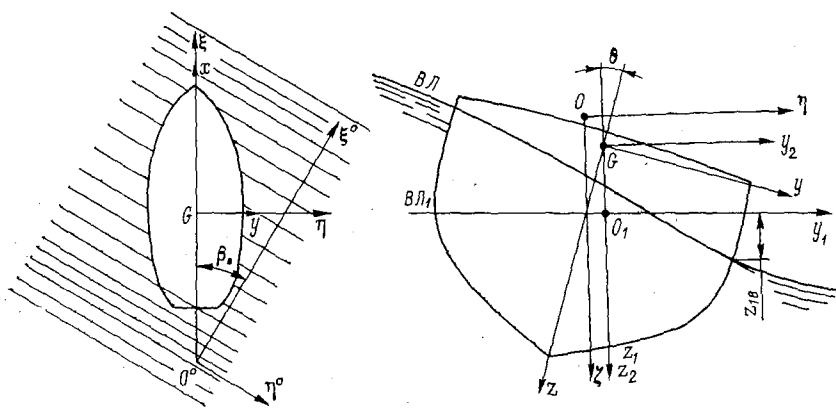


Рис. VII.1. Системы координат, используемые при исследовании остойчивости судна на волнении.

диненный момент инерции в формуле (VII.1), от угла крена. В силу линейности уравнения (VII.3) с учетом суммы (VII.4) скорость $v_{\eta в}$ записывается как сумма скорости поперечных перемещений $\dot{\eta}_g$ на волнении без учета силы P_a и скорости дрейфа v_η на тихой воде под действием аэродинамической нагрузки:

$$v_{\eta в} = \dot{\eta}_g + v_\eta. \qquad (VII.5)$$

Составляющая $\dot{\eta}_g$ определяется методами теории качки; скорость v_η является решением уравнения

$$\dot{v}_\eta + \nu_\eta v_\eta = p_a(t), \qquad (VII.6)$$

где

$$\nu_\eta = \frac{\mu_{22}}{\frac{D}{g} + \lambda_{22}}; \qquad (VII.7)$$

$$p_a = \frac{P_a}{\frac{D}{g} + \lambda_{22}}. \qquad (VII.8)$$

Это решение при начальном условии $t = 0$, $v_\eta = 0$ имеет вид

$$v_\eta = e^{-\nu_\eta t}\int_0^t p_a(\xi)\, e^{\nu_\eta \xi}\, d\xi. \qquad (VII.9)$$

Входящий в формулу (VII.7) коэффициент сопротивления можно представить следующим образом:

$$\mu_{22} = c_1 v \frac{\rho S_0}{2}, \tag{VII.10}$$

где c_1 — эмпирический коэффициент; S_0 — площадь проекции подводной части судна на ДП.

В более общем случае, когда скорость судна не превышает 6—8 уз, вместо (VII.6) используют уравнение

$$\dot{v}_\eta + \nu_{\eta 1} v_\eta + \nu_{\eta 2} v_\eta^2 = p_a(t). \tag{VII.11}$$

Здесь

$$\nu_{\eta 1} = \frac{\mu_{22}^*}{\frac{D}{g} + \lambda_{22}} = a_1 v \frac{\rho S_0}{2\left(\frac{D}{g} + \lambda_{22}\right)}; \tag{VII.12}$$

$$\nu_{\eta 2} = \frac{\mu_{22}^{**}}{\frac{D}{g} + \lambda_{22}} = a_2 \frac{\rho S_0}{2\left(\frac{D}{g} + \lambda_{22}\right)}, \tag{VII.13}$$

где a_1, a_2 — коэффициенты, обычно определяемые путем испытаний моделей в опытовых бассейнах [91].

Уравнение (VII.11) представляет собой частный случай общего уравнения Риккати. Путем его решения может быть получена скорость дрейфа v_η.

Следует иметь в виду, что переход от уравнения (VII.3) к (VII.11) предполагает справедливым соотношение (VII.5) и для случая, когда из-за нелинейности уравнения дрейфа строгое разделение скорости судна на составляющую v_η и скорость, определяемую его поперечно-горизонтальными колебаниями, неправомерно. Однако с учетом полуэмпирического характера оценки скорости v_η и допустимости не принимать во внимание величину $\dot{\eta}_g^2$ как малую второго порядка и в рассматриваемом случае считается приемлемой формула (VII.5), а для описания дрейфа — уравнение (VII.11).

Таким образом, при известной скорости дрейфа на тихой воде поперечная горизонтальная сила неинерционной природы представляется обобщенным соотношением

$$R_\eta = -(a_1 v + a_2 v_\eta) \frac{\rho S_0}{2} v_\eta, \tag{VII.14}$$

а ее момент равен

$$M_{g1} = -R_\eta z_R, \tag{VII.15}$$

где z_R — аппликата приложения силы R_η.

Отметим, что момент гидродинамических сил, вызванный скоростью и ускорением поперечных колебаний судна на волнении, по определению восстанавливающего момента (см. § 49) включается в него в качестве составляющей. Поэтому момент M_{g2} выразится формулой

$$M_{g2} = -\lambda_{24} \dot{v}_\eta. \tag{VII.16}$$

На основе выражений (VII.1), (VII.2), (VII.15) и (VII.16) уравнение накренения судна записывается следующим образом:

$$-(I_{xx} + \lambda_{44})\ddot{\theta} - P_a z_п - R_\eta z_R - \lambda_{24}\dot{v}_\eta - M_s - \mathfrak{M}_v - \mathfrak{M} = 0, \tag{VII.17}$$

где M_s — восстанавливающий момент судна на тихой воде без хода; $\mathfrak{M}_v$ — поправка к нему, вызванная ходом судна на тихой воде; $\mathfrak{M}$ — дополнительный восстанавливающий момент, обусловленный влиянием волнения и качки судна (см. § 49).

Если сумму

$$-P_a z_п - R_\eta z_R - \lambda_{24}\dot{v}_\eta - \mathfrak{M}_v = M_{кр} \tag{VII.18}$$

рассматривать как приложенный к судну кренящий момент, уравнение накренения судна примет вид

$$(I_{xx} + \lambda_{44})\ddot{\theta} + M_s + \mathfrak{M} = M_{кр}. \tag{VII.19}$$

Уравнение (VII.19) служит исходным для решения вопроса о динамическом воздействии на судно ветровой нагрузки в условиях волнения. Поскольку о характере волн специальных допущений не делалось, область приложения уравнения (VII.19) может быть распространена и на нерегулярное волнение.

§ 49. ВОССТАНАВЛИВАЮЩИЙ МОМЕНТ КАК ХАРАКТЕРИСТИКА ОСТОЙЧИВОСТИ СУДНА НА ВОЛНЕНИИ

Характеристикой поперечной остойчивости судна на тихой воде является восстанавливающий момент, который представляет собой *возникающий при поперечных равнообъемных наклонениях* момент сил поддержания относительно продольной центральной оси массы судна. Для данного судна при фиксированной нагрузке восстанавливающий момент является *функцией только угла крена.*

Применительно к судну, находящемуся на волнении, вводится понятие о восстанавливающем моменте на волнении M_{sB}, который рассматривается как обобщение *предыдущего. Под восстанавливающим моментом на волнении* понимается момент относительно продольной центральной оси гидродинамических сил, действующих в условиях волнения на судно, наклоненное на неизменный угол крена, *но не лишенное остальных степеней свободы.* Так же как и для случая плавания на тихой воде, восстанавливающий момент на волнении характеризует противодействие, которое судно оказывает внешним причинам (кроме волнения), накреняющим его в поперечной плоскости. Однако для данного судна восстанавливающий момент на волнении будет функцией не только угла крена, но и времени. Это обусловлено непрерывным изменением вследствие качки и действия волн формы ватерлинии и волновых давлений. При отсутствии волнения момент M_{sB} тождествен восстанавливающему моменту на тихой воде, рассматриваемому статикой корабля.

Таким образом, используемый в задачах остойчивости судов на волнении момент M_{sB} включает в себя и возмущающий момент, определяемый в теории бортовой качки (см. гл. III, IV второго раздела).

При нахождении восстанавливающего момента на волнении используют следующие системы координат (см. рис. VII.1).

Неподвижная в пространстве система координат $o^0\xi^0\eta^0\zeta^0$ выбрана таким образом, что ось $o^0\xi^0$ совпадает с направлением распространения волн, а плоскость $\xi^0o^0\eta^0$ — с невозмущенной поверхностью воды. Прямоугольная система координат $o\xi\eta\zeta$ движется поступательно со средней скоростью судна v, вектор которой направлен вдоль оси $o\xi$. Плоскость $\xi o\zeta$ этой системы совпадает с ДП судна при его равновесном положении на тихой воде, плоскость $\xi o\eta$ — с невозмущенной поверхностью воды.

Курс судна определяется углом β_B между осями $o^0\xi^0$ и $o\xi$. При отсутствии у судна хода начала систем $o\xi\eta\zeta$ и $o^0\xi^0\eta^0\zeta^0$ совпадают.

Начало связанной с судном системы координат $oxyz$ расположено в его ЦТ, отмеченном точкой G, при этом плоскость xGz совмещена с ДП судна. Считается, что продольная ось Gx является главной осью инерции судна. Кроме того, вводится полусвязанная с судном система координат $Gx_2y_2z_2$, оси которой при колебании судна на волнении остаются параллельными осям $o\xi\eta\zeta$. Начало этой системы находится в ЦТ судна. При нулевых значениях углов рыскания и дифферента плоскость z_2Gy_2 параллельна плоскости шпангоута.

На рис. VII.1 показаны ватерлиния судна при равнообъемном наклонении на тихой воде $ВЛ_1$ и мгновенная волновая ватерлиния ВЛ.

Килевая качка судна с креном определяется как колебания вокруг оси Gy_2. Правило знаков для восстанавливающего момента выбрано таким, что положительный момент M_{sB} стремится уменьшить крен судна на правый борт.

Восстанавливающий момент на волнении равен

$$M_{sB}(\theta, t) = M_3 + M_{11} + M_{12} + M_2 + M_3 + \mathfrak{M}_v. \qquad (VII.20)$$

Сумма $M_{11} + M_{12}$ — составляющая восстанавливающего момента, полученная в рамках гипотезы А. Н. Крылова. Величина M_2 обусловлена качкой судна, имеющего заданный угол крена, на тихой воде и связана с инерционными и демпфирующими свойствами жидкости. Слагаемое M_3 учитывает возмущения движения жидкости, вызванные наличием наклоненного неподвижного судна на пути распространения

волн. Слагаемое $\mathfrak{M}_v$ есть результат изменения поля давлений в жидкости, обусловленного возникающим при ходе судна в условиях тихой воды возмущенным движением, источником которого является само судно, а также изменения гидростатической части восстанавливающего момента вследствие различия смоченной поверхности судна на ходу и без хода. Обычным способом определения этой составляющей восстанавливающего момента является эксперимент [62].

Величина

$$\mathfrak{M}(\theta, t) = M_{sB} - M_s - \mathfrak{M}_v \qquad \text{(VII.21)}$$

носит название дополнительного восстанавливающего момента и учитывает влияние волнения и качки судна (за исключением бортовой) на его остойчивость. Момент $\mathfrak{M}$ зависит от угла крена и при фиксированном значении последнего в процессе качки судна на волнении непрерывно изменяется во времени.

Составляющие M_{11} и M_{12} выражаются следующим образом:

$$M_{11} = \gamma \cos\theta \int\limits_{\Delta v_t} y\, dv - \gamma \sin\theta \int\limits_{\Delta v_t} z\, dv; \qquad \text{(VII.22)}$$

$$M_{12} = \rho \sin\theta \int\limits_{V^0} \ddot{\eta}_B y\, dV - \rho \cos\theta \int\limits_{V^0} \ddot{\zeta}_B y\, dV + \rho \cos\theta \int\limits_{V^0} \ddot{\eta}_B z\, dV + \rho \sin\theta \int\limits_{V^0} \ddot{\zeta}_B z\, dV, \qquad \text{(VII.23)}$$

где V^0 — объем погруженной части корпуса судна, плавающего с заданным углом крена на тихой воде; $\ddot{\eta}_B$, $\ddot{\zeta}_B$ — составляющие ускорения частиц жидкости в системе координат $o\xi\eta\zeta$; Δv_t — разность объемов, равная

$$\Delta v_t = V_t - V^0 - V_v. \qquad \text{(VII.24)}$$

Эта разность представляет собой переменный во времени дополнительный объем, который определяется положением волнового профиля по отношению к наклоненному на угол θ качающемуся судну. В формуле (VII.24) V_t — мгновенный объем погруженной части корпуса судна, а V_v — объем корпуса, соответствующий разности смоченной поверхности судна на ходу и без хода при движении на тихой воде.

Слагаемое M_{11} определяется путем интегрирования гидростатических давлений по дополнительному объему, обусловленному качкой судна и набегающими на него свободными волнами. Момент M_{12} учитывает особенность распределения давлений в волнующейся жидкости.

При плавании судна лагом к волне ($\beta_B = \pi/2$) сумма выражений (VII.22) и (VII.23) определит главную часть возмущающего момента при бортовой качке конечной амплитуды.

Для частного случая регулярного волнения с амплитудой ζ_A и частотой ω_K, соответствующей движению системы координат $o\xi\eta\zeta$, составляющая M_{12} равна

$$M_{12} = \zeta_A \rho \omega^2 \Bigg[\cos\theta \int\limits_{V^0} e^{-k\zeta} \cos(k_1 x + k_2 y_1)\, y\, dV - \sin\theta \sin\beta_B \int\limits_{V^0} e^{-k\zeta} \times$$
$$\times \sin(k_1 x + k_2 y_1)\, y\, dV - \cos\theta \sin\beta_B \int\limits_{V^0} e^{-k\zeta} \sin(k_1 x + k_2 y_1)\, z\, dV -$$
$$- \sin\theta \int\limits_{V^0} e^{-k\zeta} \cos(k_1 x + k_2 y_1)\, z\, dV \Bigg] \cos\omega_K t +$$
$$+ \zeta_A \rho \omega^2 \Bigg[\sin\theta \sin\beta_B \int\limits_{V^0} e^{-k\zeta} \cos(k_1 x + k_2 y_1)\, y\, dV +$$
$$+ \cos\theta \int\limits_{V^0} e^{-k\zeta} \sin(k_1 x + k_2 y_1)\, y\, dV + \cos\theta \sin\beta_B \int\limits_{V^0} e^{-k\zeta} \cos(k_1 x + k_2 y_1)\, z\, dV -$$
$$- \sin\theta \int\limits_{V^0} e^{-k\zeta} \sin(k_1 x + k_2 y_1)\, z\, dV \Bigg] \sin\omega_K t, \qquad \text{(VII.25)}$$

где $k_1 = k\cos\beta_в$; $k_2 = k\sin\beta_в$; y_1 — ордината элементарного объема dV, отсчитываемая в связанной с судном системе координат $o_1x_1y_1z_1$, плоскость $y_1o_1z_1$ которой проходит через ЦТ судна, а плоскость $x_1o_1z_1$ при отсутствии качки совпадает с плоскостью $\xi o\zeta$ (см. рис. VII.1).

Составляющая M_2 момента $M_{sв}$ определяется следующим выражением:

$$M_2 = M_{21} + M_{22}, \tag{VII.26}$$

где

$$\left.\begin{aligned} M_{21} &= \ddot{\eta}_g\lambda_{24} + \dot{\eta}_g\mu_{24} + \ddot{\zeta}_g\lambda_{34} + \dot{\zeta}_g\mu_{34} + \ddot{\psi}\lambda_{54} + \dot{\psi}\mu_{54};\\ M_{22} &= v\,[\dot{\psi}\,(\lambda_{34} + \lambda_{16}) + \psi\mu_{34} + \dot{\eta}_g\lambda_{13} - (\dot{\zeta}_g + v\psi)\,\lambda_{12}].\end{aligned}\right\} \tag{VII.27}$$

Момент M_{22} в явной форме учитывает влияние поступательной скорости судна на величину M_2.

Очевидно, что для данного судна численные значения присоединенной массы λ_{mn} и коэффициента демпфирования μ_{mn} изменяются с изменением угла крена. Эти характеристики корпуса судна должны определяться в системе координат $o_2x_2y_2z_2$ [45, 90, 107].

Следует иметь в виду, что роль гидродинамических характеристик при определении моментов M_{21} и M_{22} неравноценна. В частности, вследствие удлиненной формы корпуса судна слагаемые с величинами λ_{16}, λ_{13} и λ_{12} будут относительно малы.

Для оценки дифракционной составляющей M_3 восстанавливающего момента в условиях регулярного волнения можно использовать соотношение [16]

$$M_3 = -\ddot{\xi}^0_в\varkappa_1\lambda_{24}\sin\beta_в - \ddot{\zeta}^0_в\varkappa_3\lambda_{34} - \ddot{\xi}^0_в\varkappa^\mu_1\mu_{24}\sin\beta_в - \dot{\zeta}^0_в\varkappa^\mu_3\mu_{34}, \tag{VII.28}$$

где $\dot{\xi}^0_в$, $\ddot{\xi}^0_в$, $\dot{\zeta}^0_в$, $\ddot{\zeta}^0_в$ — скорости и ускорения частиц волны в начале системы координат $o^0\xi^0\eta^0\zeta^0$; $\varkappa_1$, $\varkappa_3$, $\varkappa^\mu_1$, $\varkappa^\mu_3$ — редукционные коэффициенты, учитывающие соотношения длины регулярной волны и размеров судна. Амплитуды скорости должны считаться пропорциональными частоте ω, ускорения — произведению $\omega\omega_к$, а изменение во времени скоростей и ускорений происходит с частотой $\omega_к$, определенной в системе координат $o\xi\eta\zeta$.

Для вычисления коэффициента $\varkappa_1$ можно применять формулу [16]

$$\varkappa_1 = \frac{2}{B^*LT^{*2}}\sin\frac{k_1L}{2}\left[2\frac{B^*}{k_1}\frac{1-e^{-kT^*}(1+kT^*)}{k^2}\cos\frac{k_2B^*}{2} - \right.$$
$$\left. - \frac{T^*}{\sin\beta_в}e^{-kT^*}\frac{4}{k_2^2k}\left(\sin\frac{k_2B^*}{2} - \frac{k_2B^*}{2}\cos\frac{k_2B^*}{2}\right)\right]. \tag{VII.29}$$

Здесь

$$B^* = \frac{1}{3}(B^*_5 + B^*_{10} + B^*_{15}); \qquad T^* = \frac{1}{3}(T^*_5 + T^*_{10} + T^*_{15}),$$

где B^*_5, B^*_{10}, B^*_{15} — величины, значения которых равны ширине корпуса накрененного судна на середине осадки 5, 10 и 15-го шпангоутов (при разбивке на 20 шпаций);

$$T^*_m = \frac{B_{1m}}{B^*_m}T_{1m}\beta_{1m}, \qquad m = 5;\ 10,\ 15$$

(B_{1m}, T_{1m}, β_{1m} — ширина по ватерлинию, осадка и коэффициент полноты накрененного шпангоута соответственно).

Выражение для определения редукционного коэффициента $\varkappa_3$ имеет вид

$$\varkappa_3 = \varkappa^0_3\,(p_1\cos\beta_в + p_2\sin\beta_в + p_3). \tag{VII.30}$$

В этой формуле

$$p_1 = \frac{2}{k_2^2}\sin\left(\frac{k_1L}{2}\right)e^{-k\zeta_c}\int\limits_0^{T_1} z_1\,[(\cos k_2a_п - \cos k_2a_л) +$$
$$+ k_2\,(a_п\sin k_2a_п - a_л\sin k_2a_л)]\,dz_1; \tag{VII.31}$$

$$p_2 = \frac{2}{k_1} \sin\left(\frac{k_2 L}{2}\right) e^{-k\zeta_c} \int_0^{T_1} z_1 (a_п \sin k_2 a_п - a_л \sin k_2 a_л)\, dz_1; \qquad \text{(VII.32)}$$

$$p_3 = \frac{1}{k_1} \left\{ -kp_1 + \frac{2}{k_2^2} \sin\left(\frac{k_1 L}{2}\right) e^{-k\zeta_c} \int_0^{T_1} [(\cos k_2 a_п - \cos k_2 a_л) + \right.$$

$$\left. + k_2 (a_п \sin k_2 a_п - a_л \sin k_2 a_л)]\, dz_1 \right\}; \qquad \text{(VII.33)}$$

$$\varkappa_3^0 = [p_1(0) \cos \beta_в + p_2(0) \sin \beta_в + p_3(0)]^{-1}, \qquad \text{(VII.34)}$$

где ζ_c — глубина погружения под свободную поверхность ЦВ судна для заданного угла крена при плавании на тихой воде; T_1 — осадка накрененного судна на мидель-шпангоуте; $a_п$, $a_л$ — ординаты ватерлинии на правом и левом бортах накрененного судна на мидель-шпангоуте;

$$p_1(0) = k_1 L \int_0^{T_1} z_1 (a_п^2 - a_л^2)\, dz_1; \qquad p_2(0) = (\operatorname{tg} \beta_в)\, p_1(0); \qquad \text{(VII.35)}$$

$$p_3(0) = \frac{1}{k_1} \left[-kp_1(0) + k_1 L \int_0^{T_1} (a_п^2 - a_л^2)\, dz_1 \right]. \qquad \text{(VII.36)}$$

При использовании формулы (VII.28) в первом приближении можно считать редукционные коэффициенты демпфирующих частей момента M_3 равными соответствующим коэффициентам инерционных частей, т. е. $\varkappa_1^д = \varkappa_1$, $\varkappa_3^д = \varkappa_3$.

Необходимо отметить, что роль составляющих M_2 и M_3 дополнительного восстанавливающего момента на волнении в количественном отношении не полностью определена. Поэтому часто в расчетной практике при оценке остойчивости судов на вершине или подошве регулярной волны во внимание принимают лишь составляющую M_{11}, поскольку учет слагаемого M_{12} приводит к сравнительно небольшим коррективам. Процедура такого расчета подробно изложена в работе [8]. Другой путь определения остойчивости судна на волнении состоит в использовании результатов серийных модельных экспериментов [62].

Как показывают многочисленные расчеты и эксперименты, изменение восстанавливающего момента наиболее ярко проявляется при движении судна на попутном регулярном волнении с длиной волны, равной или близкой к длине судна. При этом попадание судна на вершину волны сопровождается уменьшением остойчивости, а на подошву — ее возрастанием. Поэтому опасным для судов сравнительно небольших размеров следует считать режим движения на попутных волнах со скоростью, близкой к скорости бега волн (см. § 23 первого раздела).

В условиях нерегулярного волнения восстанавливающий момент $M_{зв}$ для любого фиксированного угла крена является случайной величиной, непрерывно изменяющейся во времени. Соответственно случайным образом изменяется и дополнительный момент $\mathfrak{M}$, определяемый по формуле (VII.21). Величина $\mathfrak{M}$ для фиксированного θ считается распределенной по нормальному закону со средним значением

$$\overline{\mathfrak{M}} = \overline{M}_{11} \qquad \text{(VII.37)}$$

и дисперсией

$$D_{\mathfrak{M}} = D_{\mathfrak{M}^*} + D_{M_2} + D_{M_3} + 2R_{\mathfrak{M}^* M_2} + 2R_{\mathfrak{M}^* M_3} + 2R_{M_2 M_3}, \qquad \text{(VII.38)}$$

причем

$$\mathfrak{M}^* = M_{11} + M_{12}, \qquad \text{(VII.39)}$$

а слагаемые формулы (VII.38) представляют собой дисперсии составляющих величины $M_{зв}$ и их корреляционные моменты.

Среднее значение $\overline{\mathfrak{M}}$ и дисперсия $D_{\mathfrak{M}}$ для данного угла крена полностью характеризуют статистические свойства дополнительного восстанавливающего момента. Как показывают расчеты и эксперименты, в целом значение $\overline{\mathfrak{M}}$ невелико и, таким образом, средняя диаграмма остойчивости судна на волнении оказывается близкой к диаграмме при плавании на тихой воде. Процедура отыскания этих характеристик для фиксированного режима движения судна и заданного спектрального состава волнения детально изложена в работе [16]. Для выполнения этих довольно трудоемких расчетов целесообразно привлечение ЭВМ.

Работа восстанавливающего момента на волнении в процессе накренения судна от $\theta = \theta_н$ до $\theta = \theta_r$ равна

$$A_{sв}(\theta_н, \theta_r) = A_s(\theta_н, \theta_r) + A_1(\theta_н, \theta_r) + A_2(\theta_н, \theta_r) + A_3(\theta_н, \theta_r) + A_v(\theta_н, \theta_r). \tag{VII.40}$$

Здесь

$$A_{sв} = \int_{\theta_н}^{\theta_r} M_{sв}(\theta)\, d\theta; \tag{VII.41}$$

$$A_s = \int_{\theta_н}^{\theta_r} M_s(\theta)\, d\theta; \tag{VII.42}$$

$$A_1 = A^* = \int_{\theta_н}^{\theta_r} \mathfrak{M}^*(\theta)\, d\theta; \tag{VII.43}$$

$$A_2 = \int_{\theta_н}^{\theta_r} M_2(\theta)\, d\theta; \tag{VII.44}$$

$$A_3 = \int_{\theta_н}^{\theta_r} M_3(\theta)\, d\theta; \tag{VII.45}$$

$$A_v = \int_{\theta_н}^{\theta_r} \mathfrak{M}_v(\theta)\, d\theta. \tag{VII.46}$$

Рассматривая работу восстанавливающего момента при качке судна на нерегулярном волнении в виде суммы составляющей A_s, изучаемой в статике корабля, слагаемого A_v и случайных компонентов A_1, A_2, A_3, следует принять работу дополнительного момента

$$A = \int_{\theta_н}^{\theta_r} \mathfrak{M}(\theta)\, d\theta = A_1 + A_2 + A_3, \tag{VII.47}$$

соответствующую произвольному углу крена θ_r, в виде случайной величины, распределенной по нормальному закону. При этом среднее значение

$$\overline{A} = \overline{A}_1 = \int_{\theta_н}^{\theta_r} \overline{M}_{11}(\theta)\, d\theta. \tag{VII.48}$$

Структура выражения для дисперсии работы момента $\mathfrak{M}(\theta)$ следует из формулы (VII.40):

$$D_A = D_{A_1} + D_{A_2} + D_{A_3} + 2R_{A_1A_2} + 2R_{A_1A_3} + 2R_{A_2A_3}. \tag{VII.49}$$

Таким образом, работа восстанавливающего момента при накренении судна в условиях нерегулярного волнения до произвольно выбранного угла $\theta = \theta_r$ характеризуется нормальным распределением с параметрами (VII.48) и (VII.49). Подчеркнем, что случайный характер работы восстанавливающего момента, которую он совершает в процессе накренения судна, обусловлен, как и случайный характер самого момента $\mathfrak{M}$, нерегулярностью относительных колебаний волнения и судна, а также гидродинамических давлений, действующих на его корпус. Особенностью в определении статистических характеристик работы момента $\mathfrak{M}$ является зависимость значения этой работы для каждой реализации процесса накренения от вида функции $\theta(t)$, описывающей этот процесс. Указанное обстоятельство связано с тем, что при расчете должна быть учтена степень корреляции между значениями $\mathfrak{M}(\theta, t)$, соответствующими различным углам крена и, следовательно, различным моментам времени в процессе накренения судна. Очевидно, что при очень медленном (по сравнению с периодом волн и качки) накренении судна работа $A_{sв}$ будет близка к значению A_s.

Алгоритм расчета статистических характеристик работы A содержится в работе [5]; результаты его применения для вычисления на ЭВМ динамической остойчивости при заданных условиях плавания судна приведены в § 53 второго раздела.

§ 50. РАСЧЕТ ВЕТРОВОЙ НАГРУЗКИ

Аэродинамические силы, возникающие на надводной части корпуса судна при действии ветра, зависят от кинематических характеристик последнего, направления ветрового потока и особенностей архитектуры указанной части корпуса. В общем случае аэродинамическая сила P_a и момент M_p определяются инерционными и скоростными (неинерционными) составляющими. Для расчета горизонтальной проекции поперечной составляющей инерционной нагрузки, обусловленной изменчивостью скорости ветра и направлением его действия, может быть использована формула [91]

$$P_{a1} = (\lambda_{22}^0 + \rho_в W)(\dot{u}\sin\alpha_в + \dot{\alpha}_в u\cos\alpha_в) + \lambda_{12}^0(\dot{u}\alpha_в - \dot{\alpha}_в u\sin\alpha_в), \qquad \text{(VII.50)}$$

где λ_{22}^0, λ_{12}^0 — присоединенные массы воздуха при соответствующих направлениях движения надводной части судна; $\rho_в$ — плотность воздуха; W — объем надводной части судна; u — скорость воздуха относительно судна; $\alpha_в$ — угол между вектором скорости u и продольной осью судна.

Установлено, что влияние силы P_{a1} на характер динамического наклонения судна ветровой нагрузкой оказывается второстепенным. Поэтому формулу (VII.50), как правило, упрощают, придавая ей вид

$$P_{a1} = (\lambda_{22}^0 + \rho_в W)(\dot{u}\sin\alpha_в + \dot{\alpha}_в u\cos\alpha_в), \qquad \text{(VII.51)}$$

где $\lambda_{22}^0 = 0{,}357\rho_0 H^2 L$ (L и H — соответственно длина и высота прямоугольной пластины, которой условно заменяется надводная часть корпуса судна).

Поскольку действие нагрузки P_{a1} носит кратковременный характер, целесообразно определить ее импульс

$$I_{P_{a1}} = (\lambda_{22}^0 + \rho_0 W)\, u_p \left(\sin\alpha_{вp} - \frac{u_0}{u_p}\sin\alpha_{в0}\right), \qquad \text{(VII.52)}$$

причем u_0, u_p, $\alpha_{в0}$, $\alpha_{вp}$ — начальные и конечные значения величин u и $\alpha_в$.

Оценку ординаты точки приложения импульсивной нагрузки, измеренной от ЦТ судна, производят по формуле

$$z_{п1} = -(T + 0{,}54H - z_g), \qquad \text{(VII.53)}$$

где T — осадка судна, а z_g — возвышение его ЦТ над основной.

Из формулы (VII.52) следует, что наибольшее значение импульса нагрузки P_{a1} будет при начальном угле $\alpha_в = 0$. В соответствии с рекомендациями [91] значения $\alpha_{вp}$ и u_p следует принимать равными значениям, отвечающим максимуму аэродинамической нагрузки неинерционной природы. Указанная нагрузка обусловлена перераспределением давлений на надводной части судна и возникновением вихреобразований, происходящих вследствие вязкости воздуха при обтекании корпуса ветровым

потоком. Для оценки поперечной аэродинамической нагрузки неинерционной природы может быть использовано соотношение

$$P_{a2} = 1{,}2\,\frac{\rho_0}{2}\,u_p^2 S_{\text{н}} \sin\left(\frac{9}{7}\,\alpha_{\text{вр}}\right), \qquad \text{(VII.54)}$$

где $S_{\text{н}}$ — площадь проекции надводной части корпуса судна на ДП. Момент этой нагрузки относительно продольной горизонтальной оси, проходящей через ЦТ судна, определяется выражением

$$M_{P_2} = P_{a2}\,[(z_s - z_g) - 0{,}31\,(z_s - T)\,\theta]. \qquad \text{(VII.55)}$$

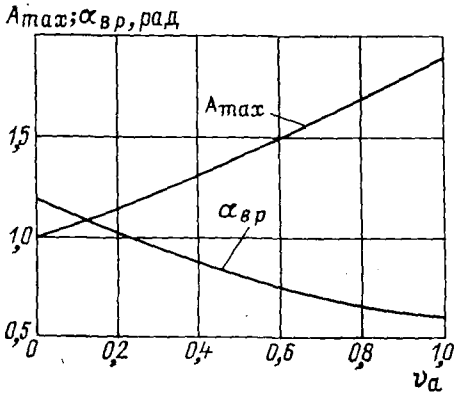


Рис. VII.2. К определению величин $A_{\max}$ и $\alpha_{\text{вр}}$.

Здесь z_s — отстояние ЦТ площади проекции надводной части судна на вертикальную плоскость от основной плоскости.

Из формул (VII.54) и (VII.55) следует, что плечо аэродинамической нагрузки неинерционной природы в формуле (VII.2)

$$z_{\text{п}2} = -(z_s - z_g) + 0{,}31\,(z_s - T)\,\theta. \qquad \text{(VII.56)}$$

В качестве расчетных значений относительной скорости воздуха и угла атаки в [91] рекомендуют принимать такие, которые при заданных исходных значениях соответствуют максимуму нагрузки P_{a2}, определяемой по формуле (VII.54). Для отыскания этих значений служат кривые, приведенные на рис. VII.2, где по вертикальной оси отложены величины $A_{\max} = u_p^2 \sin\left(\frac{9}{7}\,\alpha_{\text{вр}}\right) \Big/ u_a^2$ и $\alpha_{\text{вр}}$, отвечающие указанному экстремуму. Аргументом на графиках служит отношение $v_a = v/u_a$, где u_a — скорость ветра.

В отечественной практике нормирования остойчивости определение скоростной аэродинамической нагрузки производят с позиций, несколько отличающихся от принятых в работе [91], вследствие чего оказывается иной структура выражений для силы и момента [5]. Наиболее существенным отличием является учет изменения скорости ветра в зависимости от возвышения над поверхностью моря; кроме того изложенный в [5] метод относится к случаю, когда судно расположено лагом к ветру причем скорость его хода считается пренебрежимо малой по сравнению со скоростью ветра. В соответствии с работой [5] рассматриваемая ветровая нагрузка равна

$$P_{a2} = \sum_i p_i c_i S_i, \qquad \text{(VII.57)}$$

где $p_i = \frac{1}{2}\,c_0 \rho_0 u_i^2$ — давление ветра на i-м участке площади парусности судна; c_i — коэффициент обтекания участка, выраженный в долях от осредненного коэффициента поперечной силы $c_0 = 1{,}3$; S_i — площадь участка. Суммирование ведется по всем участкам площади парусности, на которые она разбивается. В пределах каждого участка скорость ветра u_i считается постоянной. При этом площадь парусности определяется как площадь проекции подводной части корпуса судна на вертикальную плоскость, параллельную ДП.

Структура выражения (VII.57) приводит к представлению соответствующего момента в виде

$$M_{P_2} = \sum_i p_i c_i z_i S_i. \qquad \text{(VII.58)}$$

Здесь z_i — возвышение ЦТ площади i-го участка относительно ватерлинии, проходящей через ЦТ судна, или иной ватерлинии в зависимости от выбранной при определении аэродинамического момента координатной системы.

В упрощенных расчетах и, в частности, в нормах остойчивости Регистра СССР [69] используют полученное на основе формулы (VII.58) менее сложное выражение

$$M_{P_z} = p_v z_p \sum_i c_i S_i, \qquad \text{(VII.59)}$$

где p_v — осредненное давление ветра, выбираемое в зависимости от z_p; z_p — возвышение ЦТ площади парусности судна (см. § 33 первого раздела).

При использовании формул (VII.57)—(VII.59) для упрощения, имея в виду цели нормирования остойчивости, считают возможным не учитывать изменение величин P_{a2} и M_{P_z} в процессе наклонения судна [5].

Необходимо отметить, что соотношения, предназначенные для расчетов аэродинамической нагрузки неинерционной природы, получены без учета влияния на аэродинамические коэффициенты так называемой подстилающей поверхности моря, т. е. влияния морской поверхности как экрана. Формулы (VII.50)—(VII.52) это влияние учитывают.

§ 51. ДИНАМИЧЕСКОЕ НАКЛОНЕНИЕ СУДНА ВЕТРОВОЙ НАГРУЗКОЙ

Динамическое воздействие ветровой нагрузки на судно может иметь место при порывистом ветре или при шквале [53]. В первом случае динамический характер нагрузки будет обусловлен пульсациями скорости ветра, т. е. порывами около некоторого среднего значения. Как правило, рассматривают устойчивый порывистый ветер. У такого ветра значение средней скорости и статистические характеристики порывов считаются неизменными при достаточно продолжительном отрезке времени, в течение которого анализируется остойчивость судна. Скорость ветра в порыве возрастает и падает практически мгновенно.

При шквале скорость ветра может существенно возрасти почти от нулевого значения, однако это возрастание скорости происходит медленнее, чем в порыве, и может сопровождаться изменением направления ветра.

Особенности действия того или иного ветра выражаются в характере изменения аэродинамической нагрузки. В частности, при разработке норм остойчивости в СССР рассматривался шквалистый ветер, сопровождающийся возрастанием аэродинамической нагрузки от нуля до максимума в течение короткого промежутка времени с сохранением этого максимального значения на всем интервале времени, в продолжение которого анализируется наклонение судна. В нормах остойчивости пассажирских судов Японии используется схема действия порывистого ветра, в соответствии с которой судно имеет постоянный крен, определяемый нагрузкой от ветра, дующего со средней скоростью, а пульсации скорости вызывают дополнительные динамические наклонения судна.

Необходимо отметить, что, как показывает расчетный анализ [53, 91], инерционные аэродинамические нагрузки, возникающие в первый (ударный) период ветрового крена судна, слабо влияют на процесс его наклонения в целом. Поэтому при практической оценке динамической остойчивости судов этот период во внимание, как правило, не принимают и анализируют второй период движения судна, в процессе которого на него действует аэродинамическая нагрузка неинерционной природы.

Результаты анализа наклонения судна внешней аэродинамической нагрузкой неинерционной природы, выполненного на основе соотношений § 50, приведены ниже для различных условий его плавания и характера зависимости восстанавливающего момента от угла крена.

Крен на тихой воде судна с линейной диаграммой остойчивости. Для этого случая при наличии у судна скорости уравнение (VII.19) примет вид

$$(J_{xx} + \lambda_{44})\,\ddot{\theta} + Dh\theta = M_{\text{кр}}, \qquad \text{(VII.60)}$$

где кренящий момент [см. формулу (VII.18)] равен

$$M_{\text{кр}} = -P_a z_{\text{п}} + \mu_{22} v_\eta z_R - \lambda_{24}\dot{v}_\eta; \qquad P_a = P_{a2}; \qquad z_{\text{п}} = z_{\text{п}2} \qquad \text{(VII.61)}$$

и для простоты не учитывается влияние скорости судна на диаграмму остойчивости, которое при необходимости может быть принято во внимание путем соответствующей корректировки величины h. Поскольку при отсутствии в начальный момент времени $t = 0$ ветрового дрейфа судна скорость v_η определяется интегралом (VII.9), выражение для кренящего момента может быть приведено к виду

$$M_{\text{кр}} = -P_a z'_{\text{п}} + \nu_\eta z_{R1} e^{-\nu_\eta t} \int_0^t p_a(\xi) e^{\nu_\eta \xi} d\xi, \qquad \text{(VII.62)}$$

причем для p_a справедлива формула (VII.8), а

$$z'_{\text{п}} = z_{\text{п}} + \frac{\lambda_{24}}{\frac{D}{g} + \lambda_{22}}; \qquad z_{R1} = z_R + \frac{\lambda_{24}}{\frac{D}{g} + \lambda_{22}}.$$

Для случая когда сила P_a мгновенно возрастает от нуля до своего наибольшего значения P_{am} и остается постоянной в течение времени наклонения судна, кренящий момент равен

$$M_{\text{кр}} = P_{am}\left[(z_R - z_{\text{п}}) - z_{R1} e^{-\nu_\eta t}\right]. \qquad \text{(VII.63)}$$

Если возрастание аэродинамической нагрузки за короткое время принять происходящим по экспоненциальному закону

$$P_a(t) = P_{am}\left(1 - e^{-\nu_p t}\right), \qquad \text{(VII.64)}$$

вместо формулы (VII.63) окажется справедливым выражение

$$M_{\text{кр}} = P_{am}\left[(z_R - z_{\text{п}})\left(1 - e^{-\nu_p t}\right) - \frac{\nu_p}{\nu_p - \nu_\eta} z_{R1}\left(e^{-\nu_\eta t} - e^{-\nu_p t}\right)\right]. \qquad \text{(VII.65)}$$

Результаты расчетов показывают, что кренящие моменты, определяемые по формулам (VII.63) и (VII.65), в количественном отношении различаются лишь в самой начальной стадии наклонения судна. При $t > 0{,}1\tau_\theta$ выражения (VII.63) и (VII.65) дают примерно одинаковый результат, а в предельном случае при $t \to \infty$ оказываются равными

$$\lim M_{\text{кр}}\big|_{t\to\infty} = M_{\text{кр}\,m} = P_{am}(z_R - z_{\text{п}}). \qquad \text{(VII.66)}$$

Решение уравнения (VII.60) при мгновенном возрастании аэродинамической нагрузки дает результат

$$\theta(t) = \frac{P_{am}}{Dh}\left[(1 - \cos\omega_\theta t)(z_R - z_{\text{п}}) + \frac{z_{R1}}{1 + q_\theta^2}\left(\cos\omega_\theta t - q_\theta \sin\omega_\theta t - e^{-\nu_\eta t}\right)\right], \qquad \text{(VII.67)}$$

где $\omega_\theta = 2\pi/\tau_\theta$; $q_\theta = \nu_\eta/\omega_\theta$.

При действии кренящего момента, вычисляемого по формуле (VII.65), решение уравнения (VII.60) приводит к следующему выражению для изменения угла крена в процессе накренения:

$$\theta(t) = \frac{P_{am}}{Dh}\left\{(z_R - z_{\text{п}})\left[\left(1 - \frac{e^{-\nu_p t}}{1 + q_v^2}\right) - q_v\left(\frac{q_v}{1 + q_v^2}\cos\omega_\theta t - \frac{1}{1 + q_\theta^2}\sin\omega_\theta t\right)\right] + \frac{q_v z_{R1}}{q_v - q_\theta}\left[\left(\frac{1}{1 + q_\theta^2} - \frac{1}{1 + q_v^2}\right)\cos\omega_\theta t - \left(\frac{q_\theta}{1 + q_\theta^2} - \frac{q_v}{1 + q_v^2}\right)\sin\omega_\theta t - \frac{e^{-\nu_\eta t}}{1 + q_\theta^2} + \frac{e^{-\nu_p t}}{1 + q_v^2}\right]\right\}, \qquad \text{(VII.68)}$$

где $q_v = \nu_p/\omega_\theta$.

Анализ расчетов, выполненных по формулам (VII.67) и (VII.68), приводит к выводу, что процессы изменения крена $\theta(t)$, определяемые ими, различаются лишь в начальной стадии накренения судна; наибольшие значения углов крена, достигаемые при мгновенном возрастании аэродинамической нагрузки и в случае, когда имеет место соотношение (VII.64), оказываются близкими между собой.

Существенно, что наибольшее значение угол крена судна достигает в момент времени $t \approx (0{,}5 \div 0{,}6)\,\tau_\theta$. На рис. VII.3 приведены зависимости от времени кренящего момента и процесса изменения крена $\theta(t)$, причем кренящий момент отнесен к величине $M_{кр\,m}$, определяемой выражением (VII.66), а угол крена — к его значению, соответствующему установившемуся дрейфу:

$$\lim \theta(t)\,|_{t\to\infty} = \theta_S = \frac{P_{am}}{Dh}(z_R - z_п).$$

Другой предельный скоростной режим соответствует накренению свободно дрейфующего, т. е. лишенного хода, судна поперечной аэродинамической нагрузкой. Для этого случая в уравнении (VII.11) следует считать $\nu_{\eta 1} = 0$. При мгновенном возрастании давления ветра до максимального значения и сохранении затем давления равным P_{am} для скорости и ускорения дрейфа имеем

$$\left.\begin{aligned} v_\eta &= \sqrt{\frac{P_{am}}{\nu_{\eta 2}}}\,\mathrm{th}\sqrt{\nu_{\eta 2} p_{am}}\,t; \\ \dot{v}_\eta &= p_{am}\left(1 - \mathrm{th}^2\sqrt{\nu_{\eta 2} p_{am}}\,t\right). \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VII.69)}$$

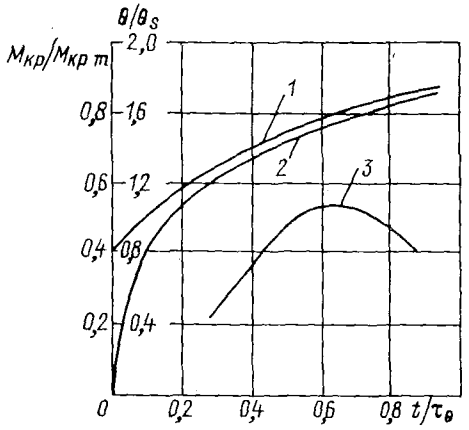


Рис. VII.3. Зависимость от времени кренящего момента и возникающего под его воздействием угла крена рыболовного сейнера при скорости 9 уз.

1 — $M_{кр}$, определяемый по формуле (VII.63); 2 — $M_{кр}$ — по (VII.65); 3 — θ — по (VII.68).

Кренящий момент для случая отсутствия хода определяется выражением

$$M_{кр} = P_{am}\left[(z_R - z_п) - z_{R1}\left(1 - \mathrm{th}^2\sqrt{\nu_{\eta 2} p_{am}}\,t\right)\right]. \qquad \text{(VII.70)}$$

В пределе при $t \to \infty$ из формулы (VII.70) следует выражение (VII.66), соответствующее задаче о динамическом крене судна на ходу.

Приближенное решение уравнения (VII.60) при правой части в виде (VII.70) приводит к расчетной формуле для изменения угла крена в процессе наклонения судна

$$\theta(t) = \frac{P_{am} z_к}{Dh}(1 - \cos\omega_\theta t). \qquad \text{(VII.71)}$$

Здесь

$$z_к = (z_R - z_п) - z_{R1}\frac{\mathrm{th}\,\lambda_\omega}{\lambda_\omega},$$

где $\lambda_\omega = \dfrac{\pi}{\omega_\theta}\sqrt{\nu_{\eta 2} p_{am}}$.

Сравнение вычислений, выполненных для случаев судна на ходу и отсутствия хода, показывает [5], что наибольшее наклонение судна динамически приложенной ветровой нагрузкой на стоянке оказывается значительно меньшим, чем при наличии хода. В связи с этим наибольший интерес с точки зрения обеспечения безопасности судна и нормирования его остойчивости является случай, когда ветровая нагрузка воздействует на судно, имеющее ход.

Крен на тихой воде судна с заданной диаграммой остойчивости. Когда при наклонении судна внешней нагрузкой углы крена выходят из диапазона, соответствующего линейной зависимости восстанавливающего момента от θ, это обстоятельство следует принимать во внимание. Как правило, наибольший угол крена θ_0, получаемый судном в результате воздействия внешней нагрузки и называемый динамическим, определяют на основе уравнения работы [5]

$$\int_0^{\theta_0} M_s(\theta)\,d\theta = \int_0^{\theta_0} M_{\text{кр}}(\theta)\,d\theta, \qquad \text{(VII.72)}$$

так как при $t = 0$ и $t = t_0$ скорость $\dot{\theta} = 0$.

Если в диапазоне углов крена $0 \leqslant \theta \leqslant \theta_0$ для зависимости $\theta(t)$ задаться приближенным представлением [5]

$$\theta(t) = \frac{\theta_0}{2}(1 - \cos\omega_\theta t) \qquad \text{(VII.73)}$$

и считать ветровую нагрузку приложенной мгновенно, то динамический угол крена θ_0 судна на ходу может быть найден из соотношения

$$Dl_d(\theta = \theta_0) = P_{am}\theta_0\left[(z_R - z_{\text{п}}) - \frac{1}{2}\,\frac{1 + e^{-\pi q_\theta}}{1 + q_\theta^2}\,z_{R1}\right]. \qquad \text{(VII.74)}$$

Здесь $l_d(\theta = \theta_0)$ — плечо диаграммы динамической остойчивости при угле крена, равном θ_0.

Угол θ_0, входящий в выражение (VII.74), проще всего находить графически как абсциссу точки пересечения левой и правой частей этого равенства.

При линейной диаграмме остойчивости, т. е. при $l_d(\theta) = h\theta^2/2$, из соотношения (VII.74) можно получить формулу (VII.67), если положить в последней $t = \tau_\theta/2$.

Крен в условиях волнения судна с заданной диаграммой остойчивости. Определение параметров, характеризующих процесс накренения судна в этом наиболее общем случае — одна из сложных задач теории качки, не получившая до настоящего времени своего достаточно полного решения.

Для случая когда на судно действует регулярное волнение, ряд упрощений в описании кинематики качки и возмущающего действия волн, которое в уравнении (VII.19) учитывается дополнительным восстанавливающим моментом $\mathfrak{M}$, позволил [7] на основе уравнения работ получить подобное формуле (VII.72) соотношение

$$Dl_d(\vartheta = \vartheta_0) = Dl_d(\vartheta = \vartheta_m) + M_{\text{кр}\,m}(\vartheta_m + \vartheta_0). \qquad \text{(VII.75)}$$

Это соотношение явилось результатом приведения выражения (VII.19) к уравнению в относительных координатах, поэтому в нем $\vartheta_0 = \theta_0 - \alpha_m$; $\vartheta_m = \theta_m - \alpha_m$, где $\alpha_m = \varkappa_\theta\alpha_0$ — амплитуда редуцированного угла волнового склона; θ_m — амплитуда бортовой качки (см. § 21).

Уравнение (VII.75) соответствует рассмотренному в [7] случаю, когда аэродинамическая нагрузка действует на судно в момент его наибольшего наклонения при качке с амплитудой θ_m на наветренный борт. Графическое решение этого уравнения достаточно просто: на диаграмме динамической остойчивости находят точку A с абсциссой $\vartheta = \vartheta_m$, откладываемой влево от начала координат (рис. VII.4). Из точки A проводят прямую, параллельную оси абсцисс, на которой откладывают отрезок AB, равный 1 рад $\approx 57{,}3°$. Из точки B вертикально вверх откладывают отрезок BC, равный $M_{\text{кр}\,m}$. Динамический относительный угол ϑ_0 находят как абсциссу точки E пересечения прямой AC с правой ветвью диаграммы. Аналогичное построение используют в нормах остойчивости Регистра СССР, однако оно производится на диаграмме, построенной в зависимости от абсолютного угла крена, и относится к определению минимального опрокидывающего момента $M_{\text{опр}}$. Этот момент находят как отрезок BD, образуемый прямой AB и касательной AF к правой ветви диаграммы (см. рис. VII.4). Возникающий при действии $M_{\text{опр}}$ динамический угол $\vartheta_{\text{пр}}$ равен абсциссе точки F.

Необходимо иметь в виду важное обстоятельство, связанное с использованием уравнения работ и состоящее в том, что подобный подход определяет первое наибольшее наклонение судна после действия нагрузки P_a. Хотя нельзя наверняка утвер-

ждать, что последующие угловые колебания судна не превзойдут по амплитуде первого, возможность такой ситуации, если ориентироваться на реальный характер ветровой нагрузки, представляется маловероятной. Следует также подчеркнуть, что проблема обеспечения остойчивости в условиях волнения является наиболее важной для сравнительно небольших судов, значения периодов свободных бортовых колебаний которых, как правило, находятся в диапазоне $\tau_\theta = 6 \div 10$ с. Поскольку время достижения судном под действием ветровой нагрузки наибольшего угла крена на подветренный борт составляет значение, не намного отличающееся от $\tau_\theta/2$, продолжительность динамически приложенного к небольшому судну порыва ветра редко может превзойти даже интервал времени, в течение которого происходит это первое

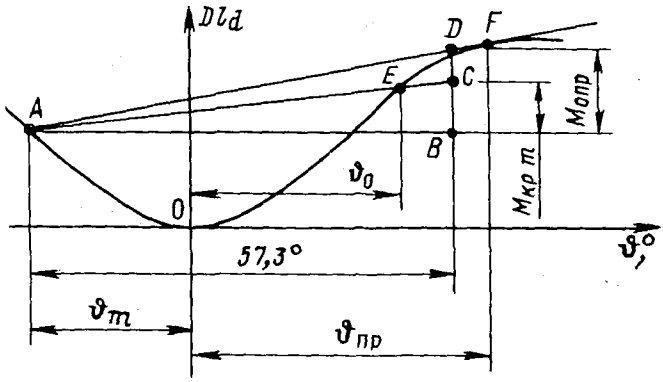


Рис. VII.4. К определению динамического относительного угла крена ϑ_0.

наклонение. Как показывают материалы наблюдений над устойчивым порывистым ветром, средняя продолжительность порывов для сильного ветра составляет около 2,5 с; отдельные интенсивные порывы имеют продолжительность 6—7 с и более. Таким образом, к моменту времени, когда судно после первого наклонения на подветренный борт вторично начнет на него крениться, аэродинамический момент может быть исключен из рассмотрения, и последующее поведение судна будет определяться лишь силами, обусловленными его затухающим дрейфом.

Что касается шквалистого ветра, то наблюдения приводят к выводу о достаточно длительном времени с точки зрения динамики действия на судно нарастания скорости ветра при шквале, исчисляемом в некоторых случаях минутами.

Применение уравнения работ при практической оценке остойчивости судов и, в том числе, нормировании, является традиционным. Однако в связи с вышеизложенным относительно опасности для судна порывистого ветра и условий корректности оценки остойчивости по первому наклонению, очевидна и некоторая противоречивость такого подхода в практике нормирования, поскольку в нормах характер аэродинамической нагрузки в отношении продолжительности ее действия при вычислении кренящего момента принимают отвечающим шквалистому ветру. Вместе с тем, всякая система нормирования базируется на определенной схематизации явления, ориентированной на достаточно жесткие условия; в этом смысле оправданным является принятая в нормах Регистра СССР ситуация, при которой ветровая нагрузка действует в момент, когда судно наклонилось на надветренный борт с амплитудой θ_m.

Более общий случай, если не иметь в виду вопрос нормирования, отвечает ситуации, когда аэродинамическая нагрузка прикладывается в произвольный начальный момент времени $t = t_н$, которому соответствуют угол крена судна и угловая скорость, равные $\theta_н$ и $\dot{\theta}_н$.

В заключение необходимо подчеркнуть, что применение уравнения работ позволяет выполнить вероятностную оценку динамического угла крена судна при действии ветровой нагрузки в условиях нерегулярного волнения.

§ 52. ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА ДЕЙСТВИЯ НА СУДНО ВЕТРОВОЙ НАГРУЗКИ В УСЛОВИЯХ НЕРЕГУЛЯРНОГО ВОЛНЕНИЯ

При анализе результата воздействия на судно, испытывающее качку в условиях нерегулярного волнения, фиксированной ветровой кренящей нагрузки следует иметь в виду, что составляющие кренящего момента $M_{кр}$, входящие в уравнение (VII.19), при заданной аэродинамической силе являются вполне определенными неслучайными величинами.

В каждом отдельном случае однократного воздействия нагрузки в момент $t = t_н$, характеризуемом конкретной реализацией случайной функции $M_{зв}(\theta, t)$ и соответствующими моменту $t_н$ конкретными значениями $\theta_н$, $\dot{\theta}_н$, динамический угол крена на подветренный борт θ_0 может быть определен из уравнения работ, которое иллюстрируется рис. VII.5:

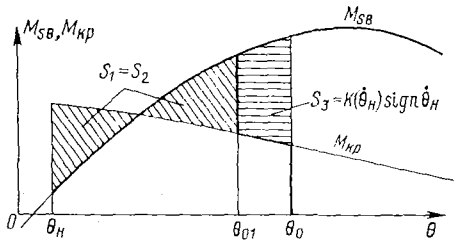


Рис. VII.5. К определению динамического угла крена θ_0.

$$A_{зв}(\theta_н, \theta_0) - K(\dot{\theta}_н)\,\mathrm{sign}\,\dot{\theta}_н = A_{кр}(\theta_н, \theta_0), \quad (VII.76)$$

где

$$A_{зв}(\theta_н, \theta_0) = \int_{\theta_н}^{\theta_0} [M_з(\theta) + \mathfrak{M}_v + \mathfrak{M}(\theta)]\, d\theta$$

— работа восстанавливающего момента;

$$A_{кр}(\theta_н, \theta_0) = \int_{\theta_н}^{\theta_0} M_{кр}(\theta)\, d\theta$$

— работа кренящего момента в интервале углов крена от $\theta_н$ до θ_0;

$$K(\dot{\theta}_н) = (I_{xx} + \mu_{44})\frac{\dot{\theta}_н^2}{2}$$

— кинетическая энергия качающегося судна в момент действия нагрузки $M_{кр}$. Считается, что при $\theta = \theta_0$ угловая скорость $\dot{\theta} = 0$.

Угол θ_0 является случайной величиной, поэтому его частное значение для какой-либо реализации рассматриваемого процесса не характеризует динамический крен в целом. Вместе с тем, соотношение (VII.76) связывает вероятностные характеристики динамического угла крена с закономерностями качаний судна и изменения его восстанавливающего момента на волнении.

Необходимо сформулировать условие, определяющее вероятность того, что динамический угол крена превысит произвольно выбранную величину θ_0^* при заданном моменте $M_{кр}$. Для каждой реализации указанное условие на основании равенства (VII.76) состоит в том, что в процессе динамического наклонения судна для всех углов крена, заключенных в интервале $\theta_н - \theta_0^*$, работа кренящего момента будет больше разности $A_{зв} - K\,\mathrm{sign}\,\dot{\theta}_н$. Следовательно, искомая вероятность

$$P_{\theta_0^*} = P[\theta_0 > \theta_0^*] = p(\theta_0^*) = P[A_{зв}(\theta_н, \theta_r) - K(\dot{\theta}_н)\,\mathrm{sign}\,\dot{\theta}_н < A_{кр}(\theta_н, \theta_r)] \quad (VII.77)$$

для всех значений θ_r при условии $\theta_н < \theta_r \leqslant \theta_0^*$.

В дальнейшем для простоты звездочка при обозначении динамического угла крена опущена. Величина (VII.77) представляет собой обеспеченность динамического угла крена $p(\theta_0)$ и для заданной кренящей нагрузки P_a характеризует результат ее воздействия.

Определение вероятности P_{θ_0} в соответствии с формулой (VII.77) для любого θ_0 принципиально не отличается от вычисления вероятности опрокидывания судна. Последняя находится как вероятность выполнения неравенства

$$P_{\text{опр}} = P\,[A_{\text{зв}}(\theta_{\text{н}}, \theta_r) - K(\dot{\theta}_{\text{н}})\,\text{sign}\,\dot{\theta}_{\text{н}} < A_{\text{кр}}(\theta_{\text{н}}, \theta_r)] \qquad \text{(VII.78)}$$

для всех $\theta_r > \theta_{\text{н}}$.

Для фиксированных значений $\theta_{\text{н}}$ и $\dot{\theta}_{\text{н}}$ выражению (VII.78) эквивалентно соотношение

$$P_{\text{опр}} = P\left\{\begin{array}{l} A(\theta_{\text{н}}, \theta_1) < A^*_{\text{кр}}(\theta_{\text{н}}, \dot{\theta}_{\text{н}}, \theta_1) \\ A(\theta_{\text{н}}, \theta_2) < A^*_{\text{кр}}(\theta_{\text{н}}, \dot{\theta}_{\text{н}}, \theta_2) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ A(\theta_{\text{н}}, \theta_n) < A^*_{\text{кр}}(\theta_{\text{н}}, \dot{\theta}_{\text{н}}, \theta_n) \end{array}\right\}, \qquad \text{(VII.79)}$$

где

$$\theta_1 > \theta_{\text{н}}; \qquad \theta_1 < \theta_2 < \cdots < \theta_n;$$

$$A^*_{\text{кр}}(\theta_{\text{н}}, \dot{\theta}_{\text{н}}, \theta_r) = A_{\text{кр}}(\theta_{\text{н}}, \theta_r) + K(\dot{\theta}_{\text{н}}) - A_s(\theta_{\text{н}}, \theta_r).$$

В соотношении (VII.79) символом θ_n обозначен угол крена, которым при расчете величины $P_{\text{опр}}$ ограничивается выполнение указанных в фигурных скобках неравенств. Каждому углу крена θ_r в формуле (VII.79) соответствует время t_r, отсчитываемое от начала наклонения судна.

Вероятность опрокидывания судна согласно (VII.79) определяется интегрированием:

$$P_{\text{опр}} = \int\limits_{-\infty}^{A^*_{\text{кр}}(\theta_{\text{н}}, \dot{\theta}_{\text{н}}, \theta_1)} \cdots \int\limits_{-\infty}^{A^*_{\text{кр}}(\theta_{\text{н}}, \dot{\theta}_{\text{н}}, \theta_n)} f_{\theta_{\text{н}}}[A(\theta_{\text{н}}, \theta_1), \ldots, A(\theta_{\text{н}}, \theta_n)] \times$$

$$\times\, dA(\theta_{\text{н}}, \theta_1) \times \ldots \times dA(\theta_{\text{н}}, \theta_n), \qquad \text{(VII.80)}$$

где функция $f_{\theta_{\text{н}}}[A(\theta_{\text{н}}, \theta_1), A(\theta_{\text{н}}, \theta_2), \ldots, A(\theta_{\text{н}}, \theta_n)]$ представляет собой условную многомерную плотность вероятности работы дополнительного восстанавливающего момента, определенную при фиксированном значении угла $\theta_{\text{н}}$ и принятую в форме закона Гаусса. Величина $P_{\text{опр}} = P_{\text{опр}}(\theta_{\text{н}}, \dot{\theta}_{\text{н}})$ в (VII.80) является условной вероятностью опрокидывания при заданных начальных условиях бортовых колебаний судна. Для полной вероятности опрокидывания справедливо представление

$$P_{\text{опр}} = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} P_{\text{опр}}(\theta_{\text{н}}, \dot{\theta}_{\text{н}})\, f(\theta_{\text{н}}, \dot{\theta}_{\text{н}})\, d\theta_{\text{н}}\, d\dot{\theta}_{\text{н}}, \qquad \text{(VII.81)}$$

где $f(\theta_{\text{н}}, \dot{\theta}_{\text{н}})$ — двумерное распределение мгновенных значений углов и угловых скоростей бортовых колебаний судна на волнении с заданным спектром:

$$f(\theta_{\text{н}}, \dot{\theta}_{\text{н}}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{D_\theta D_{\dot{\theta}}}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\theta_{\text{н}}^2}{D_\theta} + \frac{\dot{\theta}_{\text{н}}^2}{D_{\dot{\theta}}}\right)\right]. \qquad \text{(VII.82)}$$

Считается, что качка судна до приложения кренящей нагрузки протекает симметрично, т. е. $\overline{\theta_{\text{н}}} = 0$; $\overline{\dot{\theta}_{\text{н}}} = 0$.

Соотношение (VII.81) позволяет найти вероятность опрокидывания судна, движущегося произвольным курсом на нерегулярном волнении. Для вероятности неопрокидывания судна $P_{\text{н. опр}}$ справедливо очевидное равенство $P_{\text{н. опр}} = 1 - P_{\text{опр}}$.

Если в формуле (VII.80) последовательное интегрирование произвести только до угла крена $\theta_n = \theta_0$, использовав соответствующее многомерное распределение, то в результате получим обеспеченность динамического угла крена $p(\theta_0)$.

Изложенный метод определения вероятности опрокидывания для случаев, когда судно движется на попутном или встречном волнении, приводит к результатам, изложенным в [15]. Если в соотношениях для отыскания $P_{\text{опр}}$ дополнительный

восстанавливающий момент считать равным нулю, можно прийти к рассмотренной Г. А. Фирсовым задаче о вероятности опрокидывания качающегося судна с фиксированной диаграммой статической остойчивости [9].

При практических расчетах вероятности $P_{опр}$ возникает вопрос о том, до каких углов крена необходимо учитывать вероятность выполнения неравенств соотношения (VII.79), т. е. вопрос о выборе угла θ_n. Нормирование угла крена θ_n представляется в значительной степени условным. Это объясняется тем, что выбор плотности вероятности дополнительного восстанавливающего момента в виде закона Гаусса формально допускает возможность появления бесконечно больших значений момента $\mathfrak{M}$ и, следовательно, неограниченных значений работы A в интервале углов крена от θ_r до θ_{r+1}. Поэтому теоретически вероятность $P_{опр}$, соответствующая углам $\theta_n = \theta_r$ и $\theta_n = \theta_{r+1}$, даже близким к закату диаграммы остойчивости на тихой воде, должна иметь различное значение. На практике определение вероятности опрокидывания можно осуществить следующим образом. Если задаться рядом последовательно возрастающих значений угла θ_n, то в районе углов крена после максимума средней диаграммы остойчивости $\overline{M}_{sв} = M_s + \overline{\mathfrak{M}}$, для которых вероятность появления значений восстанавливающего момента, превышающих кренящий момент $M_{кр}$, очень мала, кривая $P_{опр}(\theta_n)$ будет близка к прямой линии $P_{опр} = \text{const}$. Поэтому для отыскания $P_{опр}$ требуется построить кривую $P_{опр}(\theta_n)$ и определить значение вероятности, соответствующее участку $P_{опр} \approx \text{const}$. Это значение и следует принять в качестве вероятности опрокидывания судна.

Указанный путь установления вероятности $P_{опр}$ не исключает возможности применения другого метода, при котором численным значением θ_n служит или угол, превышение которого угрожает безопасности судна (например, угол смешения грузов, угол входа в воду комингсов люков и т. п.), или некоторая условная величина, принятая для получения сравнительных данных.

Приведенные выше соотношения соответствуют случаю, когда нерегулярное волнение задано конкретным энергетическим спектром. Очевидно, что статистические характеристики момента $\mathfrak{M}$, его работы и вероятность $p(\theta_0)$ будут различными при различных спектральных плотностях $S_\zeta(\omega)$. В связи с этим необходимо определить параметры статической и динамической остойчивости судна на нерегулярном волнении, характеризуемом балльностью, таким же образом, как в § 30 второго раздела для такой характеристики волнения оценены элементы нерегулярной качки. Использование развитого в § 30 подхода приводит к следующим выражениям для средних значений дополнительного момента, его работы, соответствующих дисперсий и обеспеченности динамического угла крена:

$$[\overline{\mathfrak{M}}] = \frac{1}{(T_2 - T_1)(h_2 - h_1)} \int_{h_1}^{h_2} \int_{T_1}^{T_2} \overline{\mathfrak{M}}(h, T)\, dT\, dh; \qquad \text{(VII.83)}$$

$$[\overline{A}] = \frac{1}{(T_2 - T_1)(h_2 - h_1)} \int_{h_1}^{h_2} \int_{T_1}^{T_2} \overline{A}(h, T)\, dT\, dh; \qquad \text{(VII.84)}$$

$$[D_{\mathfrak{M}}] = \frac{1}{(T_2 - T_1)(h_2 - h_1)} \int_{h_1}^{h_2} \int_{T_1}^{T_2} D_{\mathfrak{M}}(h, T)\, dT\, dh; \qquad \text{(VII.85)}$$

$$[D_A] = \frac{1}{(T_2 - T_1)(h_2 - h_1)} \int_{h_1}^{h_2} \int_{T_1}^{T_2} D_A(h, T)\, dT\, dh; \qquad \text{(VII.86)}$$

$$[p(\theta_0)] = \frac{1}{(T_2 - T_1)(h_2 - h_1)} \int_{h_1}^{h_2} \int_{T_1}^{T_2} p(\theta_0, h, T)\, dT\, dh. \qquad \text{(VII.87)}$$

Здесь $[\overline{\mathfrak{M}}]$, $[\overline{A}]$, $[D_{\mathfrak{M}}]$, $[D_A]$, $[p(\theta_0)]$ — характеристики остойчивости для балльности в целом, т. е. характеристики, определенные применительно к совокупности

всех состояний взволнованной поверхности, отвечающих возможным вариациям спектра волн внутри выбранных границ.

Из выражения (VII.80) следует, что для определения условной вероятности $P_0(\theta_н, \dot{\theta}_н)$ исходным является многомерное Гауссово распределение значений работы момента $\mathfrak{M}$. Методы отыскания дисперсий, средних значений, а также корреляционных моментов этого распределения изложены в работе [16].

При расчетах корреляционных моментов и дисперсий работы дополнительного восстанавливающего момента необходимо располагать сведениями о процессе наклонения судна, который характеризуется зависимостью угла крена от времени. Эта зависимость не относится к категории детерминированных и для заданной кренящей нагрузки оказывается функцией случайно меняющегося восстанавливающего момента и достигаемого при конкретном воздействии наибольшего угла крена θ_0, который также является случайной величиной. В качестве закона изменения угла крена во времени рекомендуется принять зависимость $\theta(t)$, полученную в результате воздействия момента $M_{кр}$ на судно, остойчивость которого определяется средней из числа диаграмм динамической остойчивости, при реализации которых произойдет опрокидывание в случае, когда за весь процесс волновая поверхность в системе координат, связанной с судном, остается неизменной (так называемое «мгновенное» опрокидывание). Способ построения такой средней диаграммы изложен в работе [16].

Располагая ею, можно построить соответствующую диаграмму статической остойчивости, которую следует принять в качестве исходной для отыскания зависимости $\theta(t)$. Сама функция $\theta(t)$ может быть получена либо численным интегрированием уравнения движения судна с заданной диаграммой остойчивости, либо моделированием процесса опрокидывания на электронных машинах непрерывного действия.

Как показывают эксперименты, осредненный процесс наклонения судна внешней нагрузкой в условиях нерегулярного волнения оказывается близким к зависимости $\theta(t)$ для случая действия той же нагрузки в условиях тихой воды.

§ 53. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОСТОЙЧИВОСТИ НА НЕРЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ

Статистические характеристики восстанавливающего момента и его работы определяют остойчивость судна в условиях волнения. В настоящем параграфе для иллюстрации приведены некоторые результаты расчетов характеристик остойчивости судов при плавании на нерегулярном волнении. Вычисления были выполнены на основе общих соотношений, приведенных в § 49, 52 с использованием изложенных в работе [16] расчетных методов.

На рис. VII.6 изображены результаты расчета статистических характеристик диаграммы остойчивости рыболовного траулера длиной 35,6 м и водоизмещением 394 м³ при его движении на попутном двухмерном волнении интенсивностью 5 баллов. Штриховкой отмечена область, внутри которой может быть реализована диаграмма остойчивости при непрерывном случайном изменении ее формы в условиях волнения. Область ограничена кривыми, вероятность выхода за которые составляет 5 %. Там же показана диаграмма остойчивости на тихой воде и средняя диаграмма на волнении.

Результаты расчета кривых обеспеченности динамических углов крена рыболовного сейнера длиной 30 м и водоизмещением 250 м³ при заданном внешнем моменте $M_{кр}$ приведены на рис VII.7. Там же помещены экспериментальные зависимости $p(\theta_0)$, построенные по гистограммам [12]. Сравнение кривых, полученных экспериментальным путем и с помощью расчетов на основе критерия согласия А. Н. Колмогорова, показывает хорошее согласование между ними.

Для случая качки сейнера на встречном волнении без хода при интенсивности волн 3—8 баллов были выполнены систематические расчеты остойчивости. Спектральную плотность волновых ординат вычисляли по формуле (V.126). Угол крена судна при динамическом воздействии кренящего момента на тихой воде по данным расчета составляет 27,3°.

Результаты расчетов, приведенные в табл. VII.1 и на рис. VII.8, количественно характеризуют влияние, которое оказывает волнение на значение восстанавлива-

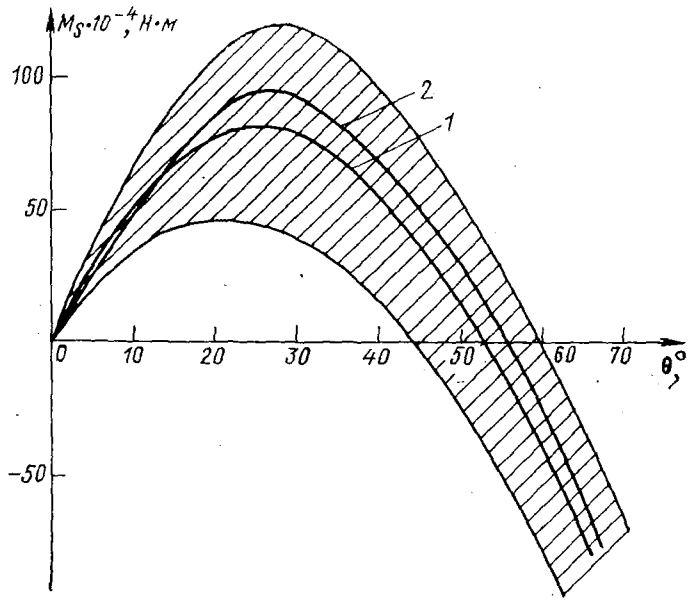


Рис. VII.6. Диаграмма остойчивости траулера на волнении.
1 — $M_s + \widetilde{\mathfrak{M}}$; 2 — M_s.

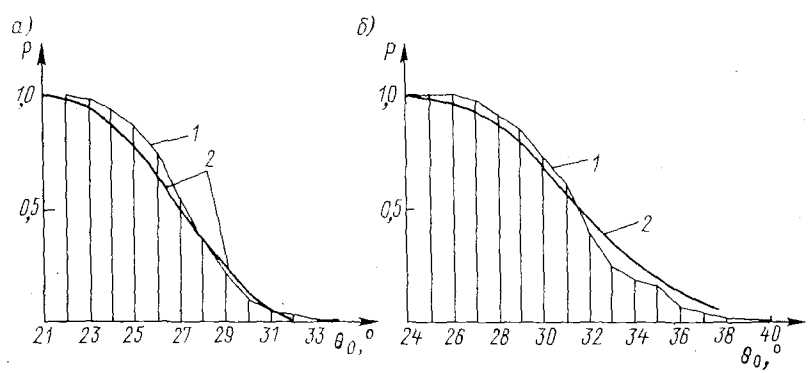


Рис. VII.7. Кривые обеспеченности динамических углов крена рыболовного сейнера: *а* — первый; *б* — второй вариант нагрузки.
1 — экспериментальные данные; *2* — результаты расчета.

Таблица VII.1. Результаты расчета характеристик остойчивости рыболовного сейнера длиной 30 м и водоизмещением 250 м³

Характеристика	Интенсивность волнения, баллы								
	3			4			5		
	θ, град								
	10	20	30	10	20	30	10	20	30
$\overline{\mathfrak{M}}\cdot 10^{-4}$, Н·м	1,026	—0,773	0,509	1,473	—0,657	0,707	1,904	—0,391	0,858
$D_{\mathfrak{M}}\cdot 10^{-8}$, (Н·м)²	5,010	19,088	20,350	10,944	39,867	41,049	19,450	70,851	74,565
$\overline{A}\cdot 10^{-4}$, Н·м	0,090	0,112	0,089	0,129	0,200	0,205	0,167	0,300	0,340
$D_A\cdot 10^{-8}$, (Н·м)²	0,038	0,962	1,570	0,084	1,257	2,497	0,149	1,774	3,945

Характеристика	Интенсивность волнения, баллы								
	6			7			8		
	θ, град								
	10	20	30	10	20	30	10	20	30
$\overline{\mathfrak{M}}\cdot 10^{-4}$, Н·м	2,032	—0,312	0,875	2,119	—0,306	0,843	2,219	—0,335	0,766
$D_{\mathfrak{M}}\cdot 10^{-8}$, (Н·м)²	26,494	94,735	102,458	30,925	109,060	120,038	33,987	119,974	134,433
$\overline{A}\cdot 10^{-4}$, Н·м	0,178	0,328	0,378	0,185	0,344	0,391	0,194	0,359	0,397
$D_A\cdot 10^{-8}$, (Н·м)²	0,203	2,564	5,481	0,237	3,074	6,451	0,260	3,473	7,212

ющего момента судна. Как видно, с ростом интенсивности волн это влияние усиливается. Например, для восьмибалльного волнения при угле крена $\theta = 30°$ вычисленное условно через среднее квадратическое отклонение по правилу «трех сигм» наибольшее изменение восстанавливающего момента составит более 45 % его значения на тихой воде.

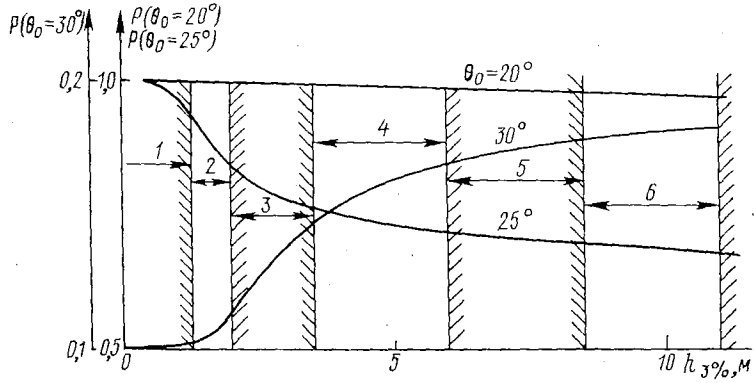


Рис. VII.8. Зависимость обеспеченности динамического угла крена от высоты волны при различной интенсивности волнения.

1 — 3 балла; *2* — 4 балла; *3* — 5 баллов; *4* — 6 баллов; *5* — 7 баллов; *6* — 8 баллов.

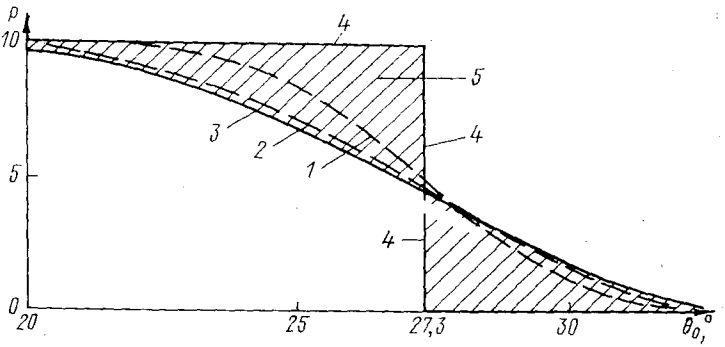


Рис. VII.9. Кривые обеспеченности динамических углов крена для различной интенсивности волнения.

1 — 4 балла; *2* — 6 баллов; *3* — 8 баллов; *4* — тихая вода; *5* — область расположения кривых обеспеченности на волнении.

На рис. VII.9 изображены кривые обеспеченности, относящиеся к данному расчету. Одна из них соответствует восьмибалльному волнению, другая является предельной формой кривой обеспеченности для случая плавания судна на тихой воде. В области, ограниченной этими кривыми, располагаются функции $p(\theta_0)$ для волнения интенсивностью от 3 до 7 баллов.

Зависимости, приведенные на рис. VII.6—VII.9, наглядно демонстрируют существенное влияние волнения на поперечную остойчивость судов.

УСПОКОИТЕЛИ КАЧКИ

В Справочнике рассматриваются только такие успокоители качки, которые используют в практике мирового судостроения или имеют перспективу применения в ближайшие 15—20 лет.

В настоящее время применяют гравитационные успокоители качки, в которых стабилизирующий момент создается за счет веса перемещающегося груза, и гидродинамические, в которых стабилизирующий момент возникает под действием давления забортной воды. Успокоители обоих типов могут быть активными, т. е. снабженными системой автоматического регулирования и силовыми приводами, осуществляющими перемещение рабочего органа, и пассивными, т. е. лишенными этих устройств.

В успокоителях гравитационного типа в качестве рабочего органа, как правило, используют жидкость, поэтому их выполняют в виде успокоительных цистерн различных типов. Такие успокоители применяют только для умерения бортовой качки.

Пассивные гидродинамические успокоители в виде килей или неподвижных крыльев используют для умерения как бортовой, так и продольной (вертикальной и килевой) качки, а активные — в основном для умерения бортовой качки. Однако ведутся проектные проработки и экспериментальные исследования в направлении активизации гидродинамических успокоителей продольной качки.

§ 54. ПАССИВНЫЕ U-ОБРАЗНЫЕ ЦИСТЕРНЫ (ЦИСТЕРНЫ ФРАМА 1-го РОДА)

Жидкость, заполняющая пассивную цистерну, представляет собой колебательную систему, поэтому совокупность судно—вода в цистерне является системой с двумя степенями свободы, свойства которой весьма существенно зависят от соотношения

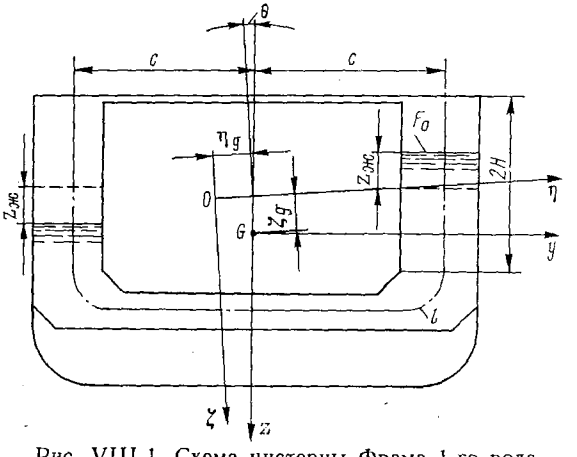


Рис. VIII.1. Схема цистерны Фрама 1-го рода.

парциальных частот, т. е. собственной частоты бортовой качки судна ω_θ и собственной частоты колебаний жидкости ω_z. Если отношение ω_z/ω_θ, называемое коэффициентом настройки, близко к единице, успокоительная цистерна должна быть отнесена к типу резонансно-настроенных, а при $\omega_z/\omega_\theta \approx 2{,}0 \div 3{,}0$ — к типу квазистатических.

Типичным представителем резонансно-настроенных является пассивная U-образная цистерна (цистерна Фрама 1-го рода, рис. VIII.1). Она представляет собой

U-образный сосуд с цилиндрическими боковыми ветвями, которые имеют оси, параллельные ДП судна. Эти ветви соединяются между собой в нижней части водяным, а в верхней — воздушным каналами, параллельными основной плоскости судна.

Основные характеристики U-образной цистерны следующие: F_0 — площадь зеркала воды в одной бортовой ветви; $2c$ — расстояние между осями бортовых ветвей; $2H$ — высота активного объема, т. е. высота бортовой ветви; $\gamma_ж$ — объемный вес стабилизирующей жидкости; $\varphi_{ст} = 2\gamma_ж F_0 cH/(Dh_0)$ — статическая характеристика, т. е. тот угол крена, который получило бы судно при статическом перетекании всей жидкости на один борт; μ_z — безразмерный коэффициент сопротивления колебаниям жидкости в цистерне.

Геометрия цистерны, т. е. положение ее относительно ЦТ судна, размеры и форма соединительного канала, определяются приведенной длиной цистерны

$$\lambda_п = \frac{1}{2}\int_l \frac{F_0}{F}\,dl,$$

криволинейным интегралом, характеризующим связь парциальных систем

$$b^2 = \int_l r \sin(\widehat{r,\ dl})\,dl,$$

полным объемом жидкости в цистерне

$$V_ж = \int_l F\,dl.$$

Здесь l — длина средней линии; F — площадь живого сечения потока, перпендикулярного к направлению линии в данной точке; dl — элемент средней линии, проходящей через ЦТ сечений цистерны; r — радиус-вектор, проведенный из ЦТ судна в данную точку цистерны. Величины $\lambda_п$, b^2 и $V_ж$ рассчитывают путем численного интегрирования в виде таблицы, подобной табл. VIII.1. Схема определения входящих в таблицу величин ясна из рис. VIII.2.

Зная значения $\lambda_п$ и b^2, можно вычислить следующие характеристики цистерны: приведенную массу жидкости

$$M_ж = 2\gamma_ж F_0 \lambda_п / g, \qquad \text{(VIII.1)}$$

Таблица VIII.1. **Схема вычисления значений $\lambda_п$, b^2 и $V_ж$ для U-образных цистерн**

Величина	Номер сечения											Σ	Поправка, равная $\frac{(1)+(10)}{2}$	$\Sigma_{испр}$
	0 (свободная поверхность)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
Высота сечения														
Ширина сечения														
F														
F_0/F														
$r \sin(\widehat{r,\ dl})$														
$V_ж = 2\Delta l \Sigma_{испр} F$														
$\lambda_п = \Delta l \Sigma_{испр} \frac{F_0}{F}$														
$b^2 = 2\Delta l\, \Sigma_{испр} r \sin(\widehat{r,\ dl})$														

собственную частоту колебаний жидкости

$$\omega_z = \sqrt{g/\lambda_п}, \qquad (VIII.2)$$

статическую характеристику успокоителя

$$\varphi_{ст} = 2\gamma_ж F_0 c H/(D h_0), \qquad (VIII.3)$$

динамическую поправку

$$\varphi_d = \gamma_ж F_0 H b^2 \omega_\theta^2/(g D h_0). \qquad (VIII.4)$$

При выборе элементов U-образных цистерн необходимо добиваться выполнения условий

$$\omega_z \approx \omega_\theta; \quad 2^\circ \leqslant \varphi_{ст} \leqslant 3{,}5^\circ; \quad \varphi_d \leqslant 0{,}25\varphi_{ст}. \qquad (VIII.5)$$

Выполнение 1-го условия достигают путем изменения размеров соединительного канала (при увеличении площадей F значение ω_z возрастает); выполнение 2-го

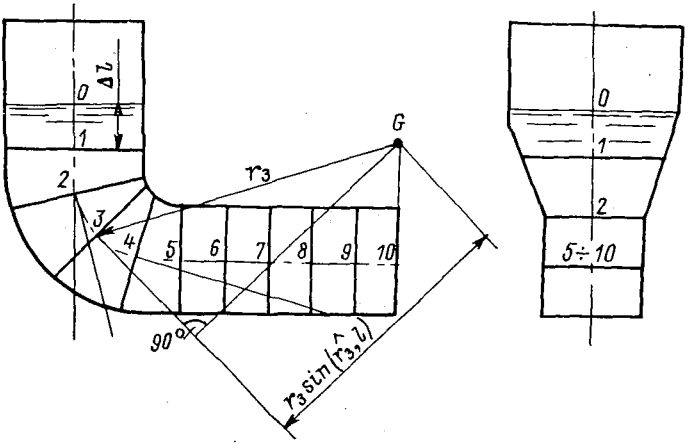


Рис. VIII.2. К расчету величин $\lambda_п$, b^2 и $V_ж$.

условия — путем изменения площади зеркала воды в бортовых ветвях, а выполнение 3-го условия — путем изменения положения цистерны по высоте (при подъеме цистерны значение φ_d уменьшается).

Бортовая качка судна и колебания жидкости в цистерне при решении задачи в линейной постановке описываются следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &\ddot\theta + 2\nu_\theta\dot\theta + \omega_\theta^2\theta - \alpha z_ж - \beta\ddot z_ж = \varkappa_\theta\omega_\theta^2\alpha_0 \sin\omega_к t; \\ &\ddot z_ж + 2\nu_z\dot z_ж + \omega_z^2 z_ж - c\omega_z^2\theta - b_1\ddot\theta = \frac{c}{\lambda_п}\ddot\eta_g, \end{aligned}\right\} \qquad (VIII.6)$$

где ν_θ — относительный коэффициент сопротивления бортовой качке судна с «замороженной» (т. е. неподвижной) жидкостью в цистерне;

$$\alpha = 2\gamma_ж F_0 c\omega_\theta^2/(D h_0); \qquad (VIII.7)$$

$z_ж$ — перемещение жидкости относительно судна на оси бортовой ветви;

$$\beta = \gamma_ж F_0 b^2\omega_\theta^2/(g D h_0); \qquad (VIII.7а)$$

ω_θ — собственная частота бортовой качки судна с «замороженной» жидкостью в цистерне; $\varkappa_\theta\alpha_0$ — амплитуда редуцированного угла волнового склона; $\omega_к$ — частота встречи судна с волной; $\nu_z = \mu_z\omega_z$ — относительный коэффициент сопротивления колебаниям жидкости в цистерне;

$$b_1 = b^2/\lambda_п; \qquad (VIII.7б)$$

$\ddot{\eta}_g$ — ускорение ЦТ судна при его горизонтально-поперечных колебаниях. Значения $\ddot{\eta}_g$; ω_θ; $\omega_к$; $\varkappa_\theta\alpha_0$ следует принимать такими же, как для судна, не имеющего успокоителя (см. гл. III второго раздела). При выполнении приближенных расчетов можно полагать $\ddot{\eta}_g = 0$.

Система (VIII.6) легко решается с помощью ЭВМ. При выполнении расчетов «вручную» решение системы может быть представлено в виде

$$\theta = \theta_0 \sin\left(\omega_к t - \varepsilon_\theta^*\right); \quad z_ж = z_0 \sin\left(\omega_к t - \varepsilon_z^*\right). \tag{VIII.8}$$

Здесь

$$\theta_0 = \alpha_0 \sqrt{\frac{M_0^2 + N_0^2}{C_0^2 + D_0^2}}; \quad z_0 = \zeta_A \sqrt{\frac{M_1^2 + N_1^2}{C_0^2 + D_0^2}}; \tag{VIII.9}$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon_\theta^* = \frac{M_0 D_0 - N_0 C_0}{M_0 C_0 + N_0 D_0}; \quad \operatorname{tg} \varepsilon_z^* = \frac{M_1 D_0 - N_1 C_0}{M_1 C_0 + N_1 D_0}, \tag{VIII.10}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
M_0 &= \varkappa_\theta \omega_\theta^2 \left(\omega_z^2 - \omega_к^2\right) + \left(\alpha - \beta\omega_к^2\right) \frac{gc}{\lambda_п} \frac{\omega_к^2}{\omega^2} \frac{\eta_{g0}}{\zeta_A} \cos \varepsilon_\eta^*;\\
N_0 &= \varkappa_\theta \omega_\theta^2 \cdot 2\nu_z \omega_к - \left(\alpha - \beta\omega_к^2\right) \frac{gc}{\lambda_п} \frac{\omega_к^2}{\omega^2} \frac{\eta_{g0}}{\zeta_A} \sin \varepsilon_\eta^*;\\
C_0 &= \left(\omega_\theta^2 - \omega_к^2\right)\left(\omega_z^2 - \omega_к^2\right) - \left(\alpha - \beta\omega_к^2\right)\left(c\omega_z^2 - b_1\omega_к^2\right) -\\
&\quad - 2\nu_\theta \omega_к \cdot 2\nu_z \omega_к;\\
D_0 &= 2\nu_\theta \omega_к \left(\omega_z^2 - \omega_к^2\right) + 2\nu_z \omega_к \left(\omega_\theta^2 - \omega_к^2\right);\\
M_1 &= \left(\omega_\theta^2 - \omega_к^2\right) \frac{c}{\lambda_п} \omega_к^2 \frac{\eta_{g0}}{\zeta_A} \cos \varepsilon_\eta^* + 2\nu_\theta \omega_к^3 \frac{c}{\lambda_п} \frac{\eta_{g0}}{\zeta_A} \sin \varepsilon_\eta^* +\\
&\quad + \left(c\omega_z^2 - b_1\omega_к^2\right) \varkappa_\theta \frac{\omega_\theta^2 \omega^2}{g};\\
N_1 &= 2\nu_\theta \omega^3 \frac{c}{\lambda_п} \frac{\eta_{g0}}{\zeta_A} \cos \varepsilon_\eta^* + \left(\omega_\theta^2 - \omega_к^2\right) \frac{c}{\lambda_п} \omega_к^2 \frac{\eta_{g0}}{\zeta_A} \sin \varepsilon_\eta^*.
\end{aligned}\right\} \tag{VIII.11}$$

При определении АЧХ горизонтально-поперечных колебаний η_{g0}/ζ_A и фазы их по отношению к углу волнового склона ε_η^* надо руководствоваться данными гл. III. Для приближенных расчетов влиянием этого вида колебаний на работу успокоительных цистерн можно пренебречь, принимая в выражениях (VIII.11) $\eta_{g0}/\zeta_A = 0$.

Приведенные формулы позволяют определить амплитуды бортовой качки и колебаний жидкости в цистерне при движении судна любым курсом к регулярной волне. Величина

$$\left(\frac{\theta_0}{\alpha_0}\right)^2 = \frac{M_0^2 + N_0^2}{C_0^2 + D_0^2} = |\Phi_{\alpha\theta}|^2 \tag{VIII.12}$$

может рассматриваться, как квадрат АЧХ (модуля передаточной функции) бортовой качки по отношению к углу волнового склона, а величина

$$\left(\frac{z_0}{\zeta_A}\right)^2 = \frac{M_1^2 + N_1^2}{C_0^2 + D_0^2} = |\Phi_{\zeta z_ж}|^2 \tag{VIII.13}$$

как квадрат АЧХ (модуля передаточной функции) колебаний жидкости по отношению к ординате волны. Зная эти величины, можно по способу, описанному в гл. V, рассчитать качку судна, снабженного цистерной, на нерегулярном волнении. Нелинейность демпфирования бортовой качки, заданная зависимостью $\nu_\theta = f(\theta_0)$ или $\nu_\theta = f(\theta_0)$, может быть учтена методом статистической линеаризации так же, как для судна, не имеющего успокоителя.

Следует отметить, что колебания жидкости в цистерне могут вносить дополнительные нелинейности в уравнения движения за счет нелинейной зависимости вну-

треннего демпфирования жидкости от скорости ее перемещения и в связи с нелинейностью стабилизирующего момента при достижении жидкостью крыши цистерны. Эти нелинейности здесь рассматриваться не будут. Необходимо лишь иметь в виду, что последняя из них имеет существенное значение в том случае, когда амплитуды колебаний жидкости 3 %-ной обеспеченности превышают полувысоту активного объема цистерн. Поэтому высоту бортовых ветвей цистерны целесообразно выбирать из условия

$$H \geqslant (z_0)_{3\,\%}. \qquad \text{(VIII.14)}$$

АЧХ бортовой качки судна, снабженного закрытой U-образной цистерной, имеют вид, показанный на рис. VIII.3. Если цистерна настроена в резонанс, т. е. $\omega_z = \omega_\theta$, она весьма эффективно умеряет качку при резонансных частотах возмущения, когда колебания жидкости отстают на $\pi/2$ от колебаний судна $(\varepsilon_\theta^* \approx \pi/2;\ \varepsilon_z^* \approx \pi)$. Однако при частотах, отличных от резонансных, благоприятное соотношение фаз нарушается, вследствие чего появляются два «горба», при которых амплитуды качки становятся больше, чем у судна, не имеющего успокоителя. Уменьшение внутреннего демпфирования цистерны или увеличение ее статической характеристики повышает эффективность умерения качки при резонансе, но одновременно приводит к возрастанию «горбов». Поэтому цистерна, предназначенная для работы в широком спектре возмущений, должна иметь умеренное внутреннее демпфирование ($\mu_z = 0{,}20 \div 0{,}25$), а статическая характеристика ее не должна превышать 3,5°. Оптимальные характеристики цистерны могут быть выбраны после расчета нескольких вариантов и анализа полученных результатов.

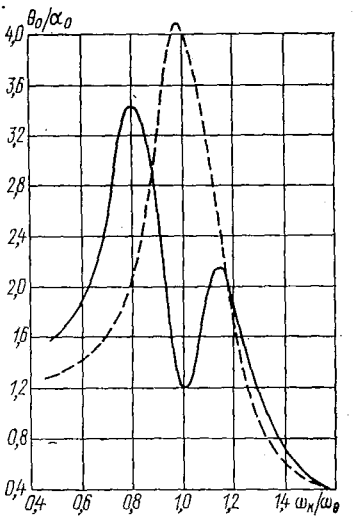


Рис. VIII.3. Типичная АЧХ бортовой качки судна, снабженного U-образной цистерной.
— — — цистерна не работает;
——— цистерна работает.

Существенным недостатком U-образных цистерн является трудность изменения в процессе эксплуатации судна площади соединительного канала, а следовательно, и собственной частоты колебаний жидкости ω_z. Поэтому такие цистерны целесообразно применять на судах, собственная частота бортовой качки которых ω_θ при различных условиях нагрузки изменяется в сравнительно узких пределах.

§ 55. УСПОКОИТЕЛЬНЫЕ ЦИСТЕРНЫ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ В СОЕДИНИТЕЛЬНОМ КАНАЛЕ (ТИПА «ФЛЮМ» И «УЛЬСТАЙН»)

Цистерны типа «Флюм» относятся к резонансно-настроенным. Характерной особенностью их является соединительный канал, у которого высота та же, что и у бортовых ветвей. Цистерна и канал частично заполняют жидкостью, поэтому в них имеется свободная поверхность. Поскольку изменение уровня налива жидкости меняет площадь сечения соединительного канала, частота свободных колебаний жидкости ω_z может колебаться в значительно более широких пределах, чем в U-образных цистернах. Цистерны со свободной поверхностью в соединительном канале имеют различные конструктивные разновидности, две из которых показаны на рис. VIII.4.

Приведенная длина таких цистерн может быть вычислена по формуле

$$\lambda_п = l_0 + \frac{F_0}{H_ж}\left(\frac{l_к}{b_к} + \frac{l_с}{2b_с}\right), \qquad \text{(VIII.15)}$$

где l_0 — длина бортовой ветви, которая может быть принята равной глубине налива жидкости $H_ж$; F_0 — площадь свободной поверхности в одной бортовой ветви; $l_к$ —

длина одной ветви соединительного канала (от бортовой цистерны до средней); $b_к$ — ширина соединительного канала; $l_с$ — длина средней цистерны (в направлении перетекания жидкости); $b_с$ — ширина средней цистерны.

Для цистерн, не имеющих средней цистерны, $l_с$ равна нулю, а $l_к$ равна расстоянию между внутренней стенкой бортовой ветви цистерны и ДП судна. В остальном расчет цистерн этого типа может производиться так же, как закрытых U-образных цистерн.

Цистерны типа «Ульстайн» были запатентованы в 1974 г. в Норвегии [111]. Отличительными особенностями их являются призматическая форма и наличие нескольких перфорированных переборок, служащих для увеличения внутреннего

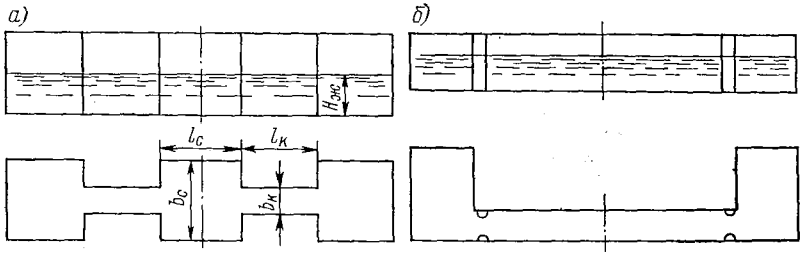


Рис. VIII.4. Схемы цистерн типа «Флюм»: *а* — со средней расширительной цистерной; *б* — без расширительной цистерны.

демпфирования жидкости. Вследствие непрямостенности цистерны площадь свободной поверхности, а следовательно, и собственная частота колебаний жидкости, зависят от амплитуды колебаний, что вносит дополнительную нелинейность в систему уравнений, описывающих поведение системы судно—цистерна. Поэтому наиболее надежным способом оценки эффективности успокоителя этого типа является определение создаваемых им моментов на специальном стенде, описанном в гл. IX второго раздела. При выполнении приближенных расчетов эту цистерну можно рассматривать как цистерну типа «Флюм», используя для вычисления частоты колебаний жидкости площадь свободной поверхности F_0 в среднем (равновесном) положении.

§ 56. ОТКРЫТЫЕ РЕЗОНАНСНО-НАСТРОЕННЫЕ ЦИСТЕРНЫ (ЦИСТЕРНЫ ФРАМА 2-го РОДА)

Схема устройства открытых резонансно-настроенных цистерн показана на рис. VIII.5. В успокоителях этого типа отсутствует водяной канал, а бортовые ветви системой отверстий сообщаются с забортной водой. Теоретическое исследование действия успокоителей этого типа содержится в [3, 64, 116]. Поскольку кинетическая энергия вытекающей из цистерны воды не переходит в потенциальную, а рассеивается в забортной воде, при составлении уравнений движения системы судно—открытые цистерны схема Лагранжа, строго говоря, неприменима, однако ввиду постоянства массы воды, одновременно находящейся в обеих цистернах, при выводе уравнений движения эта схема использована во всех перечисленных выше исследованиях. Уравнения движения системы судно—цистерны 2-го рода выведены при следующих допущениях: орбитальное движение ЦТ судна не учитывается; углы крена судна считаются малыми; количество воды в обеих цистернах считается постоянным, а инерция ее не учитывается; расход воды через забортные отверстия принимается пропорциональным высоте напора воды. Последнее допущение обеспечивает линейность уравнения движения воды в цистернах.

В работе [3] введена в рассмотрение безразмерная функция истечения через забортные отверстия

$$a = f v_1/(F_0 \omega_\theta), \qquad \text{(VIII.16)}$$

где f — суммарная площадь отверстий, сообщающих цистерны одного борта с забортной водой; F_0 — площадь свободной поверхности воды в цистерне одного борта

при $\theta = 0$; ν_1 — осредненный коэффициент истечения, зависящий от особенностей отверстия.

При $a = \text{const}$ движение системы судно—цистерна 2-го рода описывается системой уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\theta} + 2\nu_\theta\dot{\theta} + \omega_\theta^2\theta + \frac{\omega_\theta^2}{c}k^2 z_ж = \omega_\theta^2 \varkappa_\theta \alpha_0 \sin\omega_к t; \\ &\ddot{z}_ж + a\omega_\theta z + a\omega_\theta c\theta = a\omega_\theta c\varkappa_\theta\alpha_0 \sin\omega_к t. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.17)}$$

Здесь ω_θ — частота свободных колебаний судна с бездействующими цистернами; c — отстояние ЦТ площади свободной поверхности воды в бортовой ветви от ДП

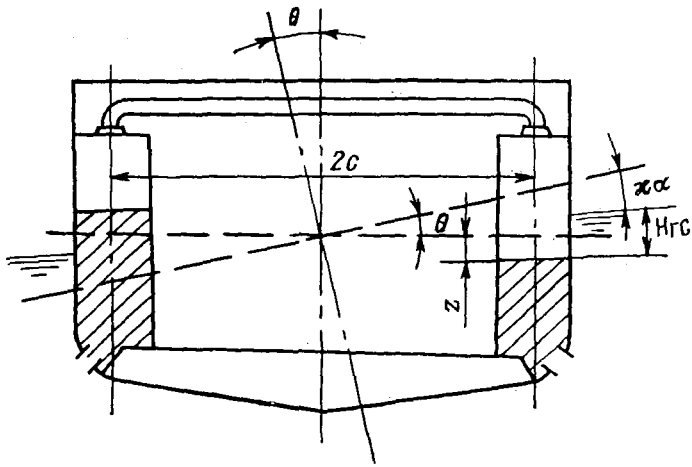


Рис. VIII.5. Схема цистерны Фрама 2-го рода.

судна; $k^2 = \Delta h/h_0$, где Δh — уменьшение метацентрической высоты вследствие влияния свободной поверхности воды в успокоительных цистернах; h_0 — начальная поперечная метацентрическая высота судна без учета влияния свободной поверхности воды в успокоительных цистернах.

Решая систему (VIII.17), получаем следующие выражения АЧХ бортовой качки судна и колебаний жидкости в цистерне по отношению к углу волнового склона:

$$\frac{\theta_0}{\alpha_0} = \varkappa_\theta \sqrt{\frac{\sigma^2 + a^2(1-k^2)^2}{\sigma^2(1+2\mu_\theta - \sigma^2)^2 + [a(1-\sigma^2-k^2) - 2\mu_\theta\sigma^2]^2}}; \qquad \text{(VIII.18)}$$

$$\frac{z_0}{\alpha_0} = \varkappa_\theta c \sqrt{\frac{a^2\sigma^2(\sigma^2 + 4\mu_\theta^2)}{\sigma^2(1+2\mu_\theta a - \sigma^2)^2 + [a(1-\sigma^2-k^2) - 2\mu_\theta\sigma^2]^2}}, \qquad \text{(VIII.19)}$$

где $\sigma = \omega_к/\omega_\theta$, $\mu_\theta = \nu_\theta/\omega_\theta$.

Однако экспериментальные исследования, выполненные Г. М. Хорошанским, показали, что безразмерная функция истечения a не является постоянной, а существенно зависит от напора жидкости, т. е. от амплитуды ее колебаний z_0. В связи с этим при расчете качки судна, снабженного цистерной 2-го рода, в формулы (VIII.18) и (VIII.19) следует подставлять величину a, вычисленную не по формуле (VIII.16), а по выражению

$$a = \frac{3\pi g\mu_1^2}{4z_0\omega_\theta^2}\left(\frac{f}{F_0}\right)^2, \qquad \text{(VIII.20)}$$

в котором μ_1 — коэффициент, определяемый по графику, приведенному на рис. VIII.6. Исследования Г. М. Хорошанского показали также, что для того чтобы

цистерны 2-го рода работали как резонансно-настроенные, т. е. чтобы сдвиг фаз между колебаниями судна и жидкости равнялся примерно $\pi/2$, относительная площадь отверстий f/F_0 должна составлять приблизительно 0,1.

Поскольку величина a зависит от z_0, расчет по формулам (VIII.18)—(VIII.20) следует производить методом последовательных приближений. При расчете качки на нерегулярном волнении судна, снабженного цистерной 2-го рода, необходимо сначала, задавшись крутизной волн во всем исследуемом диапазоне частот (или определив ее по спектру), найти методом последовательных приближений АЧХ бортовой качки и колебаний жидкости, которые и использовать в качестве модулей передаточных функций этих процессов (по отношению к углу волнового склона).

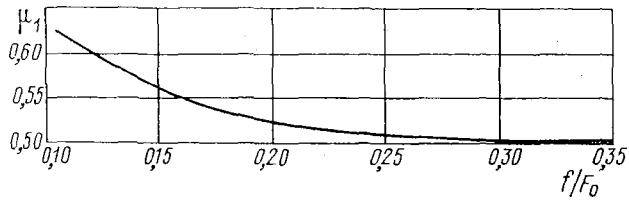


Рис. VIII.6. Зависимость коэффициента μ_1 от относительной площади отверстий.

В связи с тем что жидкость, вытекающая из цистерны 2-го рода, безвозвратно рассеивает энергию, приобретенную ею при движении вместе с судном, потеря энергии должна быть уравновешена работой сил сопротивления движению судна. Если считать, что активный объем цистерны F_0z_0 полностью замещается за половину периода свободных колебаний, то на основании теоремы об изменении кинетической энергии имеем

$$\frac{2\gamma F_0 z_0 v^2}{g\tau_\theta} = \Delta R v, \qquad \text{(VIII.21)}$$

где ΔR — приращение буксировочного сопротивления; v — скорость судна.

Добавочная мощность, необходимая для поддержания заданной скорости при наличии цистерны 2-го рода, определяется формулой

$$\Delta N = \frac{2\gamma F_0 z_0 v^2}{100\tau_\theta \eta}. \qquad \text{(VIII.22)}$$

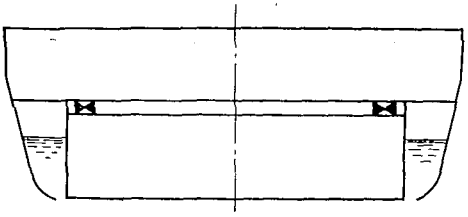
Здесь η — пропульсивный коэффициент.

При равных активных объемах F_0z_0 цистерны Фрама 1-го и 2-го рода, а также цистерны типа «Флюм» и «Ульстайн» обладают практически одинаковой эффективностью, поэтому выбор того или иного типа должен производиться применительно к конкретному судну с учетом описанных выше особенностей каждого из них.

§ 57. ЦИСТЕРНЫ, ВОЗДЕЙСТВУЮЩИЕ НА НАЧАЛЬНУЮ ОСТОЙЧИВОСТЬ СУДНА

Если изменять настройку цистерн, увеличивая отношение ω_z/ω_θ, то АЧХ бортовой качки, показанная на рис. VIII.3, существенно видоизменится: низкочастотный «горб» будет возрастать и смещаться влево, а высокочастотный — уменьшаться и смещаться вправо. При $\omega_z/\omega_\theta = 2{,}0 \div 3{,}0$ во всем реальном диапазоне частот возмущения жидкость в цистерне будет вести себя статически, т. е. поверхность ее при качке на волнении будет составлять с горизонтальной плоскостью угол, близкий к эффективному углу волнового склона в ЦТ судна. Установка таких цистерн на судне равносильна уменьшению начальной остойчивости, поэтому АЧХ его бортовой качки имеет практически такой же вид, как для судна, не имеющего успокоительных цистерн, но обладающего меньшей частотой свободных колебаний и большим демпфированием. Благодаря указанным свойствам эти цистерны называются квазистатическими или цистернами, воздействующими на начальную остойчивость судна.

Такие цистерны могут выполняться в различных конструктивных вариантах. На рис. VIII.7 показана открытая квазистатическая цистерна, предложенная Г. А. Фирсовым и Г. М. Хорошанским [100]. Успокоитель состоит из двух бортовых цистерн, соединяющихся в верхней части с помощью воздушного канала между собой, а в нижней части — системой больших вырезов с забортной водой. Если крыша цистерны находится ниже плоскости ватерлинии, верхние части бортовых цистерн и соединительный канал заполняются сжатым воздухом низкого давления. Рабочая высота заполнения бортовых ветвей выбирается таким образом, чтобы при повороте на некоторый угол, называемый углом выключения, свободная поверхность достигала крыши цистерны и начинала резко сокращаться. Необходимо также, чтобы при углах, меньших угла выключения, воздух не выходил через днищевые отверстия.



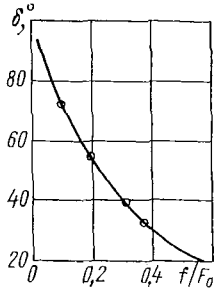


Рис. VIII.7. Схема открытой квазистатической цистерны.

Рис. VIII.8. Зависимость сдвига фаз между колебаниями судна и уровня жидкости в цистерне от относительной площади отверстий.

Расчет бортовой качки судна, снабженного квазистатическими цистернами, можно производить так же, как расчет качки судна с цистернами Фрама 2-го рода, учитывая лишь иное соотношение площадей f/F_0. На рис. VIII.8 показана полученная Г. М. Хорошанским зависимость сдвига фаз между колебаниями судна и уровня воды в цистерне от относительной площади забортных отверстий. Из рисунка видно, что для квазистатического режима работы цистерн необходимая относительная площадь отверстий f/F_0 должна составлять 0,5—0,6. Однако обеспечение такой площади отверстий может сопровождаться недопустимым снижением прочности корпуса. Поэтому отношение f/F_0, как правило, выбирают в пределах 0,15—0,2, при котором цистерны следует рассматривать как промежуточные между квазистатическими и цистернами Фрама 2-го рода. Расчет их можно производить способом, изложенным в предыдущем параграфе.

Для ориентировочной оценки бортовой качки судна, снабженного такой цистерной, согласно Г. М. Хорошанскому, может быть использован более простой способ: качку рассчитывают так же, как при отсутствии успокоителя (см. гл. III второго раздела), но собственную частоту бортовой качки судна с цистерной $\omega_{\theta ц}$ определяют по формуле

$$\omega_{\theta ц} = \omega_\theta \sqrt{\frac{h_0 - \Delta h \cos \delta}{h_0}}, \qquad \text{(VIII.23)}$$

а в безразмерный коэффициент демпфирования включают добавку $\Delta\mu_\theta$, учитывающую дополнительное сопротивление за счет втекания и вытекания жидкости и определяющуюся выражением

$$\Delta\mu_\theta = \frac{1}{4} \frac{\Delta h}{h_0} \sin 2\delta. \qquad \text{(VIII.24)}$$

Здесь Δh — поправка к метацентрической высоте за счет влияния свободной поверхности; δ — фазовый сдвиг, определяемый по графику, приведенному на рис. VIII.8.

На рис. VIII.9 показана другая разновидность квазистатической цистерны — многоярусная, предложенная А. В. Герасимовым, Н. Н. Родионовым, Д. Г. Соколовым, Г. А. Фирсовым и Г. М. Хорошанским. Успокоитель этого типа отличается сле-

дующими основными особенностями: в бортовых частях цистерны установлены платформы, делящие цистерну по высоте на несколько приблизительно равных ярусов. От каждой платформы вниз отходят переборки, не доходящие до нижележащего яруса. Платформы вместе с переборками образуют герметичные объемы, способные удерживать поданный в них сжатый воздух. Благодаря наличию воздушных подушек свободные поверхности создаются во всех ярусах. Как показывают экспериментальные данные, в отношении колебаний жидкость в многоярусной цистерне ведет себя

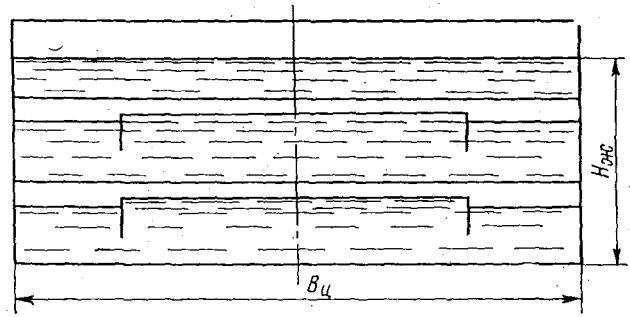


Рис. VIII.9. Схема многоярусной закрытой квазистатической цистерны.

как единое целое, поэтому собственный период ее колебаний τ_z зависит от общей высоты налива в средней части и может быть вычислен по формуле

$$\tau_z = 2\sqrt{\frac{\pi B_ц}{g\,\mathrm{th}\,\frac{\pi H_ж}{B}}}, \qquad \text{(VIII.25)}$$

где $B_ц$ — ширина цистерны (поперек судна); $H_ж$ — общая высота налива жидкости. Высоту переборок следует выбирать с таким расчетом, чтобы уровень воды не достигал платформы, а воздух не начинал выходить из цистерны при углах крена, меньших 5°. Площадь сечения f, обеспечивающая перетекание жидкости с борта на борт, должна составлять 15—20 % площади F_i свободной поверхности соответствующего яруса. Для ориентировочной оценки качки судна, снабженного многоярусной цистерной, могут использоваться формулы (VIII.23) и (VIII.24), в которых под величиной Δh следует понимать поправку к метацентрической высоте, создаваемую всеми ярусами свободной поверхности.

В более строгой постановке судно, снабженное многоярусной цистерной, надо рассматривать как систему с двумя степенями свободы, движение которой описывается следующей системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\theta} + 2\nu_\theta\dot{\theta} + \omega_\theta^2\theta - \alpha\varphi_ж - \beta\ddot{\varphi}_ж = \varkappa_\theta^2\omega_\theta^2\alpha_0\sin\omega_к t;\\ &\ddot{\varphi}_ж + 2\nu_\varphi\dot{\varphi}_ж + \bar{\omega}_\varphi^2 - a_1\theta - b_1\ddot{\theta} = -4\left(\mathrm{th}\frac{\pi H_ж}{B}\right)\ddot{\eta}g. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.26)}$$

Здесь

$$\alpha = \frac{\omega_\theta^2}{Dh_0}\sum_i \gamma_ц I_ц \frac{\mathrm{sh}\,\frac{\pi}{B}(H_ж - z_i)}{\mathrm{sh}\,\frac{\pi H_ж}{B}}\frac{B^2}{\pi^2}\left[\frac{2B}{\pi}\left(1 - \sin\frac{\pi B_{вн\,i}}{B} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{B_{вн\,i}}{2}\cos\frac{\pi B_{вн\,i}}{2B}\right)\right]; \qquad \text{(VIII.27)}$$

$\varphi_ж$ — угол поворота свободной поверхности верхнего яруса в ДП;

$$\beta = \frac{\omega_\theta^2}{Dh_0}\,\frac{2\gamma_ц L_ц B^3}{g\pi^3}\left[d + \frac{2B}{\pi}\,\frac{\operatorname{ch}\frac{\pi H_ж}{B} - 1}{\operatorname{sh}\frac{\pi H_ж}{B}}\right]; \qquad \text{(VIII.28)}$$

$$\bar{\omega}_\varphi^2 = \frac{4\pi g}{B^2}\sum_i\left(\frac{B - B_{вн\,i}}{2} + \frac{B}{2\pi}\sin\frac{\pi B_{вн\,i}}{B}\right)\frac{\operatorname{sh}^2\frac{\pi}{B}(H_ж - z_i)}{\operatorname{sh}\frac{2\pi H_ж}{B}}; \qquad \text{(VIII.29)}$$

$$\nu_\varphi = \mu_\varphi\bar{\omega}_\varphi; \qquad \text{(VIII.30)}$$

$$a_1 = \frac{2\pi g}{B^2\operatorname{ch}\frac{\pi H_ж}{B}}\sum_i \operatorname{sh}\frac{\pi}{B}(H_ж - z_i)\left[\frac{2B}{\pi}\left(1 - \sin\frac{\pi B_{вн\,i}}{2B}\right) + \frac{B_{вн\,i}}{2}\cos\frac{\pi B_{вн\,i}}{2B}\right]; \qquad \text{(VIII.31)}$$

$$b_1 = \frac{4\operatorname{th}\frac{\pi H_ж}{B}}{B}\left[d + \frac{2B}{\pi}\,\frac{\operatorname{ch}\frac{\pi H_ж}{B} - 1}{\operatorname{sh}\frac{\pi H_ж}{B}}\right], \qquad \text{(VIII.32)}$$

где i — количество ярусов; $B_{вн\,i}$ — расстояние между внутренними переборками, ограничивающими свободную поверхность i-го яруса (для верхней свободной поверхности $B_{вн} = 0$); $H_ж$ — общая глубина налива жидкости в средней части; z_i — расстояние свободной поверхности i-го яруса от верхней; $\gamma_ж$ — объемный вес жидкости, заполняющей цистерну; $L_ц$ — длина цистерны (вдоль судна); d — отстояние свободной поверхности верхнего яруса от ЦТ судна ($d > 0$, если ЦТ судна находится выше свободной поверхности); μ_φ — безразмерный коэффициент сопротивления колебаниям жидкости.

Следует отметить, что для уменьшения низкочастотного «горба» АЧХ бортовой качки судна, снабженного квазистатическими цистернами, необходимо большое внутреннее демпфирование ($\mu_\theta = 0{,}6 \div 0{,}8$), однако благодаря наличию платформ, переборок и воздушных труб это условие, как правило, выполняется и установки дополнительных демпфирующих устройств в цистернах не требуется.

Система (VIII.26) может быть решена на ЭВМ. При выполнении расчетов «вручную» АЧХ бортовой качки и угла поворота жидкости в цистерне (по отношению к углу волнового склона) определяются выражениями

$$\frac{\theta_0}{\alpha_0} = \sqrt{\frac{M_0^2 + N_0^2}{C_0^2 + D_0^2}}; \quad \frac{\varphi_0}{\alpha_0} = \sqrt{\frac{M_1^2 + N_1^2}{C_0^2 + D_0^2}}, \qquad \text{(VIII.33)}$$

где

$$M_0 = \varkappa_\theta\omega_\theta^2\left(\bar{\omega}_\varphi^2 - \omega_к^2\right) - \left(\alpha - \beta\omega_к^2\right)\frac{g\omega_к^2}{\omega^2}\,\frac{4\operatorname{th}\frac{\pi H_ж}{B}}{B}\left|\Phi_{\zeta\eta_g}\right|\cos\varepsilon_\eta^*; \qquad \text{(VIII.34)}$$

$$N_0 = \varkappa_\theta\omega_\theta^2\cdot 2\nu_\varphi\omega_к + \left(\alpha - \beta\omega_к^2\right)\frac{g\omega_к^2}{\omega^2}\,4\operatorname{th}\frac{\pi H_ж}{B}\left|\Phi_{\zeta\eta_g}\right|\sin\varepsilon_\eta^*; \qquad \text{(VIII.35)}$$

$$C_0 = \left(\omega_\theta^2 - \omega_к^2\right)\left(\bar{\omega}_\varphi^2 - \omega_к^2\right) - \left(\alpha - \beta\omega_к^2\right)\left(a_1 - b_1\omega_к^2\right) - 2\nu_\theta\omega_к\cdot 2\nu_\varphi\omega_к; \qquad \text{(VIII.36)}$$

$$D_0 = 2\nu_\theta\omega_к\left(\bar{\omega}_\varphi^2 - \omega_к^2\right)\cdot 2\nu_\varphi\omega_к\left(\omega_\theta^2 - \omega_к^2\right); \qquad \text{(VIII.37)}$$

$$M_1 = -\frac{g\omega_к^2}{\omega^2}\left(\omega_\theta^2 - \omega_к^2\right)\frac{4\,\mathrm{th}\,\frac{\pi H_ж}{B}}{B}\left|\Phi_{\zeta\eta_g}\right|\cos\varepsilon_\eta^* -$$

$$-2\nu_\theta\omega_к^3\frac{g}{\omega^2}\frac{4\,\mathrm{th}\,\frac{\pi H_ж}{B}}{B}\left|\Phi_{\zeta\eta_g}\right|\sin\varepsilon_\eta^* + \left(a_1 - b_1\omega_к^2\right)\varkappa_\theta\omega_\theta^2; \qquad \text{(VIII.38)}$$

$$N_1 = -2\nu_\theta\omega_к^3\frac{g}{\omega^2}\frac{4\,\mathrm{th}\,\frac{\pi H_ж}{B}}{B}\left|\Phi_{\zeta\eta_g}\right|\cos\varepsilon_\eta^* +$$

$$+\frac{g\omega_к^2}{\omega^2}\left(\omega_\theta^2 - \omega_к^2\right)\frac{4\,\mathrm{th}\,\frac{\pi H_ж}{B}}{B}\left|\Phi_{\zeta\eta_g}\right|\sin\varepsilon_\eta^*. \qquad \text{(VIII.39)}$$

Модуль передаточной функции горизонтальных поперечных колебаний $|\Phi_{\zeta\eta_g}|$ и фазу их по отношению к углу волнового склона следует принимать по результатам расчета качки судна, не имеющего успокоителя (см. гл. III второго раздела), а при выполнении приближенных расчетов можно допускать, что $|\Phi_{\zeta\eta_g}| = 0$.

Зависимости $\theta_0/\alpha_0 = f(\omega)$ и $\varphi_0/\alpha_0 = f(\omega)$ можно рассматривать как модули передаточных функций и использовать их для расчета колебаний судна и жидкости в цистерне на нерегулярном волнении. Нелинейность демпфирования бортовой качки учитывается методом статистической линеаризации зависимости $2\nu_\theta = f(\dot\theta_0)$ так же как для судна, не имеющего успокоителя.

Нелинейность уравнений из-за уменьшения стабилизирующего момента при достижении жидкостью крыши цистерны можно не учитывать, если угол выключения цистерны удовлетворяет условию

$$\varphi_{выкл} \geqslant (\varphi_0)_{3\,\%}, \qquad \text{(VIII.40)}$$

где $(\varphi_0)_{3\,\%}$ — амплитуда угла поворота верхнего яруса цистерны, соответствующая обеспеченности 3 %.

§ 58. АКТИВНЫЕ И ЧАСТИЧНО АКТИВИЗИРОВАННЫЕ ЦИСТЕРНЫ

Под активными понимают такие цистерны, в которых жидкость перемещается из одной бортовой ветви в другую с помощью активизатора (насоса переменной производительности, турбовоздуходувки и т. д.). Частично активизированными называют цистерны, снабженные управляемыми клапанами, перекрывающими воздушный канал и задерживающими жидкость в крайнем положении.

Активными или частично активизированными в настоящее время делают чаще всего закрытые цистерны Фрама.

Если жидкость в активной цистерне имеет некоторую свободу перемещения (например, при использовании в качестве активизатора турбовоздуходувки), движение системы судно—жидкость в цистерне без учета горизонтально-поперечных колебаний описывается системой уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\ddot\theta + 2\nu_\theta\dot\theta + \omega_\theta^2\theta - \alpha z_ж - \beta\ddot z_ж = \varkappa_\theta\omega_\theta^2\alpha_0\sin\omega_к t;\\ &\ddot z_ж + 2\nu_z\dot z_ж + \omega_z^2 z_ж - c\omega_z^2\theta - b_1\ddot\theta = a_a\sin\left(\omega_к t - \varepsilon\right).\end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.41)}$$

Здесь $a_a = A_a/M_ж$ — амплитуда удельной силы активизации [A_a — амплитуда силы, создаваемой активизатором; $M_ж$ — приведенная масса жидкости, определяемая выражением (VIII.1)]; ε — ее начальная фаза.

Если активизатор обеспечивает жесткую линейную связь между перемещением жидкости и движением рабочего органа активизатора (например, при использовании насосов переменной производительности), первое уравнение системы (VIII.41) остается без изменения, а второе заменяется на уравнение, описывающее связь между характеристиками движения жидкости и активизатора, например

$$\dot z_ж = R_н\psi_н, \qquad \text{(VIII.42)}$$

где $R_н$ — постоянная, определяемая конструкцией насоса; $\psi_н$ — угол поворота его лопастей.

Методы решения уравнений (VIII.41) и (VIII.42) подробно рассмотрены в работе [105].

Многочисленные расчеты, натурные и модельные эксперименты [129, 155] показали, что воздушная активизация цистерн не обеспечивает надежного перетекания жидкости в заданном законе. Насосы переменной производительности в принципе могут выполнять эту задачу, однако перемещение больших масс жидкости из одного крайнего положения в другое за сравнительно короткое время, равное полупериоду качки, и необходимость быстрого реверсирования насоса требует затраты огромной мощности, соизмеримой с мощностью главной установки. По указанным причинам активные успокоительные цистерны практического применения не получили.

В настоящее время большой интерес вызывают частично активизированные цистерны, которые работают в основном как пассивные и требуют лишь небольшой затраты мощности для управления разного рода клапанами или задвижками. Частично активизированные цистерны весьма разнообразны; ниже приводится описание некоторых их разновидностей.

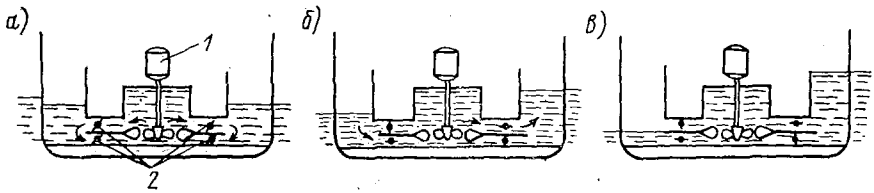


Рис. VIII.10. Схема активизированной цистерны с нереверсивным гребным винтом. *1* — электромотор; *2* — клапаны. Стрелками показано направление перетекания жидкости.

Успокоитель типа «Майер-форм» [113] представляет собой закрытую U-образную цистерну; соединительной водяной канал ее разделен непроницаемыми вертикальными перегородками на несколько параллельных каналов, которые могут перекрываться сплошными или перфорированными заслонками с отверстиями различных размеров. Сплошные заслонки меняют настройку цистерны. Для изменения демпфирования весь действующий водяной канал перекрывается перфорированной заслонкой с выбранными размерами отверстий. Успокоители такого типа установлены на нескольких судах, в том числе на советском океанографическом судне, построенном в Финляндии. Недостатком их является отсутствие четких рекомендаций по выбору вариантов перекрытия канала в условиях нерегулярного волнения.

На рис. VIII.10 показан успокоитель, описанный в работе [109]. Помимо двух бортовых ветвей успокоитель содержит среднюю цистерну, служащую дополнительным резервуаром. Посредине водяного канала находится нереверсивный гребной винт. Водяной канал специальной горизонтальной платформой делится на две части, каждая из которых справа и слева от винта может перекрываться специальным запорным клапаном. В нерабочем состоянии (рис. VIII.10, *а*) все клапаны занимают промежуточное положение и вода циркулирует из верхней части канала в нижнюю. При качке судна по сигналу от системы управления одна пара клапанов закрывается, а другая открывается, как показано на рис. VIII.10, *б* и *в*, и вода перетекает в заданном направлении, причем туда же устремляется вода из среднего резервуара, что увеличивает стабилизирующий момент. Управление клапанами производится таким образом, чтобы задерживать воду в крайнем положении. При этом стабилизирующий момент изменяется не по синусоидальному, а по трапецеидальному закону, что приводит к дальнейшему повышению эффективности успокоителя. Такие цистерны были испытаны на небольшом экспериментальном судне водоизмещением 60 т и показали хорошие результаты, однако сведений о применении их на больших судах нет.

Идея управления воздушными клапанами с целью задержки воды в крайнем положении воплощена и во многих других частично активизированных цистернах.

На рис. VIII.11 изображен успокоитель фирмы «Интеринг» (ФРГ), устанавливаемый на паромах, ледокольно-спасательных и других судах. Особенностью системы является возможность использования ее как в качестве противокреновой в процессе проведения погрузочно-разгрузочных работ, так и в качестве успокоительной при качке судна на волнении. В первом случае вода из одной бортовой ветви в другую перемещается с помощью сжатого воздуха, подаваемого компрессором в верхнюю

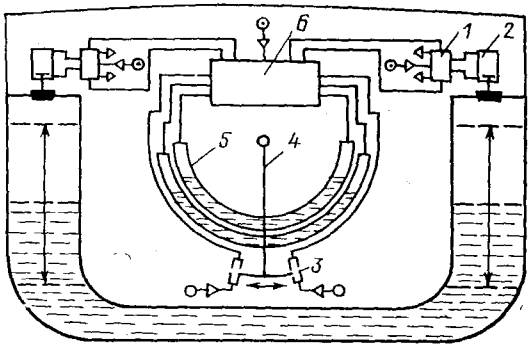


Рис. VIII.11. Схема успокоительной цистерны фирмы «Интеринг».

1 — главный клапан цилиндра; *2* — цилиндр с перепускным клапаном; *3* — воздушные насадки; *4* — маятник; *5* — мерительные трубки; *6* — жидкостной комплекс.

полость цистерны правого или левого борта. Перемещение воды с борта на борт происходит примерно за 3 мин, поэтому производительность компрессора невелика (20—60 м³/мин). Угол крена судна при этом контролируется с помощью маятника, перекрывающего одну из воздушных насадок, расположенных по его сторонам. Насадки управляют специальными клапанами, перекрывающими или пропускающими воздушный поток. При качке на волнении перемещение воды из одного крайнего положения в другое должно происходить значительно быстрее — за время, не превышающее половину периода качки судна, поэтому компрессор становится бесполезным и отключается. Цистерна работает как обычная пассивная, но в крайнем положении вода задерживается путем перекрытия воздушного канала большими клапанами, управляемыми пневматическими цилиндрами. Сигнал для управления клапанами вырабатывается в двух U-образных трубках, каждая из которых содержит около 1 л воды и работает как миниатюрная цистерна Фрама. В верхнюю часть трубок вмонтированы чувствительные жидкостные элементы, реагирующие на изменение давления в них. Этот сигнал через систему специальных усилителей подается на пневматические цилиндры. Система управления измеряет также скорость бортовой качки, а ЭВМ, установленная на борту судна, определяет оптимальный момент открытия и закрытия клапанов

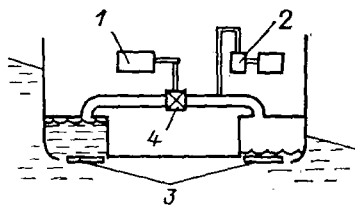


Рис. VIII.12. Схема открытой активной цистерны.

1 — блок управления; *2* — компрессор; *3* — отверстия, сообщающиеся с забортной водой; *4* — воздушный клапан

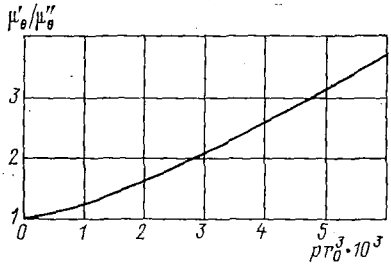
Натурные испытания цистерн этого типа, установленных на ледокольно-спасательном судне, показали [76], что успокоитель обеспечивает умерение бортовой качки примерно в 1,7 раза, т. е. обладает практически такой же эффективностью, что и хорошо спроектированные пассивные цистерны.

На рис. VIII.12 показана открытая активная цистерна. В воздушный канал, соединяющий бортовые ветви, от компрессора подается воздух низкого давления, и при отсутствии качки цистерны должны быть продуты. Клапаны, закрывающие днищевые отверстия, рассчитаны таким образом, чтобы при увеличении давления при качке судна, клапаны одного борта открывались и забортная вода поступала в цистерну. В необходимый момент перекрывается воздушный клапан и вода задерживается в крайнем положении. Успокоитель был испытан на модели и при отсутствии хода показал хорошие результаты [109]. Сведений о применении таких цистерн на судах не опубликовано.

Приведенный краткий обзор показывает, что даже частичная активизация лишает успокоительные цистерны их основного преимущества — простоты и надежности. Поэтому в настоящее время активные цистерны широкого распространения не получили.

§ 59. ПАССИВНЫЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ УСПОКОИТЕЛИ БОРТОВОЙ КАЧКИ

Наиболее распространенным и простым успокоителем качки, устанавливаемым практически на всех судах, кроме судов ледового плавания, являются скуловые (бортовые) кили. Они представляют собой пластины предельно малого удлинения, для которых отношение высоты киля $b_к$ к его длине $l_к$ колеблется в пределах 0,01—0,02, устанавливаемые на скуле судна по линиям тока. Стабилизирующий момент создается килями в основном за счет силы сопротивления при отрывном обтекании



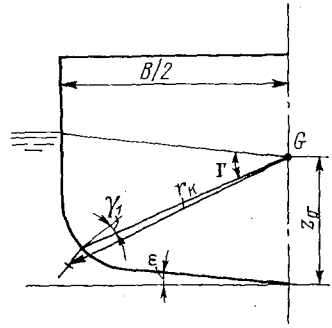


Рис. VIII.13. Влияние скуловых килей на демпфирование бортовой качки судов с большими отношениями B/T.

μ'_θ — коэффициент демпфирования судна с килями; μ''_θ — то же без килей.

Рис. VIII.14. К определению коэффициента демпфирования бортовой качки, создаваемого скуловым килем.

их в плоскости шпангоута, поэтому амплитуда момента мало зависит от скорости судна. Расположение килей в зоне пограничного слоя, а также влияние их на распределение давлений по корпусу судна затрудняет разработку чисто теоретического метода расчета стабилизирующего момента, создаваемого килями. Поэтому все существующие методы основываются на результатах модельных испытаний и являются полуэмпирическими. Скуловые кили несколько увеличивают присоединенный момент инерции λ_{44}, однако основное назначение их — увеличение коэффициента демпфирования μ_{44}. Для вычисления надбавки к безразмерному коэффициенту демпфирования $\Delta\mu_\theta$ за счет скуловых килей, установленных на судах со сравнительно острыми обводами, могут быть рекомендованы формулы Н. А. Николаева

$$\Delta\mu_\theta = 10S_к/(LB), \qquad \text{(VIII.43)}$$

где $S_к$ — суммарная площадь килей (на оба борта), и А. Н. Шмырева

$$\Delta\mu_\theta = \frac{\pi S_к r_к^2}{D h_0 \tau_\theta}\left(0{,}55\,\frac{\theta_0 r_к}{\tau_\theta} + 0{,}015v + 0{,}005\,\frac{b_к}{\sqrt{t_к}}\right), \qquad \text{(VIII.44)}$$

где $r_к$ — расстояние от середины высоты киля до продольной оси, проходящей через ЦТ судна, измеренное в плоскости мидель-шпангоута; θ_0 — амплитуда бортовой качки; v — скорость судна; $t_к$ — углубление киля под поверхностью воды. Суммарный коэффициент демпфирования для судов этого типа определила В. А. Моренштильдт при испытании серии моделей с широким диапазоном изменения относительной площади килей и характеристик судна [см. формулу (III.23)].

Влияние скуловых килей на демпфирование для корпусов с полными обводами и большими отношениями B/T, характерными для судов внутреннего плавания и судов типа река—море, может быть определено по графику, приведенному на рис. VIII.13 [1], на котором по оси ординат отложено отношение коэффициентов μ_θ судов с килями и без килей, а по оси абсцисс — величина $pr_0^3 \cdot 10^3$, где $p = S_к/(LB)$; $r_0 = r_к/B$.

Систематизированные исследования сил, возникающих на скуловых килях, и стабилизирующего момента, были проведены О. Г. Шипуковым [104].

Исследования демпфирования, создаваемого скуловыми килями, проводились японскими специалистами [119]. Согласно их данным, сопротивление скуловых килей является квадратичной функцией амплитуды качки. После линеаризации ее из условия равенства работ при линейном и квадратичном законах сопротивления была выведена следующая формула для добавки к линеаризированному размерному коэффициенту демпфирования B_{44}, полученной за счет установки одного скулового киля:

$$\Delta B_{44} = \frac{1}{\pi^3} \rho l_к b_к r_к^3 \omega \theta_0 F^\alpha B' C_n C_к C_2 C_0, \qquad \text{(VIII.45)}$$

где F, α, B', C_n, $C_к$, C_2, C_0 — эмпирические коэффициенты, определяемые по следующим формулам.

$$F = \frac{3{,}13 r_к \theta_0}{\tau_\theta \sqrt{g b_к}} \Gamma^{1,7}, \qquad \text{(VIII.46)}$$

где Γ — угол, показанный на рис. VIII.14.

$$\alpha = 0{,}6 - 2{,}03 \exp(-25\xi). \qquad \text{(VIII.47)}$$

Здесь

$$\xi = b_к/(r_к \Gamma^{0,75}). \qquad \text{(VIII.48)}$$

$$B' = \cos\gamma_1 + \frac{s}{2 b_к r_к} [q + p_0 - (p_0 - p_1) f(\lambda_1)], \qquad \text{(VIII.49)}$$

где γ_1 — угол, показанный на рис. VIII.14; s — длина дуги от корня киля до ватерлинии;

$$q = \left[\frac{B}{2} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varepsilon}{2}\right) + F_1 - z_g\right] \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varepsilon}{2}\right); \qquad \text{(VIII.50)}$$

ε — угол килеватости днища модели;

$$F_1 = B \operatorname{tg} \varepsilon/2; \qquad \text{(VIII.51)}$$

$$p_0 = z_g - \frac{T}{3} - \frac{2}{3} F_1; \qquad \text{(VIII.52)}$$

$$p_1 = 0{,}88 \left\{z_g - T - 0{,}54 \left[\frac{B}{2} - (T - F_1) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varepsilon}{2}\right)\right]\right\}; \qquad \text{(VIII.53)}$$

$$f(\lambda_1) = \frac{1{,}34 \sin \dfrac{\pi\lambda_1}{3{,}6}}{1 + 0{,}162 \sin\left[\dfrac{\pi}{1{,}8}(\lambda_1 - 0{,}9)\right]}; \qquad \text{(VIII.54)}$$

$$\lambda_1 = \frac{R}{T - \dfrac{F_1}{B}(B - 2R)} \qquad \text{(VIII.55)}$$

(R — радиус закругления скулы).

$$C_n = \begin{cases} 1{,}98 \exp\left(-11 \dfrac{b_к}{l}\right) & \text{при } \dfrac{b_к}{l} < 0{,}048; \\ 1{,}17 & \text{при } \dfrac{b_к}{l} \geqslant 0{,}048. \end{cases} \qquad \text{(VIII.56)}$$

$$C_к = 1 + 3{,}5 \exp(-9k), \qquad \text{(VIII.57)}$$

где

$$k = \frac{R\left(1 + \frac{F_1}{B}\right)^2}{\left(B\frac{2g}{2}\right)^{1/2}}. \qquad \text{(VIII.58)}$$

Коэффициент C_2 — функция числа Рейнольдса Re_N, определяемого следующим образом:

$$\mathrm{Re}_N = \frac{8b_к r_к \theta_0}{\tau_\theta \nu} \qquad \text{(VIII.59)}$$

(ν — кинематическая вязкость).

$$C_2 = \begin{cases} 1 & \text{при } \mathrm{Re}_N \geqslant 10^3; \\ 1{,}95 - 0{,}25 \lg \mathrm{Re}_N + 0{,}2 \sin\left[\frac{\pi}{0{,}54}(\lg \mathrm{Re}_N - 2{,}19)\right] & \text{при } \mathrm{Re}_N < 10^3. \end{cases} \qquad \text{(VIII.60)}$$

$$C_0 = 14{,}1 + 37{,}3\Gamma^3. \qquad \text{(VIII.61)}$$

Расчет по приведенным выше формулам хорошо совпадает с экспериментальными данными. На рис. VIII.15 показана зависимость демпфирования бортовой качки

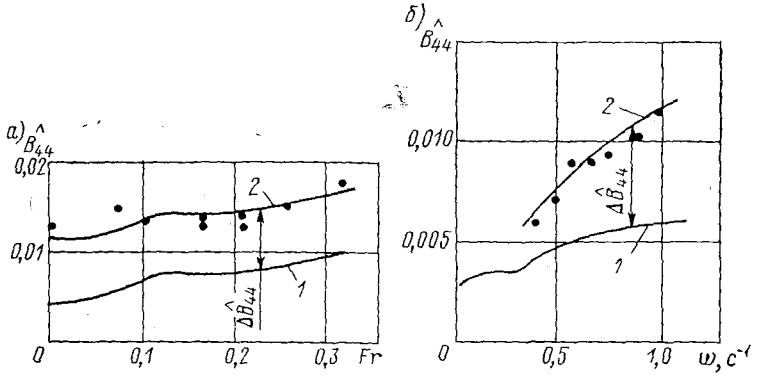


Рис. VIII.15. Зависимость коэффициента демпфирования $\hat{B}_{44}$ бортовой качки грузового судна ($\theta_0 = 10°$) от безразмерной скорости (*а*) и от частоты (*б*).

1 — без скуловых килей; *2* — с килями; ——— результаты расчета; ● — экспериментальные данные.

модели с килями и без килей от безразмерной скорости и частоты колебаний. Коэффициент демпфирования приведен к безразмерному виду с использованием соотношения (III.48). Видно, что надбавка, обусловленная скуловыми килями, не зависит от скорости судна. Поскольку демпфирование самого корпуса с увеличением скорости возрастает, относительное влияние скуловых килей падает.

Надбавка к безразмерному коэффициенту сопротивления бортовой качке μ_θ за счет установки на судне одной пары скуловых килей может быть выражена через величину ΔB_{44} по формуле

$$\Delta\mu_\theta = \Delta B_{44}\omega_\theta/(Dh_0). \qquad \text{(VIII.62)}$$

Величина $\Delta\mu_\theta$ примерно пропорциональна частоте колебаний. Однако учитывая то обстоятельство, что коэффициент демпфирования оказывает заметное влияние на качку только вблизи резонанса, эту зависимость при практических расчетах можно не учитывать, заменяя в формуле (VIII.45) ω на ω_θ. Зависимость $\Delta\mu_\theta$ от амплитуды оказывает существенное влияние на качку и должна учитываться методом последовательных приближений или статистической линеаризацией, как это описано в гл. III и V второго раздела.

§ 60. АКТИВНЫЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ УСПОКОИТЕЛИ БОРТОВОЙ КАЧКИ

В качестве активных гидродинамических успокоителей бортовой качки применяют бортовые управляемые рули, представляющие собой крылья конечного удлинения ($0{,}6 \leqslant \lambda \leqslant 2{,}5$). Стабилизирующий момент создается успокоителем этого типа за счет подъемной силы, возникающей на крыле, которая пропорциональна квадрату скорости набегающего потока. Поэтому бортовыми управляемыми рулями не следует снабжать суда, требующие умерения качки при дрейфе или при малых скоростях. Успокоители этого типа включают в себя помимо рабочих органов, т. е. собственно бортовых рулей, аппаратуру для управления ими и силовые приводы, осуществляющие перекладку (а при убирающейся конструкции также выдвижение и уборку) рулей. Поэтому проектирование успокоителя является комплексной инженерной задачей, включающей исследование гидродинамических характеристик крыльев, расчет качки судна с работающим успокоителем, определение прочных разме-

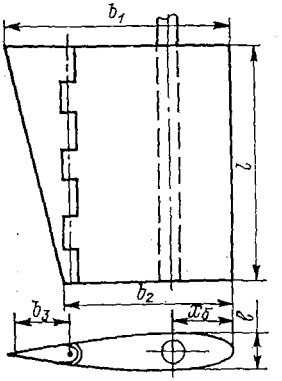


Рис. VIII.16. Эскиз бортового руля.

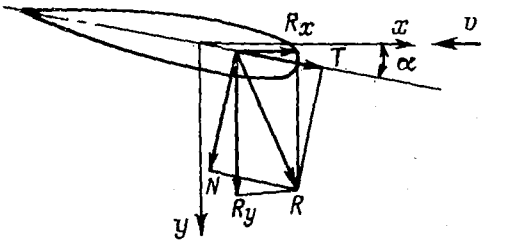


Рис. VIII.17. Схема сил, возникающих на бортовом руле.

ров рулей и деталей привода, проектирование измерительной, управляющей и усилительной аппаратуры, определение необходимой мощности и конструирование приводов перекладки и уборки — выдвижения рулей. Ниже рассматриваются лишь вопросы, связанные с влиянием бортовых управляемых рулей на качку судна. Освещение других аспектов можно найти в [99, 101, 105, 114, 115, 132].

Геометрические и гидродинамические характеристики бортовых управляемых рулей. Эскиз бортового руля показан на рис. VIII.16. Размеры его характеризуются размахом l, хордой b и толщиной e. Отношение размаха к хорде $\lambda = l/b$ называется относительным удлинением, а величина $\bar{e} = e/b$ — относительной толщиной профиля. Руль может иметь прямоугольную или трапецеидальную форму. В последнем случае под величиной b понимается значение хорды в среднем по размаху сечении: $b = (b_1 + b_2)/2$. Относительная толщина профиля может быть постоянной вдоль размаха, либо уменьшаться по мере удаления от борта.

Относительное удлинение руля определяется в основном его конструкцией и размещением на корпусе судна. Рули неубирающейся конструкции не должны выходить за габаритные размеры корпуса, поэтому для них значение λ находится в пределах 0,6—1,0. Для рулей, втягивающихся внутрь корпуса, обычно принимают $1{,}2 \leqslant \lambda \leqslant 1{,}8$, а для рулей заваливающейся конструкции λ может достигать 2,5.

Относительная толщина руля $\bar{e}$ определяется из условия размещения баллера и составляет в среднем 21 %. Для рулей переменной толщины значение $\bar{e}$ у верхнего торца может достигать 28 %, а у нижнего — 15 %. Распределение толщин по хорде определяется формой профиля. В качестве рабочих органов успокоителей качки используются симметричные профили НЕЖ, ЦАГИ или NACA. Ординаты их приведены в [101, 105].

Бортовые рули могут быть неразрезными или разрезными, включающими в себя помимо основного руля поворотные предкрылки или закрылки. В настоящее время на практике используют неразрезные рули и разрезные, состоящие из основного руля и закрылка, принудительно перекладываемого в ту же сторону, что и основной руль

но на больший угол. Хорда закрылка $b_з$ составляет при этом примерно 25 % хорды всего руля.

На крыле, установленном под углом атаки α к равномерному набегающему потоку, имеющему скорость v, возникает сила R, которая может быть разложена на две составляющие: подъемную силу R_y и сопротивление R_x (рис. VIII. 17), определяемые соотношениями

$$R_y = C_y \frac{\rho}{2} Sv^2; \quad R_x = C_x \frac{\rho}{2} Sv^2, \qquad \text{(VIII.63)}$$

где S — площадь крыла; C_y и C_x — позиционные гидродинамические коэффициенты, зависящие от угла атаки, геометрических характеристик крыла, а также от числа кавитации σ, определяющегося выражением

$$\sigma = \left(p_0 - p'_н\right) \Big/ \left(\frac{\rho}{2} v^2\right). \qquad \text{(VIII.64)}$$

Здесь p_0 — невозмущенное давление в месте установки крыла, равное сумме атмосферного давления и статического давления столба жидкости, находящегося над крылом; $p'_н$ — давление насыщенных паров.

Точка приложения равнодействующей R — центр давления. Отношение его отстояния от передней кромки крыла C_D к хорде b — коэффициент центра давления: $\overline{C}_D = C_D/b$. Позиционный гидродинамический момент относительно передней кромки крыла равен

$$M_0 = (R_y \cos\alpha + R_x \sin\alpha)\, C_D, \qquad \text{(VIII.65)}$$

а коэффициент этого момента

$$m_z = \frac{M_0}{\frac{\rho}{2} Sbv^2} = (C_y \cos\alpha + C_x \sin\alpha)\, \overline{C}_D. \qquad \text{(VIII.66)}$$

Крылья, применяемые в качестве рабочих органов успокоителей качки, должны иметь возможно большее значение коэффициента C_y и возможно более стабильное положение центра давления. Последнее условие способствует снижению момента на баллере, а следовательно, и мощности привода перекладки руля. Сопротивление желательно иметь минимальным, однако поскольку оно мало по сравнению с сопротивлением корпуса судна, это условие не является определяющим, особенно для убирающихся рулей.

Гидродинамические коэффициенты неразрезного крыла определенных геометрических характеристик при постоянном числе кавитации представляют в виде графиков $C_y = f(\alpha)$; $C_x = f(\alpha)$; $\overline{C}_D = f(\alpha)$ или $m_z = f(\alpha)$. Для разрезных крыльев эти коэффициенты зависят, кроме того, от угла перекладки закрылка δ по отношению к основному рулю и представляются в виде семейства кривых зависимости C_y, C_x и m_z от α при $\delta = \text{const}$. Аналогичные графики приведены в атласах гидродинамических коэффициентов, помещенных в работах [101, 105], там же имеются графики сил и моментов, действующих на закрылок в присутствии основного руля. Для расчета качки судна, снабженного бортовыми рулями, необходима лишь зависимость $C_y = f(\alpha)$ при $\delta = \text{const}$, подобная показанной на рис. VIII.18. Знание остальных гидродинамических коэффициентов необходимо для расчета прочности рулей и мощности привода перекладки.

Бортовой руль представляет собой крыло, работающее в нестационарном режиме, однако теоретические и экспериментальные исследования показывают, что нестационарность оказывает существенное влияние лишь на гидродинамический момент, тогда как подъемную силу можно рассчитывать по гипотезе стационарности, т. е. с использованием позиционных характеристик $C_y = f(\alpha)$.

Схема определения стабилизирующего момента. Для неразрезных рулей зависимость $C_y = f(\alpha)$ до некоторого угла атаки, называемого критическим, близка к линейной, т. е.

$$C_y = C_y^{\alpha}\alpha, \qquad \text{(VIII.67)}$$

где C_y^{α} — угловой коэффициент прямой, аппроксимирующей кривую $C_y = f(\alpha)$ при докритических углах атаки.

Угол атаки руля представляет собой геометрическую сумму угла перекладки φ и углов скоса потока от бортовой, килевой и вертикальной качки судна, а также от

орбитального движения частиц волны. Однако при определении стабилизирующего момента необходимо учитывать только скос потока от бортовой качки, поскольку остальные углы скоса, увеличивая угол атаки для руля одного борта, примерно на столько же уменьшают его для противоположного, поэтому в пределах линейной зависимости $C_y = f(\alpha)$ значение стабилизирующего момента не изменяется.

Угол скоса потока от бортовой качки, равный

$$\varepsilon = \pm R_1 \dot{\theta}/v \qquad \text{(VIII.68)}$$

(R_1 — расстояние от ЦТ судна до середины пера руля), имеет разные знаки на рулях правого и левого борта и всегда способствует увеличению стабилизирующего момента,

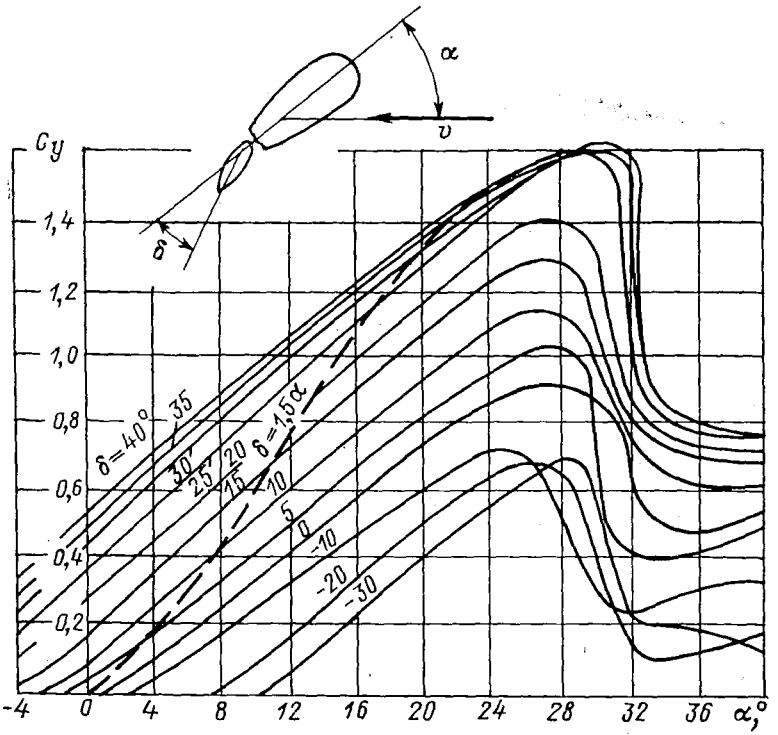


Рис. VIII.18. Зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки основного руля и угла перекладки закрылка ($\lambda = 1{,}6$, $\bar{e} = 0{,}21$, профиль NACA).

создавая так называемый пассивный эффект, учитывающий то влияние, которое оказывают на качку выдвинутые неработающие рули.

Таким образом, при вычислении стабилизирующего момента, создаваемого бортовыми рулями, позиционный коэффициент подъемной силы может быть представлен в виде

$$C_y = C_y^{\alpha}(\varphi + \varepsilon). \qquad \text{(VIII.69)}$$

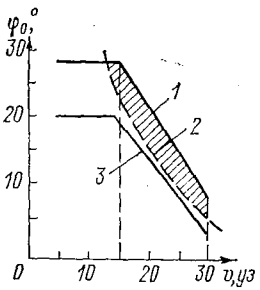
При разрезной конструкции перекладка основного руля сопровождается перекладкой закрылка, тогда как при появлении угла скоса положение закрылка остается неизменным. В этом случае коэффициент подъемной силы равен

$$C_y = C_{y1}^{\alpha}\varphi + C_{y2}^{\alpha}\varepsilon, \qquad \text{(VIII.70)}$$

где C_{y1}^{α} — производная коэффициента подъемной силы по углу атаки при заданном законе перекладки закрылка; C_{y2}^{α} — то же при неизменном положении закрылка,

Для определения производной C_{y1}^{α} необходимо выбрать закон перекладки закрылка по отношению к основному рулю $\delta = f(\varphi)$ и на основании семейства кривых $C_y = f(\alpha)$ при $\delta = \text{const}$ построить одну кривую, соответствующую этому закону (пунктирная линия на рис VIII.18). Для приближенных расчетов при ее построении можно принимать $\delta = 1{,}5\alpha$. Угловой коэффициент прямой, аппроксимирующей эту кривую, дает значение C_{y1}^{α}. Коэффициент C_{y2}^{α} определяется аналогично по кривой $C_y = f(\alpha)$ при $\delta = 0$.

Следующим шагом при определении стабилизирующего момента является построение кривой предельных углов перекладки, т. е. зависимости $\varphi_{max} = f(v)$.



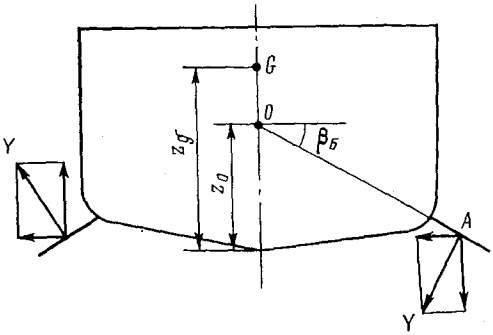


Рис. VIII.19. Зависимость предельных углов перекладки бортового руля от скорости судна.

1 — нормальная перекладка; *2* — начало кавитации; *3* — перекладка, обеспечивающая минимум кавитации.

Рис. VIII.20. Схема создания стабилизирующего момента.

Оно может быть осуществлено следующим образом. При минимальной скорости судна, предусмотренной для работы успокоителя, угол φ_{max} должен быть примерно на 5° меньше критического угла атаки. Выбранное значение φ_{max} сохраняется при тех скоростях, при которых это оказывается возможным по условиям прочности баллера, а при дальнейшем увеличении скорости уменьшается обратно пропорционально ее квадрату.

При построении кривой предельных углов перекладки иногда приходится учитывать и другие соображения: возникновение кавитации, крутящий момент на баллере и т. д. Например, в работе [132] рекомендуют две кривые предельных углов перекладки, показанные на рис. VIII.19, нижней из которых, называемой «перекладка, обеспечивающая минимум кавитации», следует пользоваться в тех случаях, когда гидроакустический шум, появляющийся при возникновении начальной стадии кавитации рулей, затрудняет эксплуатацию судна.

Подъемную силу, создаваемую каждым бортовым рулем, можно разложить на вертикальную и горизонтальную составляющие (рис. VIII.20). Вертикальные составляющие правого и левого борта направлены в противоположные стороны и дают чистую пару, а горизонтальные, направленные в одну сторону, в принципе могут вызвать дрейф судна и должны уравновешиваться силой сопротивления дрейфу. Но при периодической перекладке рулей дрейф не успевает развиться и его можно не учитывать [92]. Поэтому стабилизирующий момент определяется как момент подъемных сил, создаваемых рулями правого и левого бортов, относительно ЦТ судна, т. е.

$$\mathfrak{M}_{ст} = \sum_i \varkappa_i \{Y_i \cos\beta_б \cdot OA \cos\beta_б + Y_i \sin\beta_б [OA \sin\beta_б + (z_g - z_0)]\} = \sum_i \varkappa_i Y_i R_i, \qquad \text{(VIII.71)}$$

где i — число бортовых рулей, установленных на судне (при одной паре $i = 2$); $\varkappa_i$ — коэффициент, учитывающий влияние корпуса на гидродинамические характеристики бортового руля; $\beta_б$ — угол наклона оси баллера к плоскости накрашенной ватерлинии; OA — расстояние от середины пера руля до точки пересечения оси баллера с ДП судна; z_0 — возвышение этой точки над основной плоскостью;

$$R_i = OA + (z_g - z_0)\sin\beta_б. \qquad \text{(VIII.72)}$$

Коэффициент $\varkappa_i$ зависит от относительного удлинения руля, а также от положения его по отношению к скуле судна, скуловым килям и другим бортовым рулям (при установке нескольких пар рулей). В работе [101] даны следующие рекомендации по размещению бортовых рулей и определению коэффициента $\varkappa_i$, справедливые для рулей сравнительно большого удлинения ($\lambda \geqslant 1{,}2$).

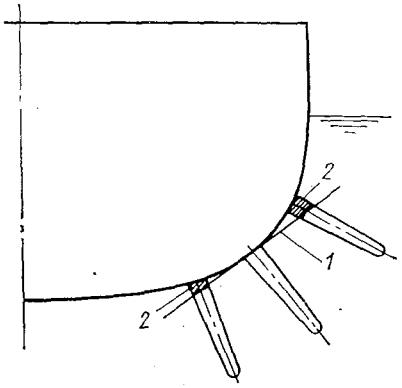


Рис. VIII.21. К определению коэффициента $\varkappa_i$.

1 — касательная к скуле; 2 — исключаемая из расчета часть руля.

В районе расположения бортовых рулей скуловые кили должны прерываться с плавным сведением на нет. Носовая ветвь киля не должна доходить до передней кромки руля на расстояние, равное не менее одной его хорды, а кормовая ветвь киля должна начинаться от задней кромки руля на расстоянии, равном не менее двух хорд. При двух парах рулей не следует устанавливать скуловые кили в нос от носовой пары. При соблюдении этих рекомендаций интерференцию между килями и рулями можно не учитывать.

При установке одной пары рулей коэффициент $\varkappa_i$ зависит только от положения их относительно скулы судна. При размещении на скуле $\varkappa_i = 1$. При размещении выше или ниже скулы из площади руля должна быть исключена часть, заключенная между наружной обшивкой и касательной, проведенной к скуле судна в ее средней части (заштрихованная часть на рис. VIII.21). Коэффициент $\varkappa_i$ равен отношению площади остающейся (эффективной) части ко всей площади руля.

При установке двух пар рулей коэффициент $\varkappa_i$ для кормовой пары рулей представляется в виде произведения $\varkappa_i = \varkappa_1\varkappa_2$, в котором $\varkappa_1$ — коэффициент, зависящий от положения руля относительно скулы и определяемый описанным выше способом, а $\varkappa_2$ — коэффициент, зависящий от расстояния между рулями и определяемый по графику, изображенному на рис. VIII.22. Для носовой пары $\varkappa_2 = 1$.

С уменьшением удлинения руля влияние корпуса увеличивается, так как часть руля попадает в зону пограничного слоя, и увеличивается взаимодействие между бортовыми рулями и скуловыми килями. В работе [132] для неразрезного руля, имеющего $\lambda = 1$, на основании экспериментальных данных падение подъемной силы за счет влияния пограничного слоя было оценено коэффициентом 0,80, а влияние скуловых килей — коэффициентом 0,92. Некоторые рекомендации по определению коэффициента $\varkappa_i$ для рулей малого удлинения имеются в работе [115].

С учетом сказанного стабилизирующий момент, создаваемый разрезными бортовыми рулями, может быть представлен в виде

$$\mathfrak{M}_{ст} = \sum_i \varkappa_i \frac{\rho}{2} S_i R_i v^2 C_{y1}^{\alpha}\varphi + \sum_i \varkappa_i \frac{\rho}{2} S_i R_i^2 v C_{y2}^{\alpha}\dot{\theta}. \qquad \text{(VIII.73)}$$

Первое слагаемое выражения (VIII.73), пропорциональное квадрату скорости судна, зависит от угла перекладки, т. е. учитывает активный эффект рулей, а второе, пропорциональное первой степени скорости, учитывает пассивный эффект. Для неразрезных рулей в выражении (VIII.73) следует положить $C_{y1}^{\alpha} = C_{y2}^{\alpha}$.

Качка судна, снабженного бортовыми управляемыми рулями. Успокоители этого типа влияют только на бортовую качку, которая в случае движения судна про-

извольным курсом к регулярному волнению при решении задачи в линейной постановке может быть описана обычным «укороченным» уравнением (III.138), правая часть которого представляет собой разность возмущающего и стабилизирующего моментов,

$$(I_{xx}+\lambda_{44})\ddot{\theta}+B_{44}\dot{\theta}+Dh_0\theta=Dh_0\varkappa_\partial\alpha_0\sin\omega_\kappa t-$$
$$-\sum_i \varkappa_i\frac{\rho}{2}S_iR_iv^2C_{y1}^{\alpha}\varphi-\sum_i \varkappa_i\frac{\rho}{2}S_iR_i^2C_{y2}^{\alpha}\dot{\theta}. \qquad \text{(VIII.74)}$$

Уравнение (VIII.74) удобнее записать в виде

$$\ddot{\theta}+2\nu_{\text{пас}}\dot{\theta}+\omega_\theta^2\theta=\omega_\theta^2\varkappa_\theta\alpha_0\sin\omega_\kappa t-\frac{\omega_\theta^2}{Dh_0}\sum_i \varkappa_i\frac{\rho}{2}S_iR_iv^2C_{y1}^{\alpha}\varphi, \qquad \text{(VIII.75)}$$

где $\nu_{\text{пас}}$ — относительный коэффициент сопротивления бортовой качке с учетом пассивного эффекта рулей.

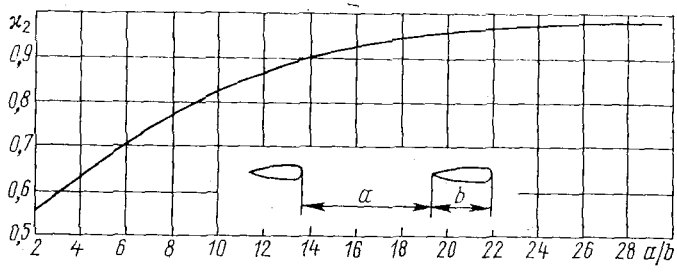


Рис. VIII.22. Влияние расположенного впереди руля на последующий.

В гл. III было указано, что безразмерный коэффициент сопротивления μ_θ для судна, не имеющего бортовых рулей, удобно представлять в виде суммы двух составляющих, первая из которых $\mu_{\theta 1}$ определяет сопротивление судна, не имеющего хода, а вторая $\mu_{\theta 2}$ учитывает влияние скорости судна. Поэтому надбавку, создаваемую пассивным эффектом бортовых рулей, удобно обозначить через $\mu_{\theta 3}$. Она определяется выражением

$$\mu_{\theta 3}=\frac{\sum_i \varkappa_i\frac{\rho}{2}S_iR_i^2vC_{y_2}^{\alpha}\omega_\theta}{2Dh_0}. \qquad \text{(VIII.76)}$$

Тогда

$$\nu_{\text{пас}}=(\mu_{\theta 1}+\mu_{\theta 2}+\mu_{\theta 3})\,\omega_\theta, \qquad \text{(VIII.77)}$$

где $\mu_{\theta 1}$ и $\mu_{\theta 2}$ определяются по формулам (III.23) и (III.24)

Активный эффект успокоителя зависит от закона перекладки бортовых рулей. При расчетной оценке влияния успокоителя на качку судна обычно принимают, что угол перекладки руля пропорционален углу, скорости, ускорению бортовой качки или линейной комбинации указанных величин. Могут применяться и более сложные законы управления, исследование которых, требующее применения аналоговых вычислительных машин, выходит за рамки данного Справочника.

Рассмотрим наиболее простой случай управления успокоителем по угловой скорости качки, т. е.

$$\varphi=k_1\dot{\theta}. \qquad \text{(VIII.78)}$$

Перенося выражение активной части стабилизирующего момента в левую часть уравнения (VIII.75), приведем его к виду

$$\ddot{\theta}+2\nu_y\dot{\theta}+\omega_\theta^2\theta=\omega_\theta^2\varkappa_\theta\alpha_0\sin\omega_\kappa t. \qquad \text{(VIII.79)}$$

Здесь

$$\nu_y = (\mu_{\theta 1} + \mu_{\theta 2} + \mu_{\theta 3} + \mu_{\theta 4})\,\omega_\theta, \tag{VIII.80}$$

где

$$\mu_{\theta 4} = \frac{\sum\limits_i \varkappa_i \frac{\rho}{2} S_i R_i v^2 C^a_{y_1} k_1 \omega_\theta}{2Dh_0} - \tag{VIII.81}$$

надбавка к безразмерному коэффициенту сопротивления, учитывающая активный эффект рулей.

АЧХ *бортовой качки судна с работающим успокоителем* определяется выражением

$$\left(\frac{\theta_0}{\alpha_0}\right)_y = \frac{\varkappa_\theta \omega_\theta^2}{\sqrt{(\omega_\theta^2 - \omega_к^2)^2 + 4\nu_y^2 \omega_к^2}}. \tag{VIII.82}$$

Формулы (VIII.81) и (VIII.82) справедливы лишь до тех пор, пока максимальное расчетное значение угла перекладки руля не превышает предельного значения φ_{max}, соответствующего данной скорости судна. Кроме того, расчетная скорость перекладки рулей не должна превышать значения, обеспечиваемого приводом $\dot{\varphi}_{прив}$. Следовательно, коэффициент k_1 должен удовлетворять двум условиям

$$k_1 \dot{\theta}_{0\,max} \leqslant \varphi_{max}; \tag{VIII.83}$$

$$k_1 \ddot{\theta}_{0\,max} \leqslant \dot{\varphi}_{прив}. \tag{VIII.84}$$

Допустим, что лимитирующим является условие (VIII.83). Тогда надбавку к безразмерному коэффициенту сопротивления за счет активной работы рулей можно представить в виде

$$\mu_{\theta 4} = \frac{\gamma_{ст}\omega_\theta}{2\dot{\theta}_{0\,max}}, \tag{VIII.85}$$

где $\gamma_{ст}$ — статическая характеристика успокоителя, т. е. тот угол крена, на который согласно расчету должно накрениться судно при статической перекладке рулей на предельный угол φ_{max}, соответствующий данной скорости судна. Величина $\gamma_{ст}$ определяется выражением

$$\gamma_{ст} = \frac{\sum\limits_i \varkappa_i \frac{\rho}{2} S_i R_i v^2 C^\alpha_{y1} \varphi_{max}}{Dh_0}. \tag{VIII.86}$$

Коэффициент демпфирования бортовой качки судна с работающим успокоителем ν_y не является величиной постоянной, поскольку составляющая $\mu_{\theta 4}$ зависит от угловой скорости качки и от нее же, как было показано в гл. III, может зависеть составляющая $\mu_{\theta 1}$. Поэтому расчет качки следует производить методом последовательных приближений либо графо-аналитически.

Успокоитель, управляемый по угловой скорости, существенно умеряет резонансную качку, но по мере удаления от резонанса эффективность его резко падает. Управление успокоителем по углу качки $\varphi = k_0\theta$ при $k_0 > 0$ равносильно увеличению восстанавливающего момента при неизменном возмущающем и может быть учтено соответствующим увеличением значений Dh_0 или ω_θ^2, входящих в левую часть уравнения качки. Управление по угловому ускорению равносильно изменению инерционных свойств судна, т. е. члена $I_{xx} + \lambda_{44}$ в уравнении (VIII.74). Эти законы управления подробно рассмотрены в работе [105].

Если управление рулями производить по закону

$$\varphi = k_0\theta + k_1\dot{\theta}, \tag{VIII.87}$$

то бортовую качку судна можно описать уравнением

$$\ddot{\theta} + 2\nu_y\dot{\theta} + \omega_1^2\theta = \omega_\theta^2 \varkappa_\theta \alpha_0 \sin \omega_к t, \tag{VIII.88}$$

которому соответствует АЧХ

$$\left(\frac{\theta_0}{\alpha_0}\right)_{\text{у}} = \frac{\varkappa_\theta \omega_\theta^2}{\sqrt{\left(\omega_1^2 - \omega_{\text{к}}^2\right)^2 + 4\nu_{\text{у}}^2 \omega_{\text{к}}^2}}. \qquad \text{(VIII.89)}$$

Коэффициент $\nu_{\text{у}}$ определяют так же, как при управлении рулями по угловой скорости качки, а частоту ω_1 — выражением

$$\omega_1^2 = \omega_\theta^2 \left(1 + \frac{\sum_i \varkappa_i \frac{\rho}{2} S_i R_i v^2 C_{yl}^{\alpha} k_0}{D h_0}\right). \qquad \text{(VIII.90)}$$

Следует иметь в виду, что сравнение эффективности успокоителей, управляемых по одному и по двум параметрам, нельзя производить при сохранении неизменным коэффициента k_1, поскольку при управлении по двум параметрам значения k_0 и k_1 должны удовлетворять условиям

$$\theta_{0\,\max} \sqrt{k_0^2 + k_1^2 \omega_{\text{к}}^2} \leqslant \varphi_{\max}; \quad \dot{\theta}_{0\,\max} \sqrt{k_0^2 + k_1^2 \omega_{\text{к}}^2} \leqslant \dot{\varphi}_{\text{прив}}. \qquad \text{(VIII.91)}$$

При выполнении практических расчетов удобно задать соотношение коэффициентов $k_0/k_1 = l_1$, а также считать, что максимальная качка имеет место при $\omega_{\text{к}} = \omega_\theta$. Тогда величины $\mu_{\theta 4}$ и ω_1^2 будут связаны со статической характеристикой успокоителя соотношениями

$$\mu_{\theta 4} = \frac{\gamma_{\text{ст}} \omega_\theta}{2\dot{\theta}_{0\,\max} \sqrt{1 + \frac{l_1^2}{\omega_\theta^2}}}; \qquad \text{(VIII.92)}$$

$$\omega_1^2 = \omega_\theta^2 \left(1 + \frac{\gamma_{\text{ст}} l_1}{\dot{\theta}_{0\,\max} \sqrt{1 + \frac{l_1^2}{\omega_\theta^2}}}\right). \qquad \text{(VIII.93)}$$

Дальнейший расчет качки следует производить так же, как при управлении по $\dot{\theta}$.

Аналогично могут быть получены формулы для управления рулями по сумме сигналов, пропорциональных скорости и ускорению качки, а также по сумме трех параметров.

Если работа бортовых рулей не вносит дополнительных нелинейностей в уравнение бортовой качки, АЧХ, определяемые выражениями (VIII.82) или (VIII.89), можно рассматривать как модули передаточных функций и использовать для расчета бортовой качки судна с работающим успокоителем. Однако на нерегулярном волнении становится неопределенным само понятие «максимальная амплитуда качки» и, следовательно, условия, которым должны удовлетворять коэффициенты при параметрах управления.

В отечественной практике обычно принимают, что ограничений в перекладке рулей можно не учитывать в том случае, если выход рулей на ограничители происходит не чаще чем при трех перекладках из 100. При этом коэффициент k_1 при управлении рулями по угловой скорости качки должен удовлетворять условию

$$2{,}64 k_1 \sqrt{D_{\dot{\theta}\text{у}}} \leqslant \varphi_{\max}, \qquad \text{(VIII.94)}$$

где $D_{\dot{\theta}\text{у}}$ — дисперсия угловых скоростей бортовой качки судна с работающим успокоителем.

Иногда это условие ужесточают и считают, что выход рулей на ограничители должен происходить не чаще, чем при одной перекладке из 200. Тогда условие, определяющее коэффициент k_1, принимает вид

$$3{,}25 k_1 \sqrt{D_{\dot{\theta}\text{у}}} \leqslant \varphi_{\max}. \qquad \text{(VIII.95)}$$

Такие режимы работы условно называют «синусными», а режимы, соответствующие более частому выходу рулей на ограничители — «трапецеидальными»

В зарубежной практике используют другие ограничения. Например, в работе [115] принимают, что коэффициенты при параметрах управления должны удовлетворять следующим условиям: выход рулей на ограничители происходит не чаще чем при одной перекладке из 10, а максимальная скорость перекладки рулей достигает предельного значения, развиваемого приводом, не чаще чем в одном случае из 100. При этом коэффициент k_1 должен отвечать требованиям:

$$2{,}15k_1\sqrt{D_{\dot\theta y}} \leqslant \varphi_{max}; \quad 3{,}04k_1\sqrt{D_{\ddot\theta y}} \leqslant \dot\varphi_{прив}. \qquad \text{(VIII.96)}$$

Поскольку различие в численных коэффициентах не вносит принципиальных изменений в метод расчета качки судна на нерегулярном волнении, рассмотрим ситуацию, когда управление рулями производится по угловой скорости качки и коэффициент k_1 должен удовлетворять условию (VIII.94). В этом случае выражение для составляющей $\mu_{\theta 4}$ принимает вид

$$\mu_{\theta 4} = \frac{\gamma_{ст}\omega_\theta}{5{,}28\sqrt{D_{\dot\theta y}}}. \qquad \text{(VIII.97)}$$

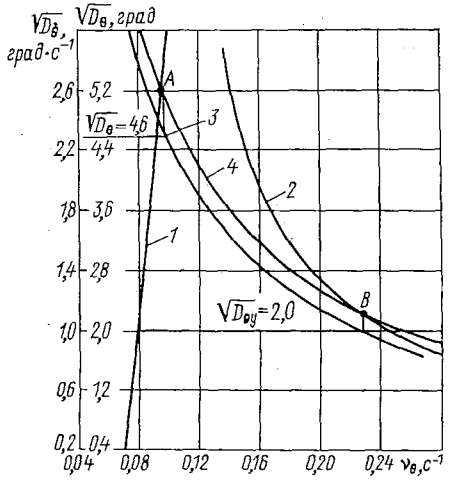


Рис. VIII.23. К расчету качки судна, снабженного бортовыми управляемыми рулями. Заложенные в расчет зависимости $\nu_\theta = f\left(\sqrt{D_{\dot\theta}}\right)$: *1* — при убранных бортовых рулях; *2* — при работающих бортовых рулях; полученные в результате расчета зависимости: *3* — $\sqrt{D_\theta} = f(\nu_\theta)$; *4* — $\sqrt{D_{\dot\theta}} = f(\nu_\theta)$.

Если сопротивление бортовой качке судна без успокоителя зависит от амплитуды качки, его удобно статически линеаризировать и представить в функции $\sqrt{D_{\dot\theta}}$. Например, формула (III.23) может быть записана в виде

$$\mu_{\theta 1} = (1{,}78 - 0{,}078\bar\tau_\theta)\times \left(0{,}5 + 0{,}05\,\frac{1{,}9\sqrt{D_{\dot\theta}}}{\omega_\theta}\right)\times \left[0{,}00125\left(\frac{B}{T}\right)^4 + 0{,}044 + \left(0{,}262 - \frac{0{,}484}{B/T}\right)\bar S_к\right]\frac{B}{h_0}\cdot 10^{-2}. \qquad \text{(VIII.98)}$$

Значение $D_{\dot\theta}$, входящее в эмпирическую формулу (VIII.98), должно быть выражено в град^2·с$^{-2}$. Эта формула может использоваться при расчетах качки судна как с неработающим, так и с работающим успокоителем. Под $D_{\dot\theta}$ следует понимать дисперсию угловой скорости бортовой качки, соответствующую рассматриваемым условиям.

Сравнительные расчеты качки судна с неработающим и работающим успокоителем на нерегулярном волнении удобно выполнять графо-аналитическим методом. Составляющие $\mu_{\theta 2}$ и $\mu_{\theta 3}$ от $D_{\dot\theta}$ не зависят. Вычисляя их по формулам (III.24) и (VIII.76) и используя выражение (VIII.80), можно построить графики зависимости $\nu_\theta = f\left(\sqrt{D_{\dot\theta}}\right)$ при убранных и работающих бортовых рулях (кривые *1* и *2* соответственно на рис. VIII.23).

Далее необходимо задать несколько значений относительного коэффициента демпфирования ν_θ и по формуле (VIII.89) рассчитать соответствующую каждому из значений АЧХ бортовой качки θ_0/α_0 для заданного режима движения судна, определяемого скоростью судна и курсовым углом. Эти АЧХ используют в качестве модулей передаточных функций при расчете спектральных плотностей и дисперсий углов и угловых скоростей бортовой качки по методу, описанному в гл. V второго раздела.

На основании результатов расчета строят графики $\sqrt{D_\theta} = f(\nu_\theta)$ и $\sqrt{D_{\dot\theta}} = f(\nu_\theta)$ (кривые *3* и *4* соответственно на рис. VIII.23). Точка *A* пересечения кривых *1* и *4* определяет значение $\sqrt{D_{\dot\theta}}$ при убранных бортовых рулях, а точка *B* пересечения кривых *2* и *4* — при работающих. Соответствующие этим точкам значения $\sqrt{D_\theta}$ позволяют вычислить дисперсии «неуспокоенной» и «успокоенной» качки и соответствующие им амплитуды любой заданной обеспеченности. Эффективность успокоителя в отечественной практике принято оценивать «кратностью умерения» *K*, определяемой выражением $K = \sqrt{D_\theta/D_{\theta y}}$, где D_θ и $D_{\theta y}$ — дисперсии бортовой качки судна без успокоителя и с успокоителем соответственно.

При управлении рулями по сумме сигналов, пропорциональных углу и угловой скорости качки, условия (VIII.94)—(VIII.96) соответственно принимают вид

$$2{,}64\sqrt{k_1^2 D_{\dot\theta} + k_0^2 D_\theta} \leqslant \varphi_{max}; \qquad \text{(VIII.99)}$$

$$3{,}25\sqrt{k_1^2 D_{\dot\theta} + k_0^2 D_\theta} \leqslant \varphi_{max}; \qquad \text{(VIII.100)}$$

$$2{,}15\sqrt{k_1^2 D_{\dot\theta} + k_0^2 D_\theta} \leqslant \varphi_{max}; \qquad \text{(VIII.101)}$$

$$3{,}03\sqrt{k_1^2 D_{\ddot\theta} + k_0 D_{\dot\theta}} \leqslant \dot\varphi_{прив}. \qquad \text{(VIII.102)}$$

При выполнении практических расчетов необходимо задаться соотношением коэффициентов $k_0/k_1 = l_1$, а также учитывать, что дисперсии углов и угловых скоростей бортовой качки связаны между собой соотношением

$$\sqrt{D_{\dot\theta y}/D_{\theta y}} = \bar\omega, \qquad \text{(VIII.103)}$$

где $\bar\omega$ — средняя частота качки на нерегулярном волнении судна с работающим успокоителем.

Если считать, что коэффициенты k_0 и k_1 должны удовлетворять условию (VIII.99), выражения для $\mu_{\theta 1}$ и ω_1 принимают вид

$$\mu_{\theta 1} = \frac{\gamma_{ст}\omega_\theta}{5{,}28\sqrt{D_{\dot\theta}\left(1 + \frac{l_1^2}{\bar\omega^2}\right)}}; \qquad \text{(VIII.104)}$$

$$\omega_1^2 = \omega_\theta^2\left(1 + \frac{\gamma_{ст} l_1}{2{,}64\sqrt{D_{\dot\theta}\left(1 + \frac{l_1^2}{\bar\omega^2}\right)}}\right). \qquad \text{(VIII.105)}$$

Расчет качки судна с успокоителем, управляемым по сумме двух параметров, надо производить методом последовательных приближений. В первом приближении можно считать, что успокоитель не влияет на среднюю частоту качки судна и принимать значение $\bar\omega$ таким же, как для судна без успокоителя. Величина $\mu_{\theta 1}$ будет определяться выражением (VIII.104). Дальнейшее построение кривой $\nu_\theta = f\left(\sqrt{D_{\dot\theta}}\right)$ и нахождение результирующих значений $\sqrt{D_\theta}$ и $\sqrt{D_{\dot\theta}}$ надо проводить так же, как для успокоителя, управляемого по угловой скорости, с той лишь разницей, что модуль передаточной функции будет определяться выражением (VIII.89). Далее по формуле (VIII.103) следует вычислить среднюю частоту качки судна с работающим успокоителем. Если она отличается от значения, принятого в первом приближении, более чем на 10 %, необходимо выполнить второе приближение и т. д.

Аналогично может быть произведен расчет качки на нерегулярном волнении судна с успокоителем, управляемым по сумме угловых скоростей и ускорений, а также по трем параметрам.

Особого рассмотрения заслуживает вопрос о целесообразности увеличения коэффициентов при параметрах управления успокоителем сверх значений, определяемых приведенными выше ограничительными неравенствами. На регулярном волнении такое увеличение явно нецелесообразно, поскольку перекладка рулей

происходит на тот же угол, но не по гармоническому закону, а по «трапеции», что весьма незначительно увеличивает эффективность успокоителя, но требует резкого увеличения скорости перекладки рулей и мощности привода. Например, увеличение значения k_1 в 2 раза по сравнению с условием (VIII.84) увеличивает $\mu_{\theta 4}$ на 20 %, но требует двукратного увеличения скорости перекладки рулей.

На нерегулярном волнении положение может быть иным, поскольку при увеличении коэффициентов системы управления, помимо появления «трапеций» при перекладке рулей на предельные углы, повышается стабилизирующий момент при меньших угловых скоростях качки, как это показано на рис. VIII.24. Именно это обстоятельство оказывается решающим, поэтому увеличение коэффициентов управления мо-

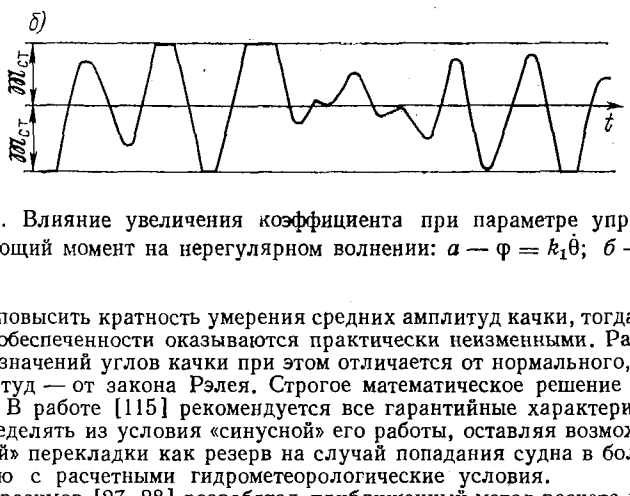


Рис. VIII.24. Влияние увеличения коэффициента при параметре управления на стабилизирующий момент на нерегулярном волнении: *а* — $\varphi = k_1\dot{\theta}$; *б* — $\varphi = 2k_1\dot{\theta}$.

жет заметно повысить кратность умерения средних амплитуд качки, тогда как амплитуды малой обеспеченности оказываются практически неизменными. Распределение мгновенных значений углов качки при этом отличается от нормального, а распределение амплитуд — от закона Рэлея. Строгое математическое решение этой задачи отсутствует. В работе [115] рекомендуется все гарантийные характеристики успокоителя определять из условия «синусной» его работы, оставляя возможность «трапецеидальной» перекладки как резерв на случай попадания судна в более тяжелые по сравнению с расчетными гидрометеорологические условия.

А. В. Герасимов [27, 28] разработал приближенный метод расчета качки судна с бортовыми рулями, работающими в «трапецеидальном» режиме, основанный на допущении о том, что нормальный закон распределения углов качки остается справедливым и в этом случае.

Остановимся на выборе расчетных условий, при которых должны выполняться гарантийные характеристики качки судна с работающими бортовыми рулями. В работе [115] гарантии на успокоитель формулируются следующим образом: «Не более чем p процентов амплитуд бортовой качки могут превосходить $\pm R$ градусов при состоянии моря x, наиболее неблагоприятном курсовом угле и скорости хода v узлов».

Соображения по выбору наиболее неблагоприятного курсового угла приведены в гл. III [см. формулу (III.163)].

Наиболее неблагоприятный спектр волнения при ходе судна под «резонансным» курсовым углом должен удовлетворять условию

$$\tau_m = 0{,}6\tau_\theta, \qquad \text{(VIII.106)}$$

а при ходе лагом к волне — условию

$$\tau_m = \tau_\theta. \qquad \text{(VIII.107)}$$

Здесь τ_m — период, соответствующий максимуму спектра волновых ординат.

Возможна и другая оценка эффективности работы успокоителя [132], при которой рекомендуется рассчитывать качку корабля без успокоителя и с успокоителем для различных скоростей и курсовых углов и результаты расчета изображать в виде полярной диаграммы, показанной на рис. VIII.25, где угол поворота радиуса-вектора соответствует курсовому углу судна относительно волны, а вдоль радиуса откладывается скорость судна. На диаграмме ограничивается область, в которой расчетные амплитуды качки корабля с успокоителем и без успокоителя превышают значения, предельно возможные по условиям работоспособности оборудования, установленного на корабле (заштрихованные участки диаграммы). Отношение заштрихованной площади к площади полуокружности определяет процент времени, в течение которого оборудование не может использоваться на волнении данной интенсивности. Левая половина окружности диаграммы относится к случаю работающего успокоителя, правая — неработающего. Имея набор таких диаграмм и данные о долговременном распределении интенсивности волнения в заданном районе эксплуатации, можно определить среднегодовое увеличение времени, в течение которого возможно использование оборудования за счет установки на судне успокоителя качки.

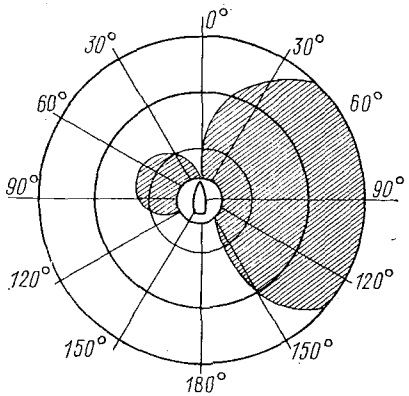


Рис. VIII.25. Полярная диаграмма, определяющая эффективность работы успокоителя.

§ 61. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ УСПОКОИТЕЛИ ПРОДОЛЬНОЙ КАЧКИ

Для успокоения продольной (килевой и вертикальной) качки судна могут использоваться носовые и кормовые кили и крылья. Первые из них создают стабилизирующий эффект за счет силы сопротивления при отрывном обтекании, вторые — в основном за счет подъемной силы. Если относительное удлинение крыла невелико ($\lambda \leqslant 1$), необходимо учитывать обтекание его как в поперечной, так и в продольной плоскостях. Скорость поперечного обтекания согласно рис. VIII.26 равна

$$u_{\text{н}} = -\dot{\zeta}_g + l_{\text{н}}\dot{\psi} \qquad \text{(VIII.108)}$$

для носового крыла и

$$u_{\text{к}} = -\dot{\zeta}_g - l_{\text{к}}\dot{\psi} \qquad \text{(VIII.109)}$$

для кормового крыла, где $l_{\text{н}}$ и $l_{\text{к}}$ — соответственно расстояние от середины носового и кормового крыльев до поперечной плоскости, проходящей через ЦТ судна.

Стабилизирующие сила и момент, создаваемые поперечным обтеканием крыльев, определяются выражениями

$$P_1 = \frac{\rho}{2}\,[C_{x\text{н}}S_{\text{н}}(l_{\text{н}}\dot{\psi} - \dot{\zeta}_g)|\,l_{\text{н}}\dot{\psi} - \dot{\zeta}_g\,| - C_{x\text{к}}S_{\text{к}}(l_{\text{к}}\dot{\psi} + \dot{\zeta}_g)|\,l_{\text{к}}\dot{\psi} + \dot{\zeta}_g\,|]; \qquad \text{(VIII.110)}$$

$$\mathfrak{M}_1 = -\frac{\rho}{2}\,[C_{x\text{н}}S_{\text{н}}l_{\text{н}}(l_{\text{н}}\dot{\psi} - \dot{\zeta}_g)|\,l_{\text{н}}\dot{\psi} - \dot{\zeta}_g\,| + C_{x\text{к}}S_{\text{к}}l_{\text{к}}(l_{\text{к}}\dot{\psi} + \dot{\zeta}_g)|\,l_{\text{к}}\dot{\psi} + \dot{\zeta}_g\,|], \qquad \text{(VIII.111)}$$

где $C_{x\text{н}}$ и $C_{x\text{к}}$ — коэффициенты сопротивления при отрывном обтекании носового и кормового крыльев; $S_{\text{н}}$ — суммарная площадь носовых крыльев (на оба борта); $S_{\text{к}}$ — то же кормовых крыльев.

Зависимость коэффициентов C_x от отношения хорды b к размаху l для изолированного крыла приведена на рис. VIII.27. Пользоваться этим графиком следует

с некоторой осторожностью, особенно для кормовых крыльев, работающих в зоне развитого пограничного слоя.

При продольном обтекании носового или кормового крыла на них возникают подъемные силы, определяющиеся формулами

$$P_{2н} = C^{\alpha}_{yн}\alpha_н \frac{\rho}{2} S_н v^2_н; \quad P_{2к} = C^{\alpha}_{yк}\alpha_к \frac{\rho}{2} S_к v^2_к, \qquad \text{(VIII.112)}$$

где $C^{\alpha}_{yн}$ и $C^{\alpha}_{yк}$ — производные подъемной силы по углам атаки; $\alpha_н$ и $\alpha_к$ — углы атаки; $v_н$ и $v_к$ — скорости потоков, набегающих на крылья.

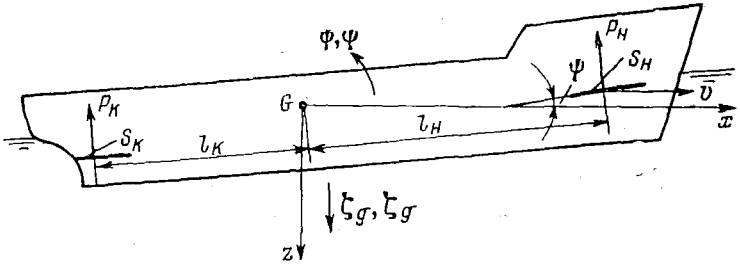


Рис. VIII.26. Эскиз размещения на судне носовых и кормовых крыльев.

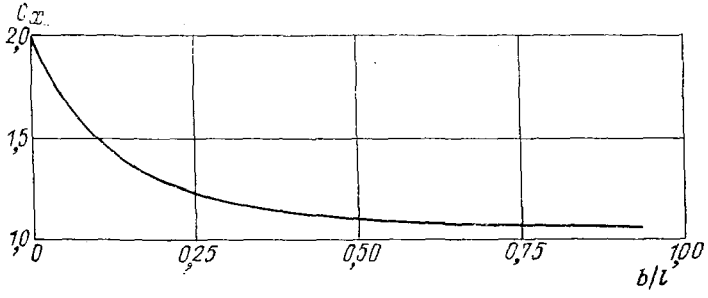


Рис. VIII.27. Зависимость коэффициента C_x от отношения b/l для изолированного крыла.

При отсутствии экспериментальных данных по коэффициентам подъемной силы можно приближенно принимать $C^{\alpha}_{yн} = C^{\alpha}_{yк} = C^{\alpha}_y$ и использовать для определения этого коэффициента формулу Г. Ф. Бураго с поправочным коэффициентом К. К. Федяевского

$$C^{\alpha}_y = 5{,}15 \frac{2{,}75\lambda}{2{,}75\lambda + 5{,}6}, \qquad \text{(VIII.113)}$$

где $\lambda = l/b$ — относительное удлинение крыла. Скорости $v_н$ и $v_к$ для приближенных расчетов можно принимать равными скорости судна v.

Угол атаки крыла, установленного параллельно основной плоскости судна, представляет собой геометрическую сумму углов скоса потока от килевой и вертикальной качки и от орбитального движения частиц волны с углом наклона крыла по отношению к вектору скорости судна. Поскольку последняя из указанных составляющих равна углу килевой качки ψ, суммарные углы атаки определяются выражениями

$$\alpha_н = -\psi - \frac{\dot{\zeta}_g}{v} + \frac{l_н\dot{\psi}}{v} + \frac{\dot{\zeta}_н}{v} \qquad \text{(VIII.114)}$$

для носового крыла и

$$\alpha_к = -\psi - \frac{\dot{\zeta}_g}{v} - \frac{l_к\dot{\psi}}{v} + \frac{\dot{\zeta}_к}{v} \qquad \text{(VIII.115)}$$

для кормового крыла. Здесь $\dot{\zeta}_н$ и $\dot{\zeta}_к$ — вертикальные составляющие скорости орбитального движения частиц волны в месте расположения носового или кормового крыла. При ходе судна вразрез волне эти величины равны

$$\left.\begin{aligned}\dot{\zeta}_н &= -\zeta_A \omega e^{-kd_н} \sin(\omega_к t + kl_н);\\ \dot{\zeta}_к &= -\zeta_A \omega e^{-kd_к} \sin(\omega_к t - kl_к),\end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.116)}$$

где $d_н$ и $d_к$ — погружение под поверхность тихой воды носового и кормового крыльев соответственно.

Суммарные стабилизирующие сила и момент, создаваемые продольным обтеканием носовых и кормовых крыльев, определяются выражениями

$$P_2 = \frac{\rho}{2} v \left[C^{\alpha}_{yн} S_н \left(-\psi v - \dot{\zeta}_g + l_н \dot{\psi} - \dot{\zeta}_н\right) + C^{\alpha}_{yк} S_к \left(-\psi v - \dot{\zeta}_g - l_к \dot{\psi} + \dot{\zeta}_к\right)\right]; \qquad \text{(VIII.117)}$$

$$\mathfrak{M}_2 = -\frac{\rho}{2} v \left[C^{\alpha}_{yн} S_н l_н \left(-\psi v - \dot{\zeta}_g + l_н \dot{\psi} - \dot{\zeta}_н\right) - C^{\alpha}_{yк} S_к l_к \left(-\psi v - \dot{\zeta}_g - l_к \dot{\psi} + \dot{\zeta}_к\right)\right]. \qquad \text{(VIII.118)}$$

Поскольку крылья при качке совершают периодические колебания, они создают также инерционные силы, равные произведению присоединенной массы крыла на ускорение, возникающее при его движении. Однако эти силы малы по сравнению с инерционными силами самого судна и в практических расчетах могут не учитываться.

Система уравнений, описывающих продольную качку судна, снабженного носовыми и кормовыми пассивными крыльями, может быть получена путем включения в уравнение (IV.61) стабилизирующей силы, создаваемой поперечным и продольным обтеканием крыла, а в уравнение (IV.60) соответствующего стабилизирующего момента. При этом получается довольно сложная система нелинейных уравнений, которая может быть решена с использованием ЭВМ.

Для качественной оценки влияния крыльев на продольную качку судна рассмотрим два частных случая.

В первом случае предполагаем вертикальную и килевую качки взаимно независимыми, что можно принимать для судов без хода или при малых скоростях. В этом случае в уравнение вертикальной качки необходимо включить стабилизирующую силу $P = P_1 + P_2$, вычисленную в предположении $\psi = \dot{\psi} = 0$, а в уравнение килевой качки — стабилизирующий момент $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2$, вычисленный в предположении, что $\dot{\zeta}_g = 0$.

Линеаризируя составляющие стабилизирующих силы и момента, связанные с поперечным обтеканием крыльев, из условия равенства работ при линейном и квадратичном законах получим следующие уравнения вертикальной и килевой качки судна, снабженного пассивными крыльями:

$$\left.\begin{aligned}A_{33}\ddot{\zeta}_g + B^*_{33}\dot{\zeta}_g + C_{33}\zeta_g &= F^*_1 \cos\omega_к t + F^*_2 \sin\omega_к t;\\ A_{55}\ddot{\psi} + B^*_{55}\dot{\psi} + C^*_{55}\psi &= M^*_1 \cos\omega_к t + M^*_2 \sin\omega_к t,\end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.119)}$$

где

$$\left.\begin{aligned}B^*_{33} &= B_{33} + \left(0{,}85\,\frac{\rho}{2}\,\omega_к \zeta_{g0}\right)\left(C_{xн}S_н + C_{xк}S_к\right) +\\ &\quad + \frac{\rho}{2} v \left(C^{\alpha}_{yн}S_н + C^{\alpha}_{yк}S_к\right);\\ B^*_{55} &= B_{55} + \left(0{,}85\,\frac{\rho}{2}\,\omega_к \psi_0\right)\left(C_{xн}S_н l^3_н + C_{xk}S_к l^3_к\right) +\\ &\quad + \frac{\rho}{2} v \left(C^{\alpha}_{yн}S_н l^2_н + C^{\alpha}_{yк}S_к l^2_к\right);\end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.120)}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
C_{55}^{*} &= C_{55} - \frac{\rho}{2} v^2 \left(C_{y\text{н}}^{\alpha} S_{\text{н}} l_{\text{н}} - C_{y\text{к}}^{\alpha} S_{\text{к}} l_{\text{к}}\right);\\
F_1^{*} &= F_1 + \omega\zeta_A \frac{\rho}{2} v \left(e^{-kd_{\text{н}}} C_{y\text{н}}^{\alpha} S_{\text{н}} \sin kl_{\text{н}} + e^{-kd_{\text{к}}} C_{y\text{к}}^{\alpha} S_{\text{к}} \sin kl_{\text{к}}\right);\\
F_2^{*} &= F_2 + \omega\zeta_A \frac{\rho}{2} v \left(e^{-kd_{\text{н}}} C_{y\text{н}}^{\alpha} S_{\text{н}} \cos kl_{\text{н}} + e^{-kd_{\text{к}}} C_{y\text{к}}^{\alpha} S_{\text{к}} \cos kl_{\text{к}}\right);\\
M_1^{*} &= M_1 - \omega\zeta_A \frac{\rho}{2} v \left(e^{-kd_{\text{н}}} C_{y\text{н}}^{\alpha} S_{\text{н}}\, l_{\text{н}} \sin kl_{\text{н}} + e^{-kd_{\text{к}}} C_{y\text{к}}^{\alpha} S_{\text{к}} l_{\text{к}} \sin kl_{\text{к}}\right);\\
M_2^{*} &= M_2 - \omega\zeta_A \frac{\rho}{2} v \left(e^{-kd_{\text{н}}} C_{y\text{н}}^{\alpha} S_{\text{н}} l_{\text{н}} \cos kl_{\text{н}} + e^{-kd_{\text{к}}} C_{y\text{к}}^{\alpha} S_{\text{к}} l_{\text{к}} \cos kl_{\text{к}}\right).
\end{aligned}
\right\}
\tag{VIII.121}
$$

Здесь индексами A_{jk}, B_{jk}, C_{jk}, F_{jk} и M_{jk} обозначены величины, характеризующие продольную качку судна, не имеющего крыльев, определяемые по данным гл. IV второго раздела.

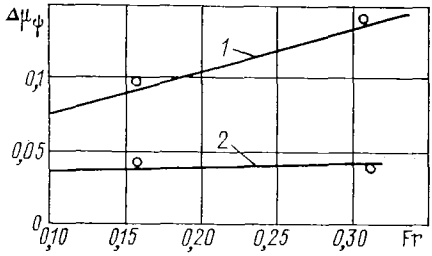


Рис. VIII.28. Надбавка к безразмерному коэффициенту сопротивления килевой качке за счет носовых килей и крыльев.

1 — крылья: $\lambda = 1$; $S_{\text{н}} = 0{,}03 S_{\text{ВЛ}}$; *2* — кили: $\lambda = 0{,}08$, $S_{\text{н}} = 0{,}04 S_{\text{ВЛ}}$; ——— результаты расчета; ○ — экспериментальные данные.

Количественный анализ выражений (VIII.119)—(VIII.121) показывает, что пассивные кили и крылья влияют в основном на величины B_{33}^{*} и B_{55}^{*}, т. е. на демпфирование вертикальной и килевой качки. Преобразуя выражения (VIII.120), можно получить следующие формулы для вычисления надбавок к безразмерным коэффициентам демпфирования μ_ζ и μ_ψ за счет пассивных килей или крыльев:

$$
\Delta\mu_\zeta = \frac{\left[0{,}425\omega_{\text{к}}\zeta_{g0}\left(C_{x\text{н}} S_{\text{н}} + C_{x\text{к}} S_{\text{к}}\right) + 0{,}5v\left(C_{y\text{н}}^{\alpha} S_{\text{н}} + C_{y\text{к}}^{\alpha} S_{\text{к}}\right)\right]\omega_\zeta}{2gS_{\text{ВЛ}}}; \tag{VIII.122}
$$

$$
\Delta\mu_\psi = \frac{\left[0{,}425\omega_{\text{к}}\psi_0\left(C_{x\text{н}} S_{\text{н}} l_{\text{н}}^3 + C_{x\text{к}} S_{\text{к}} l_{\text{к}}^3\right) + 0{,}5v\left(C_{y\text{н}}^{\alpha} S_{\text{н}} l_{\text{н}}^2 + C_{y\text{к}}^{\alpha} S_{\text{к}} l_{\text{к}}^2\right)\right]\rho\omega_\psi}{2DH}. \tag{VIII.123}
$$

Видно, что надбавки к безразмерным коэффициентам сопротивления складываются из двух составляющих, первая из которых не зависит от скорости судна, а вторая — пропорциональна ей. Первая составляющая определяет эффективность носовых и кормовых килей предельно малого удлинения ($\lambda \leqslant 0{,}1$), которые могут устанавливаться на судах, нуждающихся в умерении продольной качки в дрейфе. Для скоростных судов предпочтение следует отдавать крыльям конечного удлинения ($0{,}5 \leqslant \lambda \leqslant 1{,}0$).

На рис. VIII.28 приведено сопоставление результатов расчета по формуле (VIII.123) с экспериментальными данными, полученными Н. А. Николаевым путем принудительного раскачивания модели на тихой воде.

Во втором случае рассмотрим качку судна, имеющего сравнительно большую скорость и оборудованного крыльями конечного удлинения ($\lambda \approx 1$). Составляющими стабилизирующих силы и момента, связанными с поперечным обтеканием крыла,

можно пренебречь, но необходимо учесть взаимосвязь вертикальной и килевой качки. Система уравнений, описывающих продольную качку, примет вид

$$\left.\begin{aligned} A_{33}\ddot{\zeta}_g + B_{33}^*\dot{\zeta}_g + C_{33}\zeta_g + A_{35}\ddot{\psi} + B_{35}^*\dot{\psi} + C_{35}^*\psi = \\ = F_1^* \cos\omega_к t + F_2^* \sin\omega_к t; \\ A_{55}\ddot{\psi} + B_{55}^*\dot{\psi} + C_{55}^*\psi + A_{53}\ddot{\zeta}_g + B_{53}^*\dot{\zeta}_g + C_{53}\zeta_g = \\ = M_1^* \cos\omega_к t + M_2^* \sin\omega_к t, \end{aligned}\right\} \quad \text{(VIII.124)}$$

где

$$\left.\begin{aligned} B_{33}^* &= B_{33} + \frac{\rho}{2} v \left(C_{yн}^{\alpha} S_н + C_{yк}^{\alpha} S_к\right); \\ B_{55}^* &= B_{55} + \frac{\rho}{2} v \left(C_{yн}^{\alpha} S_н l_н^2 + C_{yк}^{\alpha} S_к l_к^2\right); \\ B_{35}^* &= B_{35} - \frac{\rho}{2} v \left(C_{yн}^{\alpha} S_н l_н - C_{yк}^{\alpha} S_к l_к\right); \\ B_{53}^* &= B_{53} - \frac{\rho}{2} v \left(C_{yн}^{\alpha} S_н l_н - C_{yк}^{\alpha} S_к l_к\right); \\ C_{35}^* &= C_{35} + \frac{\rho}{2} v^2 \left(C_{yн}^{\alpha} S_н + C_{yк}^{\alpha} S_к\right); \\ C_{55}^* &= C_{55} - \frac{\rho}{2} v^2 \left(C_{yн}^{\alpha} S_н l_н - C_{yк}^{\alpha} S_к l_к\right). \end{aligned}\right\} \quad \text{(VIII.125)}$$

Возмущающие силы и моменты F_1^*, F_2^*, M_1^* и M_2^* определяются формулами (VIII.121). Коэффициенты A_{jk}, B_{jk} и C_{jk} вычисляют по формулам (IV.67).

В активных успокоителях продольной качки с помощью специальной системы управления производится перекладка носовых или кормовых крыльев по заданному закону. Рассмотрим судно, оборудованное пассивным кормовым крылом и носовым крылом, перекладываемым по закону

$$\varphi = k_0\psi + k_1\dot{\psi} + k_2\ddot{\psi}. \quad \text{(VIII.126)}$$

В этом случае угол атаки носового крыла равен

$$\alpha_н = (k_0 - 1)\psi + \left(k_1 + \frac{l_н}{v}\right)\dot{\psi} + k_2\ddot{\psi} - \frac{\dot{\zeta}_g}{v} + \frac{\dot{\zeta}_н}{v} \quad \text{(VIII.127)}$$

и продольная качка судна описывается системой (VIII.124), в которой коэффициенты A_{35} и A_{55} должны быть заменены на A_{35}^* и A_{55}^*, определяющиеся выражениями

$$A_{35}^* = A_{35} - \frac{\rho}{2} v^2 S_н k_2 C_{yн}^{\alpha}; \quad A_{55}^* = A_{55} + \frac{\rho}{2} v^2 S_н l_н k_2 C_{yн}^{\alpha}, \quad \text{(VIII.128)}$$

а коэффициенты B_{jk}^* и C_{jk}^* равны

$$\left.\begin{aligned} B_{35}^* &= B_{35} - \frac{\rho}{2} v \left(C_{yн}^{\alpha} S_н l_н - C_{yк}^{\alpha} S_к l_к\right) - \frac{\rho}{2} v^2 C_{yн}^{\alpha} S_н k_1; \\ C_{35}^* &= C_{35} + \frac{\rho}{2} v^2 \left[C_{yк}^{\alpha} S_к - C_{yн}^{\alpha} S_н \left(1 - k_0\right)\right]; \\ B_{55}^* &= B_{55} + \frac{\rho}{2} v \left(C_{yн}^{\alpha} S_н l_н^2 + C_{yк}^{\alpha} S_к l_к^2\right) + \\ &\quad + \frac{\rho}{2} v^2 C_{yн}^{\alpha} S_н l_н k_1; \\ C_{55}^* &= C_{55} + \frac{\rho}{2} v^2 \left[C_{yк}^{\alpha} S_к l_к - C_{yн}^{\alpha} S_н l_н \left(1 - k_0\right)\right]. \end{aligned}\right\} \quad \text{(VIII.129)}$$

Аналогично может быть рассмотрено судно, оборудованное активным кормовым крылом.

Относительно целесообразности активизации крыльев в настоящее время единого мнения нет. В работах [108, 125] утверждается, что при интенсивной продольной качке судна углы атаки носового крыла близки к критическим, поэтому дальнейшее их увеличение нецелесообразно и коэффициенты при параметрах управления должны быть отрицательными. Но при таких коэффициентах снижается эффективность носового крыла при менее интенсивной качке. Тем не менее в [144] приведены результаты испытаний модели, оборудованной активным носовым крылом, управляемым по закону (VIII.126) при $k_2 = 0$ и положительных значениях коэффициентов

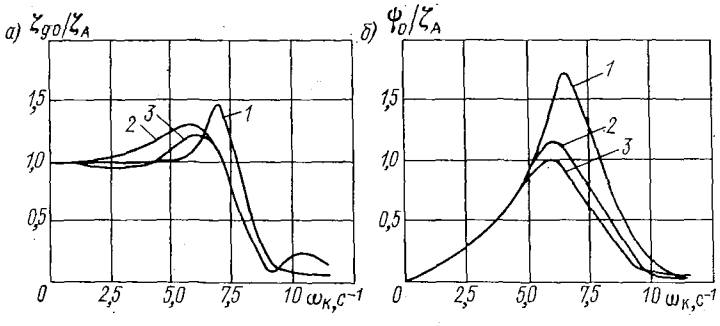


Рис. VIII.29. АЧХ продольной качки: *а* — вертикальная качка; *б* — килевая качка.

1 — модель без носового крыла; *2* — модель с пассивным крылом; *3* — модель с крылом, управляемым по закону (VIII.130) при $\varphi_{max} = 35°$.

k_0 и k_1. Во время испытаний было получено весьма существенное умерение килевой качки, достигавшее 75 %. В работе [153] рассмотрено управление носовым крылом по нелинейному закону

$$\varphi = k_1 \frac{\dot{\psi}}{\omega_\psi} + k_3 \left(\frac{\dot{\psi}}{\omega_\psi}\right)^3. \qquad \text{(VIII.130)}$$

Коэффициенты k_1 и k_3 рекомендуется выбирать таким образом, чтобы составляющая, пропорциональная $\dot{\psi}$, обеспечивала гармоническую перекладку крыла на угол φ_{max}, превосходящий критический угол атаки примерно на 10 %, а составляющая, пропорциональная $\dot{\psi}^3$, срезала пик, обеспечивая перекладку крыла по закону, близкому к трапецеидальному, с амплитудой, равной критическому углу атаки. Выбранные из этих соображений коэффициенты определяются выражениями [153]

$$k_1 = \frac{l_н \omega_\psi}{v} - \frac{1{,}7\varphi_{max}\omega_\psi}{\psi_0 \omega_к}; \quad k_3 = \frac{0{,}8\varphi_{max}\omega_\psi^3}{\omega_к^3 \psi_0^3}. \qquad \text{(VIII.131)}$$

Управление крылом по закону (VIII.130) сложно даже в случае регулярного волнения, поскольку требует изменения коэффициентов k_1 и k_3 при любом изменении внешних условий или режима движения судна. Нерегулярность волнения ведет к дальнейшему усложнению системы управления. В то же время, как показывает рис. VIII.29, выигрыш от активизации крыла невелик. Если пассивные крылья уменьшают амплитуды килевой качки на регулярном волнении на 30—35 %, то активизация их приводит к дополнительному снижению амплитуд на 10—15 %, увеличивая при этом вертикальную качку на длинных волнах.

В настоящее время ведутся поиски других способов активизации крыльев, среди которых необходимо упомянуть следующие:

1) отсос пограничного слоя для регулирования давления на засасывающей поверхности крыла;

2) применение управляемых закрылков, увеличивающих критические углы атаки;

3) применение реактивных струйных закрылков.

Оптимальным вариантом успокоителя большинство специалистов считают комбинацию носового пассивного крыла и кормового активного.

За последние 25 лет несколько судов, оборудованных пассивными носовыми крыльями, были испытаны в натурных условиях. Результаты испытаний показали, что продольная качка на нерегулярном волнении может быть уменьшена с помощью крыльев в среднем на 20—30 %. Тем не менее крылья не получили широкого распространения, а на большинстве испытанных судов были демонтированы, так как приводили к сильной вибрации носовой оконечности. Поэтому основным направлением в области создания успокоителей продольной качки становится исследование гидроупругих характеристик корпуса и крыльев и разработка способов снижения вибрации [98, 99].

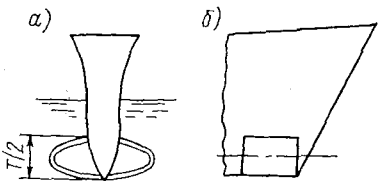


Рис. VIII.30. Эскиз эллиптического крыла: *а* — вид с носа; *б* — вид сбоку.

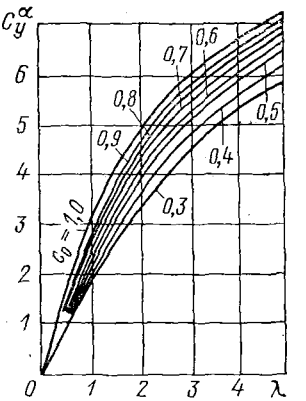


Рис. VIII.31. Коэффициент C_y^α для эллиптического крыла.

Одним из реальных путей снижения вибрации является замена плоского крыла эллиптическим, обладающим значительно большей жесткостью. Эскиз эллиптического крыла показан на рис. VIII.30.

Расчет продольной качки судна, оборудованного эллиптическим крылом, может производиться описанным выше способом при условии экспериментального или расчетного определения коэффициента C_y^α. На рис. VIII.31 приведен рассчитанный А. Н. Холодилиным для случая безграничной жидкости график зависимости $C_y^\alpha = f(\lambda, c_0)$, где $\lambda = l/b$; $c_0 = c/l$ [l — горизонтальная ось эллипса; b — хорда крыла (вдоль судна); c — вертикальная ось эллипса].

Глава IX

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧКИ

Экспериментальные методы исследования качки весьма разнообразны [3, 8, 33, 98, 105], поэтому в данной главе кратко рассматриваются лишь основные типы модельных и натурных испытаний, проводимых при исследовании качки судов как не имеющих успокоителей, так и снабженных успокоительными цистернами и бортовыми управляемыми рулями.

§ 62. ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК КАЧКИ МОДЕЛЕЙ НА ТИХОЙ ВОДЕ И НА ВОЛНЕНИИ

При моделировании качки в условиях опытового бассейна должны соблюдаться критерии подобия Фруда и Струхаля, т. е.

$$\mathrm{Fr}_{\text{м}} = \mathrm{Fr}_{\text{н}}; \quad \mathrm{Sh}_{\text{м}} = \mathrm{Sh}_{\text{н}}, \tag{IX.1}$$

где индексы м и н относятся к модели и к натуре соответственно;

$$\mathrm{Fr} = v/(gL); \quad \mathrm{Sh} = \omega L/v. \tag{IX.2}$$

Здесь v — характерная скорость; g — ускорение свободного падения; L — характерный линейный размер (длина судна); ω — частота колебаний. Не соблюдается подобие по критериям Рейнольдса и Вебера, т. е.

$$\mathrm{Re}_{\text{м}} \neq \mathrm{Re}_{\text{н}}; \quad \mathrm{We}_{\text{м}} \neq \mathrm{We}_{\text{н}}, \tag{IX.3}$$

где

$$\mathrm{Re} = vL/\nu; \quad \mathrm{We} = \sigma_{\text{п}}/(\rho L v^2). \tag{IX.4}$$

Здесь ν — кинематическая вязкость; $\sigma_{\text{п}}$ — коэффициент поверхностного натяжения. Несоблюдение этих условий может иметь значение при испытаниях малых по абсо-

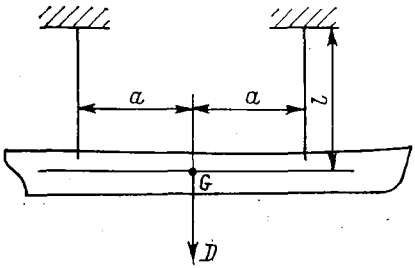


Рис. IX.1. Схема подвески модели на бифиляре.

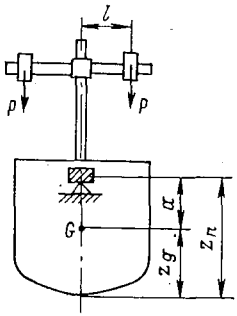


Рис. IX.2. Схема подвески модели на призмах.

лютным размерам моделей, поэтому масштаб модели $\kappa = L_{\text{н}}/L_{\text{м}}$ желательно выбирать таким образом, чтобы число Re было порядка 10^6, но во всяком случае не меньше $3 \cdot 10^5$.

При моделировании по критерию Фруда основные параметры, характеризующие кинематику и динамику модели и натуры, должны быть пропорциональны масштабу κ в различных степенях: линейные геометрические размеры κ^1; углы, линейные ускорения κ^2; линейные скорости, периоды колебаний $\kappa^{1/2}$; угловые скорости, частоты $\kappa^{-1/2}$; угловые ускорения κ^{-1}; объемы, массы, силы κ^3; моменты инерции объемов, масс κ^5.

Для обеспечения подобия модели проводят ее статическую и динамическую тарировку, т. е. определяют вес модели, положение ЦТ по длине и высоте, начальную поперечную метацентрическую высоту, моменты инерции массы относительно центральных осей.

Вместо абсциссы ЦТ x_g обычно находят абсциссу ЦВ x_c, так как $x_g = x_c$ и требующееся значение x_c получается автоматически, если обеспечена заданная посадка модели. При наиболее точных испытаниях абсциссу x_g определяют непосредственно путем взвешивания модели на двух опорах [3]. Ввиду малого различия между шириной и высотой борта момент инерции массы I_{yy} относительно центральной поперечной оси принимают равным моменту I_{zz}, определенному относительно центральной вертикальной оси. Для нахождения I_{zz} модель подвешивают на бифиляре, как это показано на рис. IX.1, приводя в колебательное движение относительно вертикальной оси и замеряют период колебаний τ_z. Затем вычисляют момент инерции по формуле

$$I_{yy} = I_{zz} = Da^2\tau_z^2/(4\pi^2 l), \tag{IX.5}$$

где D — сила тяжести модели; $2a$ — расстояние между точками подвеса; l — длина бифиляра. Заданное значение I_{yy} обеспечивают путем перемещения грузов по длине модели.

Для определения аппликаты ЦТ z_g и момента инерции массы относительно центральной продольной оси I_{xx} модель подвешивают на призмах, как это показано на рис. IX.2. Возвышение точек подвеса над основной плоскостью z_n должно быть

точно измерено. На модели устанавливают мачту с поперечной штангой, по которой могут перемещаться тарировочные грузы P. Путем перемещения одного из грузов создают кренящий момент и замеряют соответствующий ему угол крена θ. Расстояние a между ЦТ и точкой подвеса рассчитывают по выражению

$$a = Pl/(D\theta), \tag{IX.6}$$

а аппликату ЦТ по формуле

$$z_g = z_n - a. \tag{IX.7}$$

Для определения момента инерции I_{xx} модель приводят в колебательное движение и измеряют период малых свободных колебаний в воздухе τ, так как

$$I_{xx} = Da\,[(\tau/2\pi)^2 - (a/g)]. \tag{IX.8}$$

Заданные значения z_g и I_{xx} обеспечивают путем перемещения грузов по высоте и ширине модели.

При исследовании бортовой качки необходимо также найти начальную поперечную метацентрическую высоту путем кренования модели в воде. Значение h_0 вычисляют по известной формуле

$$h_0 = Pl/(D\theta). \tag{IX.9}$$

Инерционные и демпфирующие силы определяют путем испытания модели на тихой воде методами свободных или вынужденных колебаний. Первый из этих методов применяют только при исследовании бортовой качки. Модель накреняют на некоторый угол и отпускают, после чего она совершает свободные затухающие колебания, вид которых показан на рис. III.17. Если бортовая качка на тихой воде описывается изолированным уравнением (III.110), то решение его при начальных условиях $\theta = \theta_0$, $\dot\theta_0 = 0$ при $t = 0$ имеет вид

$$\theta = \theta_0 e^{-\nu_\theta t} \cos \omega_1 t,$$

где $\omega_1 = \sqrt{\omega_\theta^2 - \nu_\theta^2}$. Поскольку $\nu_\theta^2 \ll \omega_\theta^2$, обычно принимают $\omega_\theta = \omega_1 = 2\pi/\tau_\theta$, где τ_θ — период малых затухающих колебаний.

Суммарный момент инерции $I_{xx} + \lambda_{44}$ связан с величиной τ_θ соотношением

$$I_{xx} + \lambda_{44} = Dh_0\tau_\theta^2/(4\pi^2). \tag{IX.10}$$

Вычитая из него величину I_{xx}, определенную при тарировке модели, получаем присоединенный момент инерции λ_{44}.

При линейном законе сопротивления, т. е. при $\nu_\theta = \text{const}$, отношение двух последовательных амплитуд равно

$$\frac{\theta_k}{\theta_{k+1}} = e^{\nu_\theta \tau_\theta/2}, \tag{IX.11}$$

откуда

$$\ln \theta_k - \ln \theta_{k+1} = \nu_\theta \tau_\theta/2. \tag{IX.12}$$

Величина $\nu_\theta\tau_\theta/2$ определяет убывание натуральных логарифмов двух последовательных амплитуд и называется логарифмическим декрементом.

Разлагая $e^{\nu_\theta\tau_\theta/2}$ в ряд, ограничиваясь двумя первыми членами разложения и вводя понятие безразмерного коэффициента сопротивления бортовой качке $\mu_\theta = \nu_\theta/\omega_\theta$, из формулы (IX.12) получаем:

$$\mu_\theta = \Delta\theta_{\tau/2}/(\pi\theta_k), \tag{IX.13}$$

где $\Delta\theta_{\tau/2} = \theta_k - \theta_{k+1}$ — убыль амплитуд за полупериод колебаний; θ_k — амплитуда в начале рассматриваемого полупериода.

По кривой затухающих свободных колебаний можно определить коэффициенты сопротивления и при более общих законах (квадратичном, двучленном и др.). Методы обработки записей для этих случаев описаны в работах [8, 64]. При выполнении практических расчетов качки чаще всего пользуются безразмерным линеаризованным коэффициентом сопротивления, который вычисляют по формуле (IX.13), но рассматривают как функцию амплитуды качки θ_k или амплитуды угловой ско-

рости $\dot{\theta}_k$. Поскольку метод свободных колебаний не позволяет определять коэффициенты сопротивления при частотах, отличных от ω_θ, принимают $\dot{\theta}_k = \theta_k\omega_\theta$.

При большом демпфировании свободные колебания быстро затухают и обработка их сопровождается большими погрешностями. Поэтому для моделей, имеющих развитые выступающие части, в особенности при наличии хода, предпочтительным является метод вынужденных колебаний, суть которого заключается в следующем. На модели устанавливают раскачивающее устройство в виде противоположно вращающихся гироскопов или перемещающихся грузов, создающее момент, изменя-

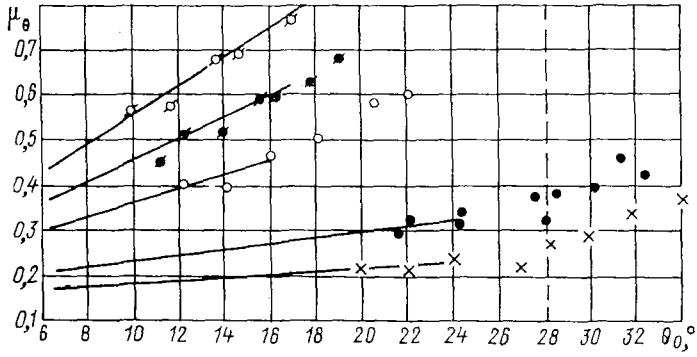


Рис. IX.3. Сравнение безразмерных коэффициентов демпфирования, определенных методами свободных и вынужденных колебаний при различных состояниях нагрузки модели.

——— осредненные кривые, определенные методом свободных колебаний; точки — значения, полученные методом вынужденных колебаний; — — — — вход в воду кромки палубы.

ющийся по гармоническому закону $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 \sin \omega t$. Качка модели на тихой воде при этом описывается уравнением

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta\dot{\theta} + \omega_\theta^2\theta = \omega_\theta^2\varphi_{ст} \sin \omega t, \qquad (IX.14)$$

где $\varphi_{ст} = \mathfrak{M}_0/(Dh_0)$ — статическая характеристика раскачивающего устройства; ω — частота возмущения. Решение уравнения (IX.14) может быть записано в виде

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t - \varepsilon_\theta), \qquad (IX.15)$$

где

$$\theta_0 = \varphi_{ст}/\sqrt{(1-\sigma^2)^2 + 4\mu_\theta^2\sigma^2}; \qquad (IX.16)$$

$$\varepsilon_\theta = \operatorname{arctg}\frac{2\mu_\theta}{1-\sigma^2}. \qquad (IX.17)$$

Здесь

$$\sigma = \omega/\omega_\theta.$$

При испытаниях синхронно регистрируются возмущающий момент и качка модели, что в принципе позволяет при любой частоте определить безразмерный коэффициент сопротивления как из амплитудных соотношений [формула (IX.16)], так и из фазовых [формула (IX.17)]. Однако этот метод дает достоверные результаты лишь при использовании формулы (IX.16), когда имеют место условия резонанса, т. е. при $\omega = \omega_\theta$. Определение коэффициента μ_θ по сдвигу фаз, а также по амплитудным соотношениям при $\omega \neq \omega_\theta$ приводит к появлению малых разностей близких по значению величин и к потере точности. Необходимо также использовать специальные методы контроля возникновения резонансных условий, например следующий. Сигналы возмущающего момента и качки выводят на экран двухлучевого осциллографа. При резонансе лучи этих сигналов взаимно перпендикулярны, и на экране осциллографа появляется правильный эллипс. При отсутствии подобного осцил-

лографа надо принимать меры, повышающие точность обработки экспериментальных данных [31]. При соблюдении этих мер безразмерные коэффициенты сопротивления, определенные методами свободных и вынужденных колебаний, практически совпадают между собой (рис. IX.3). Метод вынужденных колебаний в описанном выше варианте также не позволяет установить зависимость безразмерного коэффициента сопротивления от частоты колебаний. Для этой цели используют более сложные установки [154]. С помощью таких установок можно не только определить зависимость от частоты инерционных и демпфирующих составляющих сил и моментов, но и найти коэффициенты, учитывающие взаимное влияние различных видов качки. Например, создавая бортовую качку модели и замеряя горизонтальную поперечную составляющую силы, отыскивают коэффициенты μ_{24}, λ_{24}. Аналогичные установки применяют для исследования продольной качки [118], причем в этом случае используют, как правило, модели, состоящие из отдельных секций, что позволяет проверить пригодность гипотезы плоских сечений. Опубликованные результаты [118, 154] показывают, что все составляющие сил и моментов, кроме инерционного и особенно демпфирующего момента при бортовой качке, удовлетворительно согласуются с расчетами, базирующимися на гипотезе невязкой жидкости. Поэтому основные усилия экспериментаторов в этой области направлены на исследование коэффициентов λ_{44} и μ_{44} (или μ_θ).

Основной целью испытания моделей на регулярном волнении является определение АЧХ и ФЧХ различных видов качки. В тех случаях когда качка описывается линейными дифференциальными уравнениями, АЧХ, полученные на регулярном волнении, можно рассматривать как модули передаточной функции и использовать для нахождения статистических характеристик качки на нерегулярном волнении, как это описано в гл. V второго раздела. Если качка характеризуется нелинейностью демпфирующего или восстанавливающего моментов, результаты испытаний зависят от крутизны волны (см. рис. III.18). Пересчет их на нерегулярное волнение требует введения дополнительных гипотез. Например, при допущении, что бортовая качка описывается изолированным «укороченным» уравнением, нелинейным только по демпфированию, АЧХ можно использовать для вычисления редукционного коэффициента $\varkappa_\theta$ главной части возмущающего момента:

$$\varkappa_\theta = \frac{\theta_0}{\alpha_0} \frac{\sqrt{(\omega_\theta^2 - \omega^2)^2 + 4\mu_\theta^2(\theta_0)\,\omega_\theta^2\omega^2}}{\omega_\theta^2}, \qquad (IX.18)$$

где θ_0 — экспериментальное значение амплитуды качки при заданных параметрах волны ($\alpha_0 = \text{const}$, $\omega = \text{const}$); $\mu_\theta(\theta_0)$ — безразмерный коэффициент сопротивления бортовой качке, соответствующий этому значению θ_0. Значения ω_θ, $\varkappa_\theta$ и $\mu_\theta(\theta_0)$ определяют собой всю совокупность величин, необходимых для расчета бортовой качки судна на нерегулярном волнении.

Недостатком этого метода является априорное допущение о том, что бортовая качка судна описывается изолированным «укороченным» уравнением. От этого допущения свободен метод использования экспериментальных данных, предложенный И. К. Бородаем [14], согласно которому модуль передаточной функции бортовой качки $|\Phi_\theta|$ определяют экспериментально в широком диапазоне частот волны при нескольких значениях ее амплитуды. Результаты эксперимента представляют графически в виде $|\Phi_\theta|_{\omega=\text{const}} = f(D_{\dot\theta})$, причем величине $\dot\theta_0$ придается смысл амплитуды, имеющей обеспеченность 17 %, т. е. считается, что $D_{\dot\theta} = (0{,}526\dot\theta_0)^2$ (см. гл. V). Модуль передаточной функции можно определять как по отношению к ординате волны, так и по отношению к углу волнового склона. В последнем случае график $|\Phi_{\theta\alpha}|_{\omega=\text{const}} = f(D_{\dot\theta})$ имеет вид, показанный на рис. IX.4, *а*. Для трех-четырех наперед заданных значений дисперсии скорости, обозначаемых $D_{\dot\theta 1}$, с графика снимают ординаты модуля передаточной функции $|\Phi(D_{\dot\theta 1}\omega)|$ и рассчитывают дисперсии скорости бортовой качки для различной интенсивности волнения:

$$D_{\dot\theta 2}(D_{\dot\theta 1}) = \int_0^\infty \omega_\text{к}^2 \left|\Phi_{\theta\alpha}(D_{\dot\theta 1}, \omega)\right|^2 S_\alpha(\omega)\, d\omega. \qquad (IX.19)$$

Зависимости $D_{\dot\theta 2} = f(D_{\dot\theta 1})$ наносят на график (кривые *1—3*, рис. IX.4, *б*), на котором проводят также прямую $D_{\dot\theta 2} = D_{\dot\theta 1}$ (прямая *4*). Пересечение указанных функций определяет искомую дисперсию $D_{\dot\theta}$ скорости бортовой качки, для которой с графика рис. IX.4,*а* снимают ординаты модуля передаточной функции, показанные на

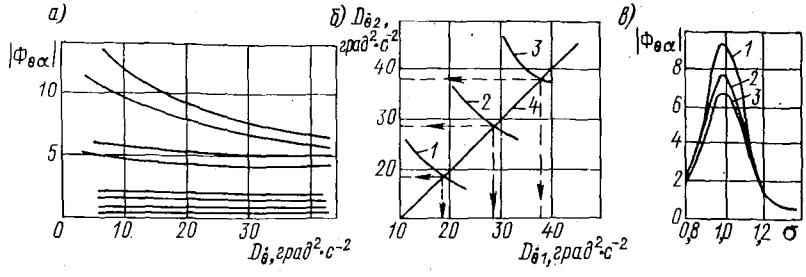


Рис. IX.4. К расчету статистических характеристик нелинейной бортовой качки судна на основе модельного эксперимента: *а* — экспериментальная зависимость $|\Phi_{\theta\alpha}|_{\omega=\text{const}} = f(D_{\dot\theta})$; *б* — определение искомой дисперсии угловой скорости; *в* — значения $|\Phi_{\theta\alpha}|$, соответствующие различной балльности волнения.

1 — 6 баллов; *2* — 7 баллов; *3* — 8 баллов.

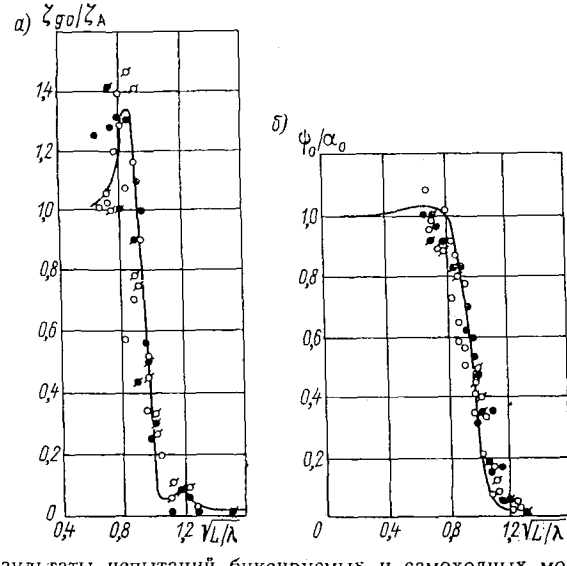


Рис. IX.5. Результаты испытаний буксируемых и самоходных моделей контейнеровоза $V = 14\,500$ м³, $\kappa = 1/40$ при $\mathrm{Fr} = 0{,}20$ в двух различных опытовых бассейнах: *а* — вертикальная качка; *б* — килевая качка.

Испытания БИГС: ○ — самоходная модель; ⌀ — буксируемая модель; испытания ЦНИИ: ● — самоходная модель; ⌀ — буксируемая модель; ——— результаты расчета.

рис. IX.4, *в*, и обычным путем вычисляют дисперсию качки на заданном нерегулярном волнении.

Продольная качка при умеренных амплитудах описывается системой линейных дифференциальных уравнений, поэтому АЧХ определяемых ею процессов можно непосредственно рассматривать как модули передаточных функций. При испытаниях обычно замеряют параметры килевой и вертикальной качки, абсолютные вертикаль-

что позволяет рассчитать заливание и оголение этих точек в условиях нерегулярного волнения. Испытания проводят как на моделях, буксируемых с помощью динамометров, обеспечивающих свободу колебаний модели, так и на самоходных моделях, оборудованных автоматической системой удержания модели на заданном курсе. Методика испытаний модели на встречном волнении достаточно отработана, и результаты, получаемые в различных опытовых бассейнах на буксируемых и самоходных моделях, как правило, хорошо согласуются между собой. Для подтверждения сказанного на рис. IX.5 приведены результаты испытаний самоходной и буксируемой моделей контейнеровоза в опытовых бассейнах Болгарского института гидродинамики судна (БИГС) и ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова.

Методика испытаний при движении произвольным курсом к волне менее отработана, и данные систематических модельных испытаний в различных опытовых бассейнах отсутствуют. Использование самоходных моделей в этом случае является предпочтительным.

При исследовании существенно нелинейных процессов, например слеминга, наиболее достоверные результаты дают испытания моделей на нерегулярном волнении. Их проводят либо в опытовых бассейнах, оборудованных волнопродукторами, генерирующими волнение с заданным спектром, либо в открытых водоемах на естественном ветровом волнении. В первом случае обеспечивается полное подобие спектров волнения для модели и натуры. Во втором случае добиться подобия спектров значительно труднее, и иногда приходится ограничиваться подобием характерных высот и периодов волн.

§ 63. ОСОБЕННОСТИ ИСПЫТАНИЙ МОДЕЛЕЙ, ОБОРУДОВАННЫХ УСПОКОИТЕЛЯМИ КАЧКИ

Испытания закрытых успокоительных цистерн начинают с определения характеристик колебания жидкости — собственной частоты ω_z и безразмерного коэффициента внутреннего демпфирования μ_z. Для этого испытывают изолированные модели цистерн методами свободных или вынужденных колебаний. Конструкция модели должна обеспечивать возможность варьирования внутреннего демпфирования путем установки в водяном канале сменных перфорированных переборок с различными коэффициентами проницаемости. Метод свободных колебаний неприменим для цистерн, имеющих большое внутреннее демпфирование (например, многоярусных).

Более достоверным, но значительно более сложным, является метод вынужденных колебаний. Он требует наличия стенда, который задает модели угловые колебания под действием регулярного или нерегулярного возмущающего момента; в некоторых конструкциях модель совершает также орбитальное движение. Размеры стенда выбирают таким образом, чтобы на нем можно было испытывать модели судов, оборудованных успокоителями и выполненных в обычном для мореходных испытаний масштабе, либо крупномасштабные модели изолированных цистерн. В последнем случае измеряют и раскладывают на синусную и косинусную составляющие стабилизирующий момент, создаваемый цистерной, что позволяет определить инерционную и демпфирующую его компоненты, исследуют влияние внутреннего демпфирования, положения цистерны по высоте, иногда варьируют вязкость стабилизирующей жидкости.

При установке на стенде модели судна задают возмущающий момент и регистрируют качку модели при включенном и выключенном успокоителе в идентичных условиях. Такие стенды пригодны для любых цистерн, не сообщающихся с забортной водой.

При испытаниях моделей, оборудованных цистернами, на регулярном волнении особое внимание следует уделять выбору крутизны последнего. Известно, что кратность умерения, т. е. отношение амплитуд качки нестабилизированного $\theta_{н.\,у}$ и стабилизированного $\theta_у$ судна, при резонансе определяется выражением

$$K_{рез} = \theta_{н.\,у}/\theta_у = \alpha_{эф}/(\alpha_{эф} - \varphi_{ст}), \qquad (IX.20)$$

где $\alpha_{эф} = \varkappa_\theta \alpha_0$ — эффективный угол волнового склона; $\varphi_{ст}$ — статическая характеристика успокоителя. Поэтому

которая не подтвердится при натурных испытаниях судна. В то же время испытания модели на чрезмерно крутом волнении могут привести к необоснованно пессимистическим выводам в отношении эффективности успокоителя.

На рис. IX.6 приведены полученные Б. Н. Смирновым результаты испытаний модели гидрографического судна, оборудованного цистерной Фрама, на правильном волнении различной крутизны. Видно, что включение цистерны приводит примерно к двухкратному уменьшению резонансных амплитуд качки на волнах умеренной крутизны ($\alpha_0 \approx 4°$), но практически не снижает их на крутом волнении ($\alpha_0 \approx 7°$).

В работе [130] показано, что наиболее достоверное представление о работе успокоителя на нерегулярном волнении интенсивностью 5—6 баллов можно полу-

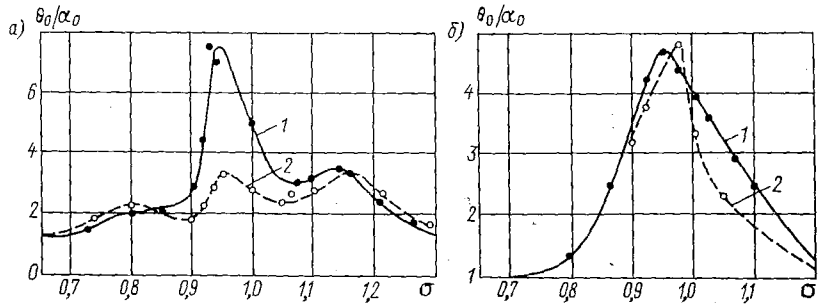


Рис. IX.6. Результаты испытаний модели, оборудованной цистерной Фрама, на регулярном волнении различной крутизны: *а* — $\alpha_0 = 4°$; *б* — $\alpha_0 = 7°$.
1 — модель без цистерны; *2* — модель с цистерной.

чить при испытаниях модели на регулярных волнах умеренной крутизны ($\alpha_0 = 4 \div 5°$). Однако и в этом случае нельзя ограничиться испытаниями модели в условиях резонанса, а необходимо получить АЧХ бортовой качки модели в возможно более широком диапазоне частот и использовать ее в качестве модуля передаточной функции для расчета статистических характеристик качки.

Наиболее достоверные результаты могут быть получены при испытаниях моделей, оборудованных успокоительными цистернами, на нерегулярном волнении. В этом случае автоматически моделируются нелинейности, связанные с качкой судна и колебаниями жидкости в цистерне. В частности, можно найти распределение амплитуд качки, отличное от закона Рэлея, и оценить умерение амплитуд различной обеспеченности. Сказанное иллюстрируется заимствованными из [37] результатами испытаний модели контейнеровоза, оборудованного многоярусной квазистатической цистерной (табл. IX.1).

Таблица IX.1. **Результаты испытаний модели контейнеровоза, оборудованного многоярусной квазистатической цистерной**

Интенсивность волнения, баллы	$h_{3\%}$, м	$\bar{\tau}$, с	Цистерна выключена		Цистерна включена		Кратность умерения	
			$\bar{\theta}_{он.\,y}$, °	$(\theta_{он.\,y})_{3\%}$, °	$\bar{\theta}_{0y}$, °	$(\theta_{0y})_{3\%}$, °	по средним размахам	по размахам 3 %-ной обеспеченности
5	3,5	7,2	4,0	8,0	3,1	7,4	1,3	1,1
6	6,0	8,7	2,8	8,6	1,2	5,8	2,3	1,5

Эффективность скуловых килей определяют либо путем получения АЧХ бортовой качки модели с килями и без килей на регулярном волнении в широком диапазоне частот, либо путем непосредственного испытания тех же моделей на нерегулярном волнении.

Особого внимания заслуживает вопрос об оценке эффективности успокоителя в случае установки на судне скуловых килей и успокоительных цистерн. В табл. IX.2 [128] приведены результаты испытаний вариантов модели гидрографического судна на регулярном резонансном волнении. Как видно из таблицы, установка скуловых килей на судне, оборудованном успокоительной цистерной, снижает амплитуды качки, однако показатель кратности умерения качки при этом ухудшается Поскольку целью установки успокоителей является всемерное уменьшение качки, а не получение формальных высоких показателей эффективности, скуловые кили следует устанавливать во всех случаях, когда это допускается условиями эксплуатации судна. Однако при сравнении между собой эффективности различных успокоителей необходимо учитывать указанное обстоятельство.

Таблица IX.2. **Результаты испытаний модели гидрографического судна на регулярном резонансном волнении**

h, м	Без скуловых килей			Со скуловыми килями		
	Размахи качки, °		Умерение качки, %	Размахи качки, °		Умерение качки, %
	цистерна выключена	цистерна включена		цистерна выключена	цистерна включена	
2,5	22,2	8,3	62	11,6	6,9	45
5,0	50,8	21,8	57	24,9	18,3	27

Основой экспериментального исследования успокоителей качки с бортовыми управляемыми рулями является нахождение позиционных гидродинамических характеристик крыльев, для чего проводят соответствующие испытания в аэродинамических или кавитационных трубах. Целью испытания моделей судов, оборудованных рулями, является определение влияния корпуса, скуловых килей и взаимодействия рулей (при установке нескольких пар) на эффективность успокоителя. Необходимо иметь в виду, что непосредственное определение в условиях модельного эксперимента стабилизирующего действия рулей весьма затруднительно, так как для работы бортовых рулей в режиме успокоения качки модель должна быть оборудована системой управления, измеряющей параметры качки, вырабатывающей управляющий сигнал и перекладывающей рули по заданному закону, что представляет собой сложную техническую задачу. Испытания значительно упрощаются, если качка модели вызывается не волной, а раскачивающим устройством в виде гироскопов или перемещающихся грузов. Перекладывая бортовые рули в противофазе с возмущающим моментом, можно найти стабилизирующее действие успокоителя при управлении по моменту, которое в условиях резонанса совпадает с управлением по угловой скорости качки.

Однако чаще всего момент, создаваемый успокоителем, определяют на тихой воде путем замены стабилизирующего действия рулей раскачивающим. При этом необходимо иметь в виду, что при работе в режиме умерения моменты, создаваемые за счет пассивного и активного эффектов рулей, направлены в одну сторону, а при работе в режиме раскачивания они противодействуют друг другу. Поэтому если из-за влияния корпуса, скуловых килей или других факторов эти эффекты изменяются в одинаковой степени, амплитуды искусственной качки, создаваемой бортовыми рулями, могут изменяться незначительно, тогда как при работе в режиме стабилизации качки это влияние будет существенным. В связи с этим модельные испытания проводят в следующей последовательности. Сначала методами свободных или вынужденных колебаний при заданной скорости движения получают безразмерный коэффициент сопротивления μ_θ модели без бортовых рулей и с неподвижными рулями $\mu_{\theta\,\text{пас}}$. Разность этих коэф-

Таблица IX.3. **Коэффициенты $\varkappa_i$, определенные при испытаниях различных вариантов бортовых рулей, приведенных на рис. IX.7.**

Fr	Вариант рулей					
	I		II		III	
	Пассивный эффект	Активный эффект	Пассивный эффект	Активный эффект	Пассивный эффект	Активный эффект
0,177	0,96	1,00	0,88	0,84	0,50	0,53
0,230	1,00	1,00	0,85	0,86	0,53	0,54

рулей. Затем производят раскачивание модели бортовыми рулями и замеряют возникающие при этом амплитуды качки.

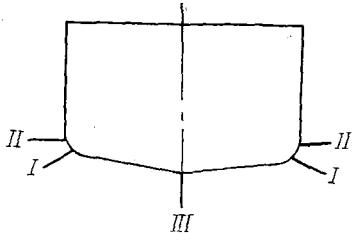


Рис. IX.7. Эскиз различных вариантов размещения бортовых рулей на корпусе модели.

Вынужденная качка модели описывается уравнением

$$\ddot{\theta} + 2\nu_{\theta\,\text{пас}}\dot{\theta} + \omega_\theta^2\theta = \omega_\theta^2\varphi_{\text{ст}}\sin\omega t, \qquad \text{(IX.21)}$$

где $\nu_{\theta\,\text{пас}} = \mu_{\text{пас}}\omega_\theta$ — относительный коэффициент сопротивления бортовой качке с учетом пассивного эффекта рулей; $\varphi_{\text{ст}} = \mathfrak{M}_0/(Dh_0)$ — статическая характеристика успокоителя ($\mathfrak{M}_0$ — амплитуда возмущающего момента, создаваемого рулями при данных значениях скорости движения и частоты перекладки). При решении уравнения (IX.21) получают следующее выражение для величины $\mathfrak{M}_0$:

$$\mathfrak{M}_0 = Dh_0\theta_0\sqrt{(1-\sigma^2)^2 + 4\mu_{\text{пас}}^2\sigma^2}, \qquad \text{(IX.22)}$$

где θ_0 — амплитуда вынужденных колебаний при данном режиме работы; $\sigma = \omega/\omega_\theta$.

Сравнивая значения $\mathfrak{M}_0$, рассчитанные по формулам (IX.22) и (VIII.71), получаем коэффициент $\varkappa_i$, учитывающий влияние корпуса, скуловых килей и др. Этот же коэффициент можно получить, сравнивая найденную экспериментально надбавку на пассивный эффект рулей со значением, вычисленным по формуле (VIII.76). Как правило, величины $\varkappa_i$, определяемые обоими путями, близки между собой. В табл. IX.3 приведены значения $\varkappa_i$, полученные при испытаниях трех вариантов бортовых рулей, показанных на рис. IX.7.

При исследовании успокоителей качки с бортовыми управляемыми рулями в целом, т. е. с учетом системы автоматического управления и привода перекладки, широко применяют моделирование с помощью вычислительных или электромеханических аналоговых машин. Моделируются дифференциальные уравнения движения замкнутой системы, включающей судно, систему автоматического управления, привод перекладки и бортовые рули. При этом могут быть учтены все существенные нелинейности системы: ограничение угла и скорости перекладки руля, зоны нечувствительности и запаздывания в приводе и т. д. На вход системы подается возмущение, имитирующее регулярное или нерегулярное волнение. Можно использовать сочетание реальной системы автоматического управления с математической моделью судна. Более подробное описание таких испытаний приведено в работе [105]

§ 64. НАТУРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КАЧКИ СУДОВ

Окончательными критериями для суждения о правильности методов расчета качки являются результаты натурных испытаний судна на реальном нерегулярном волнении. Обязательным условием получения достоверных данных служит инструментальная запись волнения, поскольку визуальные наблюдения не позволяют определить его спектральный состав и дают лишь ориентировочную оценку интенсивности. Регистрация волнения производится с помощью стереофотосъемки, датчиков гидростатического давления или волномерных буев. Оптимальными следует считать такие приборы, которые дают возможность установить распределение энергии волнения не только по частотам, но и по направлениям, например самоориентирующийся буй [44]. Однако их применяют редко, поэтому натурные испытания не всегда позволяют найти количественные характеристики трехмерности волнения.

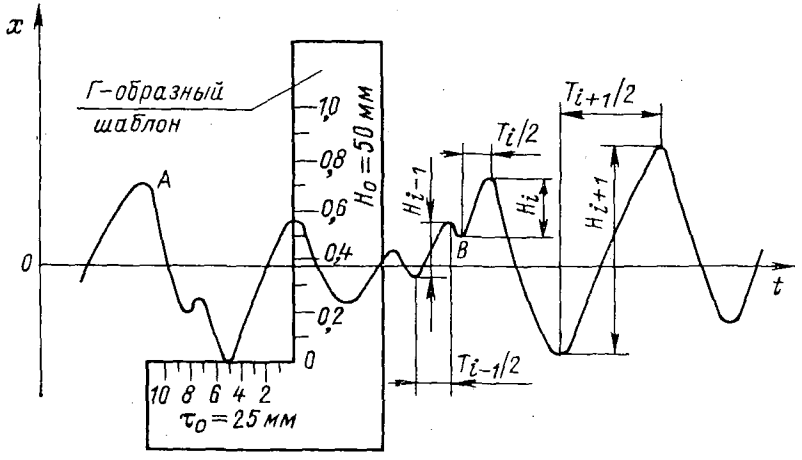


Рис. IX.8. Образец записи нерегулярного процесса.
A — основной экстремум; *B* — вторичный экстремум.

Судно совершает прямолинейные галсы, удерживаясь на каждом курсе столько времени, сколько необходимо для регистрации не менее 100 полных колебаний. Учитывая возможность изменения условий волнения, замер его необходимо производить как минимум дважды — в начале и в конце испытаний. Режимы с включенными и выключенными успокоителями желательно чередовать, если только процесс выключения не является слишком длительным (например, заполнение и осушение успокоительных цистерн).

В результате испытаний получают записи некоторых реализаций случайного процесса, которые имеют вид, подобный показанному на рис. IX.8. Он характерен для записей как волнения, так и качки, поэтому при рассмотрении методов обработки мы не будем делать различия между ними, а будем говорить просто об обработке реализации случайного процесса $x(t)$. Рассмотрим два метода обработки: статистический и спектральный. Первый из них предусматривает определение некоторых количественных характеристик и функций распределения элементов случайного процесса, в качестве которых можно рассматривать мгновенные значения, амплитуды, размахи, полупериоды и т. д. Второй метод основан на представлении случайного процесса в виде суммы гармонических процессов различной частоты со случайными фазами и амплитудами, характеризующими дисперсию процесса. Таким образом, согласно первому методу нерегулярный процесс представляется в виде статистической совокупности элементов колебаний, а согласно второму — в виде непрерывного физического процесса.

Статистический метод обработки. Если на записи реализации случайного процесса имеется нулевая линия, относительно которой он центрирован, то обработка

его экстремумами, т. е. максимумами и минимумами. Экстремумы могут быть как положительными (точка A на рис. IX.8), при которых выпуклость кривой обращена от нулевой линии процесса, так и отрицательными при обратном направлении (точка B на рис. IX.8). Относительное количество отрицательных экстремумов p характеризует ширину процесса ε. Величины p и ε связаны соотношением

$$\varepsilon = \sqrt{1-(1-2p)^2}. \qquad (IX.23)$$

В общем случае распределение амплитуд подчинено закону Райса. Для бесконечно узкого процесса ($\varepsilon \to 0$, $p \to 0$) распределение Райса переходит в распределение Рэлея, а для другого предельного случая ($\varepsilon \to 1{,}0$, $p \to 0{,}5$) — в распределение Гаусса. Последний случай может встретиться тогда, когда высокочастотные колебания накладываются на низкочастотные, образуя «рябь» на поверхности последних.

А. В. Герасимов [30] показал, что при любой ширине спектра закону Рэлея подчиняется распределение основных экстремумов, под которыми понимают максимальные по абсолютному значению экстремумы на протяжении каждого полупериода

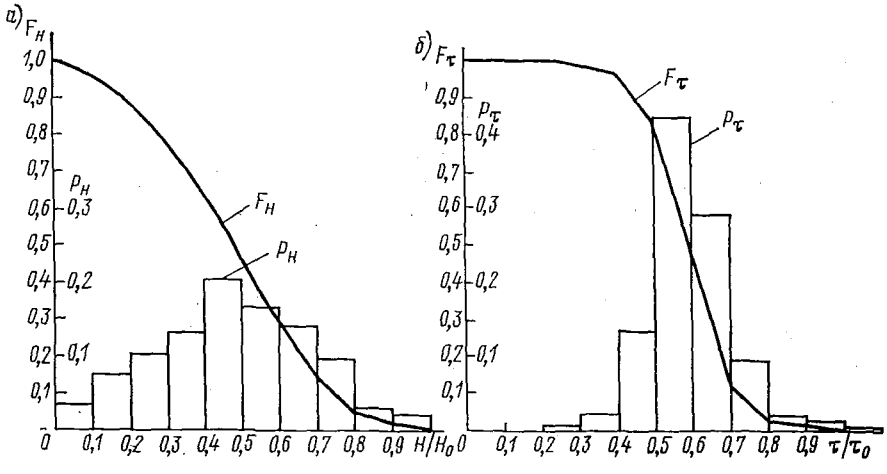


Рис. IX.9. Гистограммы распределения и обеспеченности размахов (*а*) и полупериодов (*б*) качки.

процесса, т. е. за время между двумя соседними точками пересечения процесса с нулевой линией.

Если нулевая линия процесса неизвестна, обработку реализаций производят по размахам. Рекомендуется пользоваться показанным на рис. IX.8 Г-образным шаблоном с градуировкой по горизонтальной и вертикальной шкалам, равной 0,1 округленного максимального значения. Размах определяют как расстояние по вертикали между двумя соседними экстремумами, а полупериод — как расстояние между ними по горизонтали. Результаты обработки каждой реализации заносят в корреляционную таблицу, образец которой приведен в работе [33]. По обработанной таблице могут быть построены гистограммы и кривые обеспеченности размахов и полупериодов качки, показанные на рис. IX.9.

При сравнении результатов расчета с данными статистической обработки натурных испытаний необходимо помнить, что при обработке данных испытаний определяют дисперсию амплитуд D_{x_0} или размахов D_H, тогда как при расчете вычисляют дисперсию мгновенных значений D_x. При распределении Рэлея эти величины связаны между собой соотношениями

$$D_{x_0} = 0{,}43 D_x; \qquad (IX.24)$$

Следует иметь в виду, что распределения размахов и амплитуд совпадают между собой лишь для бесконечно узкого спектра. По мере увеличения ширины последнего расхождение между распределениями увеличивается по следующим причинам: 1) все размахи считаются положительными, поэтому на кривой распределения размахов отсутствует отрицательный участок, тогда как на кривой распределения амплитуд он может иметь место; 2) отрицательные экстремумы разбивают крупные размахи на более мелкие (см. точку B на рис. IX.8), благодаря чему для процессов с широким спектром средние размахи оказываются существенно меньше удвоенной средней амплитуды.

Наиболее общий закон, описывающий распределение размахов, предложен А. И. Вознесенским в виде

$$f(H) = n\frac{H^{n-1}}{\alpha_n} e^{-H^n/\alpha_n}, \qquad (IX.26)$$

где n — параметр, зависящий от ширины спектра; $\alpha_n = \int\limits_0^\infty H^n f(H)\, dH$ — момент функции $f(H)$ порядка n, равный

$$\alpha_n = \overline{H}^n \left[\Gamma\left(1+\frac{1}{n}\right)\right]^{-n}. \qquad (IX.27)$$

Здесь $\overline{H}$ — среднее значение размаха; $\Gamma\left(1+\frac{1}{n}\right)$ — гамма-функция. При $n = 2$ распределение (IX.26) совпадает с законом Рэлея. Если мгновенные значения процесса подчиняются нормальному закону распределения, значение n должно быть заключено в пределах

$$1 \leqslant n \leqslant 2. \qquad (IX.28)$$

Формула (IX.26) применима и тогда, когда закон распределения мгновенных значений отличен от нормального. При этом неравенство (IX.28) нарушается. Бо́льшие значения n соответствуют процессам, приближающимся к регулярным, например качке судна на зыби. Эти случаи характеризуются сравнительно малым разбросом размахов относительно их среднего значения. К примеру, отношение $H_{3\%}/\overline{H}$ для них будет меньше значения, равного 2,11, которое соответствует закону Рэлея. Для процессов с широким спектром n приближается к единице. При этом разбросы размахов относительно среднего значения и, в частности, отношение $H_{3\%}/\overline{H}$ возрастают. В пределе для очень широкого спектра распределение размахов вообще не может характеризовать отклонение судна от положения равновесия, так как оно будет давать лишь распределение «ряби» по поверхности крупных колебаний, тогда как последние выпадут из рассмотрения. В этом случае более надежным способом обработки реализации случайных процессов является корреляционный и спектральный анализ.

Корреляционный и спектральный анализ реализации случайных процессов. Этот способ обработки весьма трудоемок и требует применения ЭВМ. Для выполнения анализа должны быть сняты ординаты процесса x_n через небольшой интервал времени Δt, примерно в 10 раз меньший среднего периода. Ординаты следует снимать от нулевой линии, относительно которой процесс является центрированным. Если такая линия на записи отсутствует, берут ординаты x'_n относительно произвольной базовой линии, а значения x_n определяют как

$$x_n = x'_n - \frac{\sum\limits_N x'_n}{N}, \qquad (IX.29)$$

где N — общее число снятых ординат.

Корреляционную функцию случайного процесса вычисляют по формуле

$$R(p) = \frac{1}{N-p}\sum_{n=1}^{N-p} x_n x_{n+p}, \quad p = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ m, \qquad (IX.30)$$

Ордината корреляционной функции при $t = 0$ равна дисперсии процесса:

$$R(0) = D_x. \tag{IX.31}$$

Безразмерная корреляционная функция $r = R(t)/R(0)$, как правило, имеет вид, показанный на рис. IX.10, и хорошо аппроксимируется формулой

$$r(t) = e^{-\alpha t} \cos \beta t. \tag{IX.32}$$

Для линейных колебательных систем с узким спектром значение β близко к собственной частоте ω_θ, а α — к относительному коэффициенту сопротивления ν_θ.

Спектральную плотность процесса вычисляют как косинус-преобразование Фурье корреляционной функции. Ординаты спектральной плотности определяются выражением

$$S^*(\omega) = \Delta t l_h/\pi \tag{IX.33}$$

при

$$\omega = \pi h/(\Delta t m), \tag{IX.34}$$

где Δt — сдвиг по времени при изменении ординаты записи процесса или шаг интегрирования;

$$l_h = R(0) + 2\sum_{p=1}^{m-1} R(p)\cos\frac{hp\pi}{m} + R(m)\cos h\pi, \quad h = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ m. \tag{IX.35}$$

Ординаты спектра обычно сглаживают [15] с использованием формулы Хана

$$S(\omega_h) = 0{,}25S^*(\omega_{h-1}) + 0{,}5S^*(\omega_h) + 0{,}25S^*(\omega_{h+1}) \tag{IX.36}$$

или формулы Хамминга

$$S(\omega_h) = 0{,}23S^*(\omega_{h-1}) + 0{,}54S^*(\omega_h) + 0{,}23S^*(\omega_{h+1}). \tag{IX.37}$$

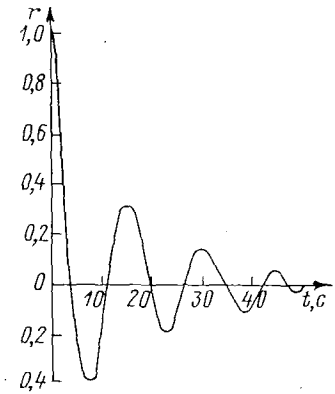


Рис. IX.10. Безразмерная корреляционная функция качки

Площадь, ограниченная кривой спектральной плотности и осью частот, дает дисперсию процесса или момент нулевого порядка: $D_x = m_0$. По кривой спектральной плотности можно вычислить также моменты второго m_2 и четвертого m_4 порядков и найти ширину спектра ε:

$$m_2 = \int_{\infty}^{0} \omega_p^2 S(\omega_p); \tag{IX.38}$$

$$m_4 = \int_{0}^{\infty} \omega_p^4 S(\omega_p), \tag{IX.39}$$

где ω_p — текущее значение частоты;

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}}. \tag{IX.40}$$

При выполнении спектрального анализа необходимо особое внимание уделять устранению случайных ошибок, связанных с неточным измерением и снятием ординат записи. Эти ошибки приводят к тому, что высокочастотная часть спектра представляется в виде малых, но практически не затухающих ординат. Не оказывая существенного влияния на площадь спектра, т. е. дисперсию процесса, эта погрешность заметно искажает моменты 2-го и 4-го порядков, а следовательно, ширину спектра. Поэтому при нахождении ε необходимо отбрасывать ту часть спектра, которая определяется случайными погрешностями. Применительно к волнению метод установления границ отбрасываемой части спектра рассмотрен в работе [15].

Анализ записей бортовой качки, выполненный В. А. Мореншильдт, показал, что ординаты спектров не являются значимыми, т. е. характеризуются случайными ошибками при частотах, превышающих частоту максимума примерно в 2,5 раза.

При исключении этой части спектра результаты статистической, спектральной и корреляционной обработок реализаций случайного процесса, как правило, хорошо согласуются между собой.

Имея спектры «входного» и «выходного» процессов, например волновых ординат S_ζ и бортовой качки S_θ, можно определить квадрат модуля передаточной функции качки по отношению к ординате волны

$$|\Phi_{\zeta\theta}|^2 = S_\theta(\omega)/S_\zeta(\omega) \qquad (IX.41)$$

и сопоставить его с данными теоретических исследований или модельных испытаний.

§ 65. ОСОБЕННОСТИ НАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ СУДОВ, СНАБЖЕННЫХ УСПОКОИТЕЛЯМИ КАЧКИ

Целью натурных испытаний является всесторонняя проверка работоспособности и эффективности успокоителя качки, для чего необходимо, в первую очередь, выбрать объективные критерии оценки.

Эффективность скуловых килей в натурных условиях может быть опредеелна только путем одновременного испытания двух однотипных судов, одно из которых оборудовано скуловыми килями, а другое — нет. Результаты таких испытаний показывают, что скуловые кили площадью 2—4 % площади КВЛ могут уменьшить амплитуды качки на резонансной зыби на 40—50%. На нерегулярном ветровом волнении влияние килей снижается и уменьшение амплитуд составляет в дрейфе примерно 25—30 %, а на ходу при Fr = 0,30 15—20 %. В настоящее время этот вопрос достаточно исследован, и натурные испытания скуловых килей не проводят.

Успокоительные цистерны. Основные испытания судов, оборудованных пассивными успокоительными цистернами, проводят на волнении. Иногда предварительно на тихой воде выбирают оптимальный вариант внутреннего демпфирования. Для этого в водяном канале цистерны устанавливают заслонки или сменные переборки с различными коэффициентами проницаемости. Рывком буксира или перебежкой команды судно накреняется на некоторый угол и записывается затухание свободных колебаний. Наилучшим считается такой вариант демпфирующего устройства, при котором свободные колебания судна затухают наиболее интенсивно. Его принимают в качестве окончательного для мореходных испытаний. Качку с включенными и выключенными цистернами записывают при ходе судна под различными курсовыми углами к волне, однако спецификационным считают обычно наиболее неблагоприятный режим — дрейф лагом к волне. Реализации записей качки при работающей цистерне имеют примерно такой же вид, как для судна без успокоителя, и обрабатываются, как правило, статистическим методом. Эффективность успокоителя оценивают кратностью умерения качки K, равной отношению амплитуд (размахов) одинаковой обеспеченности при выключенном и включенном успокоителе. В зарубежной литературе для оценки эффективности успокоителя используют обычно процент уменьшения качки K_1, под которым понимают выраженное в процентах отношение площади, заключенной между кривыми обеспеченности амплитуд (размахов) неуспокоенной и успокоенной качки, к площади, ограниченной кривой обеспеченности амплитуд (размахов) неуспокоенной качки и осями координат. При сопоставлении этих двух критериев необходимо иметь в виду следующее.

Если распределение амплитуд подчиняется закону Рэлея, коэффициенты K и K_1 однозначно связаны между собой зависимостью

$$K_1 = \frac{K-1}{K}\cdot 100. \qquad (IX.42)$$

Из-за ограниченности цистерны по высоте и нелинейности стабилизирующего момента кратность умерения, вычисленная по амплитудам (размахам) различной обеспеченности может оказаться различной (см. табл. IX.1). В этом случае наиболее объективной оценкой будет эффективность успокоителя по уменьшению дисперсии качки:

$$K = \sqrt{D_{\theta\,\text{н.у}}/D_{\theta\text{у}}}, \qquad (IX.43)$$

где $D_{\theta\,\text{н.у}}$ и $D_{\theta\text{у}}$ — соответственно дисперсии бортовой качки судна с неработающим и работающим успокоителем.

Для определения дисперсий D_θ можно использовать данные корреляционных таблиц и формулы (IX.25) либо то обстоятельство, что площадь Ω_1, ограниченная графиком обеспеченности амплитуд и осями координат, связана с дисперсией углов соотношением

$$\Omega_1 = \sqrt{\pi D_\theta/2}. \qquad (IX.44)$$

Следовательно,

$$K = \Omega_{1\,н.\,у}/\Omega_{1у}. \qquad (IX.45)$$

При таком определении кратности умерения формула (IX.42) остается в силе.

В зарубежной практике при определении процента уменьшения качки часто учитывают не все размахи, а лишь те из них, которые превышают некоторый произвольно выбираемый уровень (например, 4°). При такой оценке искусственно завышается эффективность успокоителя, причем это завышение будет тем больше, чем меньше качка судна. Сказанное подтверждается табл. IX.4, в которой приведены результаты натурных испытаний большого морозильного траулера, оборудованного цистерной типа «Флюм» [32]. Видно, что в тех случаях, когда качка невелика, процент уменьшения, вычисленный без учета размахов, меньших 4°, может достигать 90 %, тогда как в действительности он не превышает 40 %.

Таблица IX.4. **Результаты испытаний морозильного траулера**

Характеристика волнения	$h_{3\%}$, м	τ, с	Размахи качки, °				Кратность умерения средних размахов	Процент уменьшения качки	
			Цистерна выключена		Цистерна включена			с учетом всех размахов	без учета размахов, меньших 4°
			$\bar\theta_{0н.\,у}$	$(\theta_{0н.\,у})_{3\%}$	$\bar\theta_{0у}$	$(\theta_{0у})_{3\%}$			
Ветровое интенсивностью 5 баллов	3,2	7,5	5,0	9,5	3,2	5,4	1,6	40	90
Пологая зыбь	1,4	12	10,8	23,0	5,4	10,2	2,0	50	75

Результаты испытаний существенно зависят от спектрального состава волнения. На зыби, период которой близок к резонансному, успокоительные цистерны действуют лучше, чем на нерегулярном ветровом волнении (см. табл. IX.4). Поэтому единичных результатов, особенно не сопровождавшихся инструментальной записью волнения, недостаточно для объективной оценки эффективности успокоительных цистерн различных типов и сравнения их между собой.

Показатели эффективности цистерн существенно зависят также от наличия или отсутствия на судне скуловых килей.

Бортовые управляемые рули. Испытания бортовых управляемых рулей обычно начинают с раскачивания судна рулями на тихой воде. Стабилизирующий момент, создаваемый успокоителем, определяют так же, как при модельных испытаниях (см. § 63). Исследуют динамические характеристики системы управления, находят крутящий момент на баллере и мощность, потребляемую успокоителем.

Испытания успокоителя в режиме стабилизации качки проводят при ходе судна под различными курсовыми углами к волне; в качестве спецификационного режима рассматривают движение под «резонансным» курсовым углом к волне. Бортовая качка судна может испытывать влияние кормового руля; кроме того, при работающем успокоителе она зависит от закона управления последним. На рис. IX.11 показано несколько образцов записи бортовой качки судна, оборудованного бортовыми рулями. Видно, что по характеру записей, особенно при отсутствии

линии, в ряде случаев оказывается практически невозможным отделить вторичные экстремумы от основных и определить амплитуды и полупериоды колебаний. Наиболее надежным методом обработки таких записей является корреляционный и спектральный анализ, позволяющий вскрыть особенности процесса качки. На рис. IX.12, *а* показана корреляционная функция, полученная для случая движения судна с убранными бортовыми рулями на волнении с кормовой четверти. Видно, что она представляет собой совершенно отчетливо выраженное наложение колебаний двух типов. Одни из них имеют период 13—15 с, что близко к собственному периоду бортовой качки испытанного судна, а вторые имеют период порядка 30 с

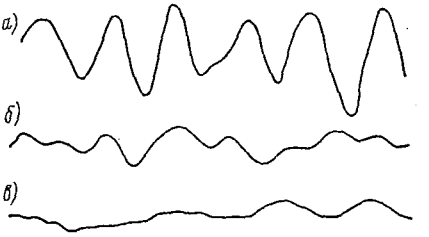
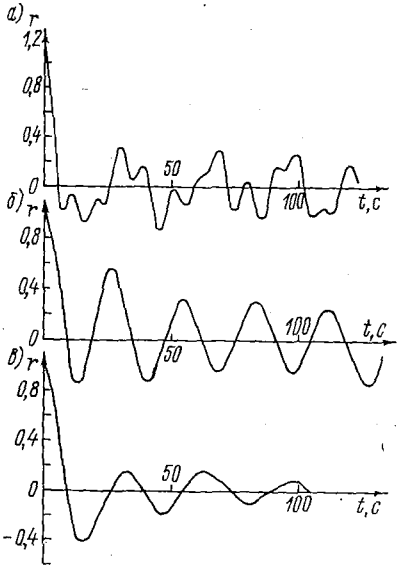


Рис. IX.11. Образцы записи качки судна, оборудованного бортовыми управляемыми рулями: *а* — бортовые рули убраны, ход лагом к волне; *б* — бортовые рули убраны, волнение с кормовой четверти; *в* — бортовые рули работают, ход лагом к волне.

и вызваны рысканием и работой кормового руля. При управлении успокоителем по угловой скорости качки колебания первого типа исчезают, тогда как колебания второго типа из-за малого сигнала, пропорционального $\dot{\theta}$, остаются практически неизменными. Корреляционная функция очень скоро приобретает вид, близкий к косинусоиде (рис. IX.12, *б*). Включение в систему управления успокоителем сигнала, пропорционального углу качки, приводит к умерению низкочастотной составляющей и быстрому затуханию корреляционной функции (рис. IX.12, *в*). Графики спектральных плотностей бортовой качки для трех рассмотренных



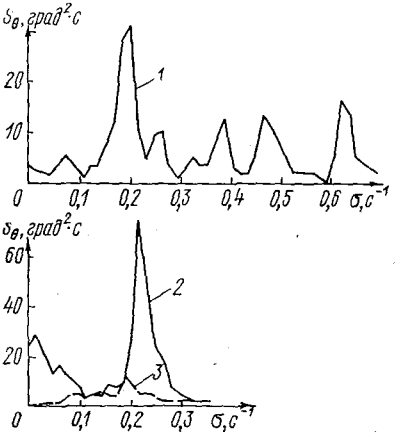


Рис. IX.12. Корреляционные функции бортовой качки судна при волнении с кормовой четверти: *а* — бортовые рули убраны; *б* — бортовые рули управляются по закону $\varphi = k_1\theta$; *в* — бортовые рули управляются по закону $\varphi = k_0\theta + k_1\dot{\theta}$.

Рис. IX.13. Спектральные плотности бортовой качки судна при волнении с кормовой четверти.

режимов показаны на рис. IX.13. Вид их находится в полном соответствии с корреляционными функциями. При неработающих успокоителях спектральная плотность имеет максимум при частоте $\omega = 0{,}21$ 1/с ($\tau = 30$ с) и несколько вторичных максимумов при более высоких частотах. При управлении успокоителем по угловой скорости качки высокочастотные максимумы пропадают, тогда как максимум, соответствующий длиннопериодным колебаниям, остается практически неизменным. Включение в систему управления сигнала, пропорционального углу качки, приводит к уменьшению этого пика почти в 7 раз.

Таблица IX.5. **Кратность умерения качки**

Характеристика режима	Дисперсия углов качки, D_θ, град.^{2}	Кратность умерения качки, вычисленная		
		по дисперсии	по средним размахам	по размахам 3 %-ной обеспеченности
$\beta_в = 90°$ (лагом к волне), бортовые рули убраны	35,40	—	—	—
$\beta_в = 90°$, управление рулями по угловой скорости качки ($k_1 = 10$, $k_0 = 0$)	7,38	2,19	4,60	1,86
$\beta_в = 90°$, управление рулями по сумме двух параметров ($k_1 = 10$, $k_0 = 2$)	10,50	1,84	4,80	2,12
$\beta_в = 45°$ (волнение с кормовой четверти), бортовые рули убраны	4,73	—	—	—
$\beta_в = 45°$, управление рулями по угловой скорости качки ($k_1 = 10$, $k_0 = 2$)	5,47	0,93	1,01	0,98
$\beta_в = 45°$, управление рулями по сумме двух параметров ($k_1 = 10$, $k_0 = 2$)	1,26	1,94	3,70	2,28

Как уже указывалось, корреляционный и спектральный анализ реализаций позволяет определить дисперсию углов качки и, следовательно, оценить эффективность успокоителя по формуле (IX.43). Кратность умерения, вычисленная по размахам различной обеспеченности, при большом количестве вторичных экстремумов оказывается различной и не может служить объективным критерием эффективности успокоителя. Сказанное подтверждается табл. IX.5, где приведены кратности умерения качки, вычисленные различными способами, для нескольких режимов работы успокоителя.

При отсутствии возможности выполнения спектрального и корреляционного анализа дисперсия углов может быть определена непосредственно по реализации следующим способом. На рассматриваемой реализации проводят произвольную базовую линию, относительно которой с малым интервалом (примерно 1 с) снимают мгновенные значения угла качки θ_i. Среднее значение угла качки относительно этой линии определяют как

$$\bar{\theta} = \sum \theta_i / N, \qquad \text{(IX.46)}$$

где N — общее количество снятых ординат θ_i. Дисперсия процесса равна

Вычисленная таким образом дисперсия хорошо согласуется с данными спектрального и корреляционного анализа и может служить объективным критерием для оценки эффективности успокоителя качки.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Анфимов В. Н., Авдеев Г. К.** Гидродинамические характеристики и расчет амплитуд боковой качки судов внутреннего плавания. — Труды ЦНИИРФ, Л., 1955, вып. XXX, с. 55—99.
2. **Басин А. М.** Качка судов. М., Транспорт, 1969.
3. **Благовещенский С. Н.** Качка корабля. Л., Судпромгиз, 1954.
4. **Благовещенский С. Н.** О вычислении главной части возмущающего момента при боковой качке корабля на регулярном волнении. — Труды НТО Судпрома, Л., Судпромгиз, 1957, т. VII, вып. II, с. 133—148.
5. **Благовещенский С. Н.** О действии на судно ветровой нагрузки. — В сб.: Теоретические и практические вопросы остойчивости и непотопляемости, Л., Транспорт, 1965, с. 100—146.
6. **Благовещенский С. Н.** О новых нормах остойчивости для гражданских морских судов. — Труды ЦНИИМФ, Л., Морской транспорт, 1956, вып. 7, с. 3—35.
7. **Благовещенский С. Н.** О нормировании остойчивости морских судов. — Труды ЦНИИМФ, Л., Морской транспорт, 1951, вып. VII, с. 3—34.
8. **Благовещенский С. Н., Холодилин А. Н.** Справочник по статике и динамике корабля. Л., Судостроение, 1975.
9. **Богданов В. А., Вакс А. И.** Оценка безопасности плавания судна в условиях ветра и волнения методами теории вероятностей. — Судостроение, 1969, № 1, с. 6—9.
10. **Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.** Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., Физматгиз, 1958.
11. **Борисов Р. В.** Исследование бортовой качки судов с малым надводным бортом. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук, ЛКИ, 1974.
12. **Бородай И. К.** Исследование наклонений рыболовного судна внешним кренящим моментом на нерегулярном волнении. — Тезисы докл. на XXII Всесоюзной научно-технической конференции по теории корабля. Л., Судостроение, 1973, вып. 3, с. 133—134.
13. **Бородай И. К.** Метод расчета статистических характеристик качки на волнении заданной балльности. — Судостроение, 1972, № 6, с. 9—11.
14. **Бородай И. К.** Об использовании данных модельных испытаний на регулярном волнении при расчете статистических характеристик нелинейной бортовой качки. — Тезисы докл. на Всесоюзной научно-технической конференции по проблемам повышения ходкости и мореходности судов и плавучих технических средств в условиях волнения моря. НТО им. акад. Крылова. Л., Судостроение, 1980, с. 66—68.
15. **Бородай И. К., Нецветаев Ю. А.** Качка судов на морском волнении. Л., Судостроение, 1969.
16. **Бородай И. К., Нецветаев Ю. А.** Мореходность судов. Л., Судостроение, 1982.
17. **Бунимович В. И.** Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах. М., Советское радио, 1951.
18. **Виленский Г. В.** Качка судна с начальным креном в режиме параметрического резонанса. — В кн.: Научно-техн. сб. Регистра СССР, Л., Транспорт, 1976. вып. 4, с. 64—87.
19. **Виленский Г. В.** Нелинейные дифференциальные уравнения бортовой качки судна с начальным креном и их приближенное решение. — Труды ЦНИИМФ, Л., Транспорт, 1972, вып. 153, с. 60—78.
20. **Виленский Г. В.** Оценка влияния начального крена на гидродинамические характеристики бортовой качки на основе модельных испытаний. — В кн.: Научно-техн. сб. Регистра СССР, Л., Транспорт, 1971, вып. 1, с. 89—103.
21. **Вознесенский А. И.** Теоретические и методологические основы исследования особенностей поведения корабля на морском волнении. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. докт. техн. наук. ЛКИ, 1969.
22. **Войткунская А. Я.** Исследование и разработка способов расчета гидродинамической части возмущающих сил, действующих на судно при движении на косом регулярном волнении. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук — ЛКИ, 1980.
23. **Воробьев Ю. Л.** Асимптотическая теория качки судна. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. докт. техн. наук. ЛКИ, 1982.
24. **Воробьев Ю. Л., Пергаев Е. В., Турлак А. А.** Алгоритм и программа расчета нелинейной бортовой качки на регулярном и нерегулярном волнении. — Тезисы докл. на Всесоюзной научно-технической конференции по применению ЭВМ и численных методов в гидромеханике корабля. НТО им. акад. А. Н. Крылова. Л., Судостроение, 1977, с. 31—33.
25. **Гарькавый В. В.** Главная часть возмущающих сил при несимметричной качке судов, сопровождающаяся входом палубы в воду. — Труды КТИРПХ, Калининград, 1979. вып. 81. с. 24—38.

28. **Герасимов А. В.** Расчет нерегулярной качки при выходе бортовых рулей на ограничители. — Судостроение, 1973, № 9, с. 4—7.
29. **Герасимов А. В.** Статистическая линеаризация сопротивления бортовой качке. — Судостроение, 1971, № 4, с. 5—7.
30. **Герасимов А. В.** Энергостатистическая теория нелинейной нерегулярной качки судна. Л., Судостроение, 1979.
31. **Герасимов А. В., Моренштльдт В. А.** Исследование сопротивления бортовой качке методами свободных и вынужденных колебаний. — В сб.: Экспериментальная гидромеханика судна. Труды НТО Судпрома, Л., Судостроение, 1966, вып. 80, с. 72—77.
32. **Герасимов А. В., Хорошанский Г. М.** Результаты натурных испытаний успокоительной цистерны типа «Флюм» на судне «Наталия Ковшова». — В сб.: Экспериментальная гидромеханика судна. Труды НТО Судпрома. Л., Судостроение, 1969, вып. 128, с. 41—44.
33. **Гирс И. В., Русецкий А. А., Нецветаев Ю. А.** Испытания мореходных качеств судов, 2-е изд. Л., Судостроение, 1977.
34. **Давидан И. Н. Рожков В. А., Лопатухин Л. И.** Ветровое волнение как вероятностный гидродинамический процесс. Л., Гидрометеоиздат, 1978.
35. **Иванов А. В.** Расчет поперечной возмущающей силы и момента рыскания в условиях качки на косом регулярном волнении. — Труды ЦНИИМФ, Л., Транспорт, 1969, вып. 119, с. 118—131.
36. **Иванов А. В., Элис Я. М.** Экспериментальное исследование гидродинамических характеристик судна при поперечно-горизонтальных колебаниях и рыскании. — Труды ЦНИИМФ, Л., Транспорт, 1972, вып. 153, с. 83—94.
37. **Иванова Л. М., Моренштльдт В. А., Труб М. С.** Об использовании пассивных успокоительных цистерн на судах промыслового и транспортного флота. — В сб. Вопросы судостроения, 1978, вып. 18, с. 24—39.
38. **Казаков И. А., Доступов Б. Г.** Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М., Физматгиз, 1962.
39. **Коларов Т. П.** Исследование влияния дифферента на характеристики качки судна. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. ЛКИ, 1977.
40. **Кочин Н. Е.** Теория волн, вынуждаемых колебаниями тела под свободной поверхностью тяжелой несжимаемой жидкости. — Собр. соч. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1949, т. 2.
41. **Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.** Теоретическая гидромеханика. М., Физматгиз, 1963.
42. **Крылов А. Н.** Качка корабля. — Собр. соч. М.—Л., Изд-во АН СССР 1951, т. 11.
43. **Крылов Н. М., Боголюбов Н. Н.** Введение в нелинейную механику. Киев. Изд-во АН УССР, 1937.
44. **Кубланов Я. М.** Самоориентирующийся буй для определения двухмерного спектра океанского волнения. — В сб.: Экспериментальная гидромеханика судна. Труды НТО Судпрома. Л., Судостроение, 1972, вып. 190, с. 168—171.
45. **Кудрявцева Н. А.** Силы и моменты инерционной природы, действующие на сечения подводной части корпуса накрененного корабля. — Труды НТО Судпрома. Л., Судпромгиз, 1957, т. VII, вып. 2, с. 205—220.
46. **Ламб Г.** Гидродинамика. М., ОГИЗ, 1947.
47. **Луговский В. В.** Гидродинамика нелинейной качки судов. Л., Судостроение, 1980.
48. **Луговский В. В.** Гидромеханическое исследование взаимного влияния продольной и бортовой качки судов на волнении. — Труды ЦНИИМФ, Л., Транспорт, 1963, вып. 49, с. 36—73.
49. **Луговский В. В.** Динамика моря. Л., Судостроение, 1976.
50. **Луговский В. В.** Корректировка методики определения условной расчетной амплитуды качки и величин условного расчетного давления ветра в Нормах остойчивости морских судов Регистра СССР. — В сб.: Теоретические и практические вопросы мореходных качеств судов. Л., Транспорт, 1967, с. 3—44.
51. **Луговский В. В.** Нелинейные задачи мореходности корабля. Л., Судостроение, 1966.
52. **Луговский В. В.** О гидродинамической структуре возмущающего момента и уравнения бортовой качки на регулярном волнении. — В сб.: Сопротивление движению и мореходность судов. Труды НТО Судпрома. Л., Судостроение, 1967, вып. 89, с. 166—174.
53. **Луговский В. В.** Теоретические основы нормирования остойчивости морских судов. Л., Судостроение, 1971.
54. **Малкин И. Г.** Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. М., ГИТТЛ, 1956.
55. **Маслюк Е. В.** Приближенный способ расчета безразмерных коэффициентов сопротивления бортовой качке. — Труды КТИРПХ. Калининград, 1980, вып. 90, с. 94—99.
56. **Международная** конференция по безопасности рыболовных судов 1977. Л., Транспорт, 1979.
57. **Моренштльдт В. А.** Моделирование на аналоговой машине горизонтальных колебаний судна и явления «захвата» его волной. — В сб.: Экспериментальная гидромеханика судна. Труды НТО Судпрома. Л., Судостроение, 1975, вып. 226, с. 107—115.
58. **Моренштльдт В. А.** Приближенный метод расчета влияния скорости хода на демпфирование бортовой качки. — В сб.: Проблемы динамики корабля. Труды НТО Судпрома. Л., Судостроение, 1972, вып. 185, с. 137—143.
59. **Накамура С., Такаиси К.** Мореходные качества быстроходных контейнеровозов. — Shipping, 1972, т. 45, № 1, с. 67—78.
60. **Некрасов В. А.** Вероятностные задачи мореходности судов. Л., Судостроение, 1978.
61. **Нецветаев Ю. А.** Диаграммы качки судов на морском волнении. — Судостроение, 1973, № 11, с. 14—18.
62. **Нечаев Ю. И.** Остойчивость судов на попутном волнении. Л., Судостроение, 1978
63. **Павленко Г. Е.** Избр. труды. Киев, Наукова думка, 1978.

64. **Павленко Г. Е.** Качка судов. Л., Гострансиздат, 1935.
65. **Павленко Г. Е.** Теория и расчет продольной качки корабля. — Труды ЛКИ, отд. вып., 1939.
66. **Паненко С. М.** Гидродинамические характеристики качки трюмных дноуглубительных судов. — В кн.: Научно-техн. сб. Регистра СССР. Л., Транспорт, 1972, вып. 2, с. 66—78.
67. **Пергаев Е. В., Стреляев Л. Н.** О расчете кривой частот нелинейной бортовой качки на тихой воде. — В сб.: Судостроение и судоремонт. М., Рекламинформбюро ММФ, 1977, вып. 8, с. 18—25.
68. **Потапов О. Ф., Шипуков О. Г.** Исследование нагрузок на скуловых килях крупномасштабных моделей с большой полнотой. — Труды ЛИВТ, 1973, вып. 7, с. 123—132.
69. **Правила** классификации и постройки морских судов. Регистр СССР. Л., Транспорт, 1981.
70. **Райс С. О.** Теория флуктуационного шума. — В сб.: Теория передачи электрических сигналов при наличии помех. М., ИЛ, 1953.
71. **Рахманин Н. Н.** Приближенная оценка безопасности низкобортного судна при заливании палубы забортной водой в условиях волнения. — В сб.: Мореходность и управляемость судов. Труды НТО Судпрома. Л., Судостроение, 1968, вып. 105, с. 76—83.
72. **Резолюция** А167 Межправительственной Морской Консультативной Организации (ИМКО). — В кн.: Научно-техн. сб. Регистра СССР, вып. 1, Л., Транспорт, 1971, с. 314—329.
73. **Ремез Ю. В.** Инженерная методика расчета возмущающих сил при произвольном курсе судна относительно волн. — Труды НКИ, 1972, вып. 58, с. 3—13.
74. **Ремез Ю. В.** Качка корабля. Л., Судостроение, 1983.
75. **Ремез Ю. В., Коган Е. М., Пащенко Ю. Н. и др.** Расчет на ЭВМ качки судна в условиях регулярного и нерегулярного волнения. — Тезисы докл. на Всесоюзной научно-технической конференции «Средства и методы улучшения ходкости и мореходности судов». НТО Судпрома. Л., Судостроение, 1981, с. 94—96.
76. **Ризанов Ю. М.** Успокоители качки. — Рыбное хозяйство, 1981, № 3, с. 50—52.
77. **Салькаев А. З.** Расчет гидродинамических сил, действующих на регулярном волнении на суда с большим отношением ширины к осадке. — Судостроение, 1980, № 4, с. 19—21.
78. **Салькаев А. З.** Определение гидродинамических характеристик бортовой и вертикальной качки. — В сб.: Управляемость и мореходность судов. Труды НТО Судпрома, Л., Судостроение, 1969, вып. 126, с. 155—166.
79. **Севастьянов Н. Б.** Исследование возможности практической реализации вероятностного нормирования остойчивости. — Судостроение, 1978, № 1, с. 13—17.
80. **Седов Л. И.** Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М., Наука, 1966.
81. **Семенов-Тян-Шанский В. В., Благовещенский С. Н., Холодилин А. Н.** Качка корабля. Л., Судостроение, 1969.
82. **Смородин А. И., Шпаков В. С.** Теоретическое исследование характеристик потенциального потока вблизи корпуса судна при качке. — Труды 12-го научно-методологического семинара по гидродинамике судна, Варна, 1983, т. 1, с. 1—10.
83. **Сретенский Л. Н.** Теория волновых движений жидкости. М., Наука, 1977.
84. **Стокер Дж. Дж.** Волны на воде. М., ИЛ, 1959.
85. **Стреляев Л. Н.** К расчету частотной характеристики нелинейной бортовой качки судов на тихой воде. — В сб.: Теоретические и практические вопросы остойчивости и непотопляемости морских судов. М.—Л., Транспорт, 1968, с. 70—77.
86. **Стреляев Л. Н.** Об условиях возникновения интенсивной бортовой качки судна на относительно коротких волнах. — Труды ЦНИИМФ, Л., Транспорт, 1966, вып. 72, с. 98—112.
87. **Стреляев Л. Н.** Особенности экспериментального исследования параметрического резонанса бортовой качки. — Труды ЦНИИМФ, Л., Транспорт, 1969, вып. 119, с. 73—87.
88. **Суркин В. М.** К вопросу о параметрическом возбуждении бортовой качки на нерегулярном волнении. — В кн.: Научно-техн. сб. Регистра СССР. Л., Транспорт, 1971, вып. 1, с. 42—53.
89. **Травинин С. М.** О расчете дифракционных составляющих возмущающих сил при качке корабля на косом курсе. — В сб.: Теория корабля. Труды НТО Судпрома. Л., Судостроение, 1963, вып. 39, с. 115—130.
90. **Фаддеев Ю. Л., Лисовский М. К.** К оценке инерционных гидродинамических сил, действующих на судно при качке. — В сб.: Управлемость и мореходность судов. Труды НТО Судпрома, Л., Судостроение, 1969, вып. 126, с. 166—173.
91. **Федяевский К. К., Фирсов Г. А.** Крен судна под действием ветра. — Судостроение, 1957, № 12, с. 3—11.
92. **Фирсов Г. А.** К вопросу о качке корабля, снабженного активными стабилизаторами. — Изв. АН СССР, ОТН, 1945, № 10—11, с. 995—1002.
93. **Фирсов Г. А.** К вопросу о расчете бортовой качки судов на нерегулярном волнении при нелинейном сопротивлении. — Докл. X научно-технической конференции по теории корабля. Труды НТО Судпрома. Л., Судпромгиз, 1959.
94. **Хаджимихалев П. Х.** Исследование и расчет гидромеханических сил при продольной качке конечной амплитуды на регулярном волнении. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук, ЛКИ, 1970.
95. **Хаскинд М. Д.** Возмущающие силы и заливаемость судов на волнении. — Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 7, с. 65—79.
96. **Хаскинд М. Д.** Гидродинамическая теория качки корабля. М., Наука, 1973.
97. **Хаскинд М. Д.** Приближенные методы определения гидродинамических характеристик качки. — Изв. АН СССР, ОТН, 1954, № 11, с. 66—86.
98. **Холодилин А. Н.** Стабилизация судна на волнении. Л., Судостроение, 1973.
99. **Холодилин А. Н., Шмырев А. Н.** Мореходность и стабилизация судов на волнении., Л., Судостроение, 1976.
100. **Хорошанский Г. М.** Успокоители качки, основанные на уменьшении начальной остойчивости. — Судостроение, 1965, № 6, с. 14—17.

101. **Чекризов Г. В., Темкин М. С., Воробьев В. О.** Справочник по успокоителям качки с бортовыми рулями. Л., Судостроение, 1979.
102. **Шестопал В. П.** К вопросу о применении метода статистической линеаризации в расчетах качки судна на нерегулярном волнении. — Труды НКИ, 1971, вып. 44, с. 67—80.
103. **Шестопал В. П., Позднеев В. А.** Некоторые результаты расчетов качки по методу статистической линеаризации. — Труды НКИ, 1972, вып. 58, с. 61—64.
104. **Шипуков О. Г.** Экспериментальное исследование демпфирования бортовой качки скуловыми килями. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. ЛКИ, 1974.
105. **Шмырев А. Н., Моренштильдт В. А., Ильина С. Г. и др.** Успокоители качки судов, 2-е изд., Л., Судостроение, 1972.
106. **Элис Я. М.** Гидродинамические коэффициенты накрененных шпангоутных контуров. — Труды КТИРПХ, Калининград, 1980, вып. 90, с. 42—93.
107. **Элис Я. М.** Гидродинамические силы при качке накрененного судна. — В сб.: Мореходность и управляемость судов. Труды НТО Судпрома, Л., Судостроение, 1968, вып. 105, с. 96—100.
108. **Abkowitz M. A.** The Effect of Antipitching Fins on Ship Motion. — TSNAME, 1959, vol. 67, p. 210—231, 246—252.
109. **Bell J., Walker W. P.** Activated and passive controlled Fluid Tank System for Ship Stabilisation. — TSNAME, 1966, vol. 74, p. 150—193.
110. **Bhattacharyya R.** Dynamics of marine vehicles. New York, John Willy, 1978.
111. **Biddle R. L.** Fishery cruisers successfully fitted with stabiliser tanks. — Special ships, 1980, vol. 1—11, N 1—2, p. 14—15.
112. **Bishop R. E. D., Price W. J., Termal P.** Hydrodynamic coefficients of some swaying and rolling cylinders of arbitrary shape. — Intern. Shipbuild. Progress, vol. 27, N 307, March 1980, p. 54—65.
113. **Brühl W.** *Der Maierform PDK-Schlinger-Tank.—Sein Prinzip und erste Dienstergebnisse nach Messungen «Hansa».* 1972, N 5, S. 397—400.
114. **Conolly J. E.** Rolling and its stabilization by active Fins. — TINA, 1969, vol. 111, N 1, p. 21—48.
115. **Cox G. G., Lloyd A. R.** Hydrodynamic Design Basis for Navy Ship Roll Motion Stabilization. — TSNAME, 1977, vol. 85, p. 51—93.
116. **Feld E.** Beitrag zur Schlingerdampfungstrage unter besonderer Berücksichtigung des Framschen Tanks. — Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, 1937, t. 38, S. 289—328.
117. **Frank W.** Oscillation of cylinders in or below the free surface of deep fluid. — Naval ship research and development centre, 1967, rep. 2375, p. 42.
118. **Gerritsma Y., Beukelman W.** The distribution of the hydrodynamic forces on a heaving and pitching ship model in still water. — Intern. Shipbuild. Progress, 1964, vol. 11, N 123, p. 506—522.
119. **Ikeda Y., Himeno Y., Tanaka N.** Components of Roll Damping of Ship at forward Speed. — Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 1978, vol. 143, p. 113—125.
120. **John F.** On the Motion of Floating Bodies. — Comm. Pure and Appl. Math., 1949—1950, vol. 2—3, p. 45—101.
121. **Kato H.** Approximate methods of calculating the period of roll of ships. — Journal ZK., 1956, vol. 89, p. 59.
122. **Kato H.** On the Frictional Resistance to the Rolling of Ships. — Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 1958, vol. 102, p. 115.
123. **Kerwin Z. E.** Notes on rolling in longitudinal Waves. — Intern. Shipbuild. Progress, 1955, vol. 2, p. 12—18.
124. **Kim Ch. H.** Über dem Einfluss nichtlinearer Effekte auf hydrodynamische Kräfte bei anzwungenen Tauchbewegung Prismatischer Körper. — Schiffstechnik, 1967, B. 14, H. 73, S. 79—91.
125. **Korvin-Kroukovsky B. V.** Theory of Seekeeping. New York, 1961.
126. **Landweber L., Macagno M.** Added mass of twodimensional forms oscillating in a free surface. — Journal of Ship Res., 1957, vol. 1, p. 20—30.
127. **Lee C. M.** The second-order Theory of Heaving Cylinders in a Free Surface. — Journal of Ship Res., 1968, vol. 12, p. 313—327.
128. **Lewison G. R. Y., Williams J. M.** An assesment of NPL roll stabilizers in service.— TINA, 1972, vol. 114, p. 93—115.
129. **Minorsky N.** Experiments with activated tanks. — TSNAME, 1947, vol. 69, N 7, p. 735—747.
130. **Morenschildt V. A.** An analysis of the results of model and full scale tests with various types of stabilizing tanks. — Proceeding of the 14th ITTC, 1975, vol. 4, p. 124—163.
131. **Motora S.** Stripwise Calculation of Hydrodynamic Forces Due to Beam Seas.—Journal of Ship Res., 1964, vol. 8, N 1, p. 1—9.
132. **Nelson L. W., McCallum D.** Fins of the Future-FFG-7. — Naval Engineering Journal, 1978, Oct., vol. 90, N 5, p. 29—40.
133. **Newman J. N.** A linearised Theory for the Motion of a Thin Ship in Regular Waves. — Journal of Ship Res., 1961, vol. 4, p. 10—15.
134. **Newman J. N.** A slender-body theory for ship oscillations in waves. — Journal Fluid Mech., 1964, vol. 18, N 4, p. 67—94.
135. **Newman J. N.** The Damping and Wave Resistance of a Pitching and Heaving Ship. — Journal of Ship Res., 1959, vol. 3, p. 1—19.
136. **Ochi M.** Extreme behaviour of ship in rough seas. — TSNAME, 1964, vol. 72, p. 143—202.
137. **Peters A. S., Stoker J. J.** The Motions of a Ship as a Floating Rigid Body in a Seaway. — Com. Pure and Appl. Math., 1957, vol. 10, p. 399—490.
138. **Porter W.** Added Mass, Damping and Wave-ratio Coefficients for Heaving Ship-like Cylinders. — Journal of Ship Res., 1966, vol. 10, p. 223—241.

139. **Potash R. L.** Second-order theory of oscillating Cylinders. — Journal of Ship Res., 1971, vol. 14, p. 295—324.
140. **Report** of Seakeeping Committee. — Proceeding of the 16th, ITTC, 1981, vol. 1, p. 185—248.
141. **Salvesen N., Tuck E. O., Faltinsen O.** Ship Motion and Sea Loads. — TSNAME, 1970, vol. 78, p. 250—287.
142. **Schmitke P.** Ship Sway, Roll and Jaw Motion in oblique Seas. — TSNAME, 1978, vol. 86, p. 26—46.
143. **St Denis M., Pierson W.** On the motion of ships in confused seas. — TSNAME, 1953, vol. 61, p. 280—332.
144. **Takagi M., Nekado Y., Matsui M., Mokunaka M.** Activated Antipitching Fins. — Hitachu Zosen Technical Report, 1967, N 1, p. 35—48.
145. **Tamia S., Komura T.** Topics of Ship Rolling Characteristics with advance Speed. — Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 1972, vol. 132, p. 159—168.
146. **Tanaka N.** A study on the Bilge Keels (Part 4 — on the Eddymaking Resistance to the Rolling of a Ship Hull). — Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 1961, vol. 109, p. 205—212.
147. **Tasai F.** Hydrodynamic force and moment produced by swaying and rolling oscillation of cylinders on the free surface. — Rep. res. appl. mech., 1961, vol. 35, p. 91—119.
148. **Tasai F.** On the damping force and added mass of ship heaving and pitching. — Journal of Ship Res., 1957, vol. 1, N 2, p. 47—56.
149. **Tasai F., Koterajama W.** Non-linear hydrodynamic forces acting on cylinders heaving in the surface of a fluid. — Rep. of Research Institute for Appl. Mech., 1976, vol. 24, N 77, p. 1—39.
150. **Tasaki R.** Shipment of water in waves. — Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 60th anniversary Series, 1963, vol. 8, part 4, p. 154—160.
151. **Tick J.** Certain probabilities associated with bow submergence and ship slahiming in irregular seas. — Journal of Ship Res., 1958, N 2, p. 82—91.
152. **Ursell F.** On the heaving motion of a circular cylinder. Quart. — Journ. mech. appl. math., 1949, vol. 2, p. 218—231.
153. **Vugts J. H.** Pitch and Heave with Fixed and Controlled Bow Fins. — Intern. Shipbuild. Progress, 1967, vol. 14, N 153, p. 191—215.
154. **Vugts J. H.** The hydrodynamic coefficients for swaying, heaving and rolling cylinders in a free surface. — Intern. Shipbuild. Progress, 1968, N 15, p. 224—276.
155. **Weinblum G.** Zur Theorie der aktiven Schlingertanks. — Zeitschrift für angewandte Math. and Mech., 1938, N 2, S. 122—127.

ОГЛАВЛЕНИЕ

От научных редакторов 5

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ

СТАТИКА СУДОВ

Основные обозначения 7

Глава I. **Расчеты по статике судна. Общие положения** 8

§ 1. Система координат. Теоретический чертеж и его элементы 8
§ 2. Общие интегралы, характеризующие элементы формы корпуса 12
§ 3. Правила приближенного интегрирования 15
§ 4. Общие принципы выполнения расчетов по статике судна на ЭВМ 19
§

Глава II. **Плавучесть** 26

§ 5. Основные определения. Силы, действующие на плавающее судно 26
§ 6. Вычисление элементов подводного объема судна, плавающего без крена и дифферента. Строевые по шпангоутам и ватерлиниям. Гидростатические кривые 27
§ 7. Вычисление элементов подводного объема судна, плавающего с дифферентом. Масштаб Бонжана и диаграммы дифферента 31
§ 8. Вычисление элементов подводного объема судна, плавающего с креном и дифферентом. Интегральные кривые В. Г. Власова. Приближенное определение элементов плавучести судна без крена и дифферента 35
§ 9. Вычисление элементов плавучести двухкорпусных и многокорпусных судов, плавучих доков и плавучих буровых установок 37
§ 10. Особенности расчета плавучести на ЭВМ 43

Глава III. **Остойчивость** 46

§ 11. Основные определения 46
§ 12. Статическая остойчивость. Восстанавливающий момент и плечо статической остойчивости. Диаграмма статической остойчивости 47
§ 13. Начальная остойчивость. Метацентрические формулы остойчивости 51
§ 14. Динамическая остойчивость. Работа восстанавливающего момента и плечо динамической остойчивости. Диаграмма динамической остойчивости 53
§ 15. Опрокидывающий момент. Диаграммы динамических и средних моментов . . . 55
§ 16. Расчет остойчивости на больших углах крена 60
§ 17. Интерполяционные кривые, пантокарены и универсальные диаграммы . . . 66
§ 18. Приближенные формулы для определения диаграмм статической и динамической остойчивости 70
§ 19. Учет влияния надстроек на диаграмму статической остойчивости 72
§ 20. Расчет остойчивости с учетом сопутствующего дифферента 75
§ 21. Расчет диаграммы статической остойчивости судна на попутном волнении . . . 78
§ 22. Влияние различных факторов на остойчивость. Перемещение грузов 82
§ 23. Жидкие и подвешенные грузы 86
§ 24. Сыпучие грузы 89
§ 25. Прием груза 92
§ 26. Влияние обледенения и солености воды 99
§ 27. Скорость и демпфирование наклонений судна 101
§ 28. Влияние соотношений главных размерений 103
§ 29. Практические задачи остойчивости. Крен судна на циркуляции и при скоплении пассажиров на одном борту 106
§ 30. Крен судна при рывке буксирного троса и тяге промысловых механизмов 108
§ 31. Остойчивость судна при постановке в док, посадке на камни и подъеме кормы. Наклонение плавучего крана 110
§ 32. Экспериментальное изучение остойчивости судов. Опыт кренования 112
§ 33. Нормирование остойчивости 114
§ 34. Информация об остойчивости. Особенности расчета на ЭВМ 119

Глава IV. **Непотопляемость** 124

§ 35. Основные определения. Категории отсеков. Два способа расчета непотопляемости и коэффициенты проницаемости 124
§ 36. Расчет непотопляемости при затоплении малого отсека 126
§ 37. Диаграмма непотопляемости С. Н. Благовещенского 127
§ 38. Расчет непотопляемости при затоплении группы отсеков. Таблицы непотопляемости 128
§ 39. Расчет непотопляемости при затоплении большого отсека 130
§ 40. Расчет диаграммы остойчивости поврежденного судна. Восстановление остойчивости 133
§ 41. Кривая предельной длины отсеков 138
§ 42. Нормирование непотопляемости. Информация о непотопляемости 140
§ 43. Особенности расчета непотопляемости на ЭВМ 150

Глава V. Спуск судна на воду 152

§ 44. Основные определения. Продольный спуск 152
§ 45. Исследование продольного спуска 157
§ 46. Диаграммы спуска 159
§ 47. Расчет продольного спуска способом последовательных приближений 163
§ 48. Влияние элементов спускового устройства и спусковой нагрузки на критическое положение и всплытие. Скорость движения при продольном спуске . . . 166
§ 49. Расчет задержников 169
§ 50. Поперечный спуск 173
§ 51. Экспериментальное изучение спуска судов. Особенности расчета спуска на ЭВМ 178
Указатель литературы 180

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ

КАЧКА СУДОВ

Основные обозначения 181

Глава I. **Общие положения** 182
§ 1. Виды качки. Основные понятия 182
§ 2. Системы координат 183
§ 3. Гидродинамические основы теории и расчета качки 185
§ 4. Линейная и нелинейная теории качки 189

Глава II. **Основы линейной гидродинамической теории и расчета качки судов** 191

§ 5. Разделение гидродинамических сил 191
§ 6. Гидростатические силы и моменты 194
§ 7. Инерционно-демпфирующие силы и моменты. Общие свойства присоединенных масс и коэффициентов демпфирования 195
§ 8. Возмущающие силы и моменты 198
§ 9. Методы определения потенциала скорости 201
§ 10. Дифференциальные уравнения линейной качки судна в общем виде 204
§ 11. Разделение отдельных видов качки в линейной теории 205
§ 12. Гидродинамические модели качки 208

Глава III. **Линейная теория и расчет поперечной качки судна на регулярном волнении** 211

§ 13. Определение поперечной качки судна. Структура сил, вызывающих качку 211
§ 14. Инерционно-демпфирующие силы волновой природы, действующие на плоский контур 214
§ 15. Результаты экспериментальных исследований инерционно-демпфирующих моментов при бортовой качке 217
§ 16. Инерционно-демпфирующие силы и моменты, действующие на судно при наличии хода 224
§ 17. Практические методы вычисления характеристик нагрузки судна, определяющих поперечную качку 226
§ 18. Восстанавливающие сила и момент и главные части возмущающих сил и момента 228
§ 19. Гидродинамические составляющие возмущающих сил и моментов 235
§ 20. Поперечная качка судна на тихой воде без хода 239
§ 21. Поперечная качка судна, расположенного лагом к волне, без хода 242
§ 22. Влияние скорости и курсового угла на поперечную качку судна 246
§ 23. Особенности качки плавучих буровых установок 254

Глава IV. **Линейная теория и расчет продольной качки судов** 264

§ 24. Определение гидродинамических и восстанавливающих сил 264
§ 25. Возмущающие силы и моменты 268
§ 26. Уравнения продольной качки судна на волнении 273
§ 27. Определение частотных характеристик качки 280
§ 28. Собственные и парциальные частоты качки 282

Глава V. **Нерегулярная качка и кинематика судна на волнении** 284

§ 29. Уравнения нерегулярной качки. Спектральная плотность и псевдоспектр качки 284
§ 30. Статистические характеристики качки 287
§ 31. Методы линеаризации в расчетах нелинейной нерегулярной бортовой качки 291
§ 32. Диаграммные методы определения характеристик качки 293
§ 33. Кинематика фиксированной точки судна 297
§ 34. Кинематика совместной качки двух судов 300
§ 35. Оценка заливаемости судна и вероятности слеминга 308
§ 36. Выбор расчетного спектра волнения 311

Глава VI. **Основы нелинейной теории и расчета качки конечной амплитуды** 325

§ 37. Типы нелинейностей и их физические причины 325
§ 38. Методы определения гидродинамических сил 326
§ 39. Разложения в ряды по степеням малых параметров 327
§ 40. Разделение общей гидромеханической задачи на частные 330
§ 41. Бортовая качка конечной амплитуды на спокойной воде. Расчет периода качки судна с заданной диаграммой остойчивости. Частотный график качки 331

§ 42. Нелинейная бортовая качка на регулярном волнении. Структурные формулы для гидромеханических сил и моментов 334
§ 43. Расчетные формулы для восстанавливающих и возмущающих сил и моментов на волнении 336
§ 44. Дифференциальные уравнения качки в абсолютных и относительных координатах и методы их решения 344
§ 45. Основной и параметрический резонансы бортовой качки судов на регулярном волнении 347
§ 46. Типовые задачи расчета нелинейной бортовой качки судов на регулярном волнении 354
§ 47. Расчет статистических характеристик нелинейной бортовой качки на нерегулярном волнении 356

Глава VII. **Вопросы динамической остойчивости и качки, связанные с обеспечением безопасности плавания судов** 359

§ 48. Уравнения, определяющие поведение судна под действием ветровой нагрузки в условиях волнения 359
§ 49. Восстанавливающий момент как характеристика остойчивости судна на волнении 362
§ 50. Расчет ветровой нагрузки 367
§ 51. Динамическое наклонение судна ветровой нагрузкой 369
§ 52. Вероятностная оценка действия на судно ветровой нагрузки в условиях нерегулярного волнения 374
§ 53. Результаты расчета статистических характеристик остойчивости на нерегулярном волнении 377

Глава VIII. **Успокоители качки** 381

§ 54. Пассивные U-образные цистерны (цистерны Фрама 1-го рода) 381
§ 55. Успокоительные цистерны со свободной поверхностью в соединительном канале (типа «Флюм» и «Ульстайн») 385
§ 56. Открытые резонансно-настроенные цистерны (цистерны Фрама 2-го рода) 386
§ 57. Цистерны, воздействующие на начальную остойчивость судна 388
§ 58. Активные и частично активизированные цистерны 392
§ 59. Пассивные гидродинамические успокоители бортовой качки 395
§ 60. Активные гидродинамические успокоители бортовой качки 398
§ 61. Гидродинамические успокоители продольной качки 409

Глава IX. **Экспериментальные методы оценки качки** 415

§ 62. Исследования характеристик качки моделей на тихой воде и на волнении . . . 415
§ 63. Особенности испытаний моделей, оборудованных успокоителями качки . . . 421
§ 64. Натурные исследования качки судов 425
§ 65. Особенности натурных испытаний судов, снабженных успокоителями качки 429
Указатель литературы 433

СПРАВОЧНИК ПО ТЕОРИИ КОРАБЛЯ

В ТРЕХ ТОМАХ

Под редакцией Я. И. Войткунского

ТОМ ВТОРОЙ СТАТИКА СУДОВ. КАЧКА СУДОВ

Заведующий редакцией *И. Г. Русецкий*. Редакторы: *Н. И. Долинина*, *А. И. Кускова*, *Н. П. Саяпина*. Художественный редактор *О. П. Андреев*. Технический редактор *А. И. Казаков*. Корректоры: *В. В. Румянцев*, *В. Ю. Самохина*. Переплет художника *Б. Н. Осенчакова*. ИБ № 820

Сдано в набор 25.01.85. Подписано в печать 21.10.85. М-30880. Формат 60×90 1/16. Бумага типографская № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 27,5. Усл. кр.-отт. 27,5. Уч.-изд. л. 37,0. Тираж 10900 экз. Изд. № 3961—84. Заказ № 54. Цена 2 р. 20 к.

Издательство «Судостроение», 191065, Ленинград, ул. Гоголя, 8.

Ленинградская типография № 6 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 193144, г. Ленинград, ул. Моисеенко, 10.